

Concours Commun d'accès en 1^{ère} année ENSAM

Session du 02 Août 2022

Epreuve de : Mathématiques	Durée : 2h15mn
Importants : 1. Les calculatrices sont strictement interdites. 2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve.	

Partie I : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **0pts**)

Questions	
Question 1	Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $S_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n}$. A l'aide d'un encadrement de S_n , choisir la bonne réponse.
Question 2	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = \ \vec{k}\ = 1 \text{ cm}$, on considère le point $A(1, -2, -1)$ et la droite (D) d'équation cartésienne $\frac{x-1}{2} = y + 1 = z$. La distance d du point A à la droite (D) est égale à :
Question 3	Pour $z \in \mathbb{C}$, on note par $M(z)$ le point du plan complexe d'affixe z . L'ensemble $A = \{M(z) : (Z - 3i)(\bar{z} + 3i) = 2\}$ est :
Question 4	Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$. La limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f(2x) \dots f(nx)}{x^n}$ est égale à :
Question 5	Soit $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} - \frac{xe^x}{1+e^x}$. La courbe représentative C_f de f admet en $+\infty$:
Question 6	Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{x}{1-e^x}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = 0$, et soit C_g la courbe représentative de g . Choisir la bonne réponse.
Question 7	Soit $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{16}, \forall n \geq 0. \end{cases}$ Sachant que la suite $(u_n)_n$ est décroissante, choisir la bonne réponse :
Question 8	Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{-nx} dx$. Choisir la bonne réponse.
Question 9	Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, le polynôme $P = nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1$ est :
Question 10	Dans \mathbb{R}^+ , l'équation $e^{-\sqrt{2}x} - \sqrt{2}x + \sqrt{3} = 0$ admet :
Question 11	Soit f la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} telle que $f(2021x + 2022) \leq 2021x \leq f(2021x) + 2022$. Choisir la bonne réponse.
Question 12	L'inéquation $\sin(x) + 2\sin(y) + 3 \leq 0$ admet dans $]-\pi, \pi]^2$:
Question 13	Dans \mathbb{N}^2 , l'équation $x^2 - y^2 - 21 = 0$ admet :
Question 14	Soit $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tels que $a^3 + b^3 + c^3$ est divisible par 3, et soit $S = a + b + c$. Sachant que, pour tout $n \in \mathbb{Z}$, le nombre 3 divise $n^3 - n$, choisir la bonne réponse.
Question 15	Le nombre entier naturel $1^{2021} + 2^{2021} + \dots + 4^{2021}$ est :

Partie II : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Chaque réponse est notée sur **2pts**)

Questions	
Question 16	La porte d'un parking est munie d'une serrure à digicode portant les touches : les lettres du mot ENSAM et les chiffres non nuls. La porte s'ouvre lorsqu'on frappe dans l'ordre trois lettres et quatre chiffres qui forment un code. Les chiffres sont nécessairement distincts deux à deux, les lettres non. Quel est le nombre N des codes possibles qui portent exactement deux lettres identiques ?
Question 17	Le tiers d'une population a été vacciné contre une maladie. Au cours d'une épidémie, on constate que 20 % de la population est victime de l'épidémie et que, sur 15 malades, il y a deux personnes vaccinées. Calculer la probabilité P d'avoir une personne victime de la maladie sachant qu'elle a été vaccinée ?
Question 18	Soit les nombres complexes $\alpha = e^{\frac{2\pi i}{5}}$, $a = \alpha + \alpha^4$ et $b = \alpha^2 + \alpha^3$. Sachant que α est une racine du polynôme $P(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4$, calculer $a + b$ et ab , et en déduire la valeur de $\cos(\frac{2\pi}{5})$.
Question 19	Calculer la limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^x - \cos(\sqrt{x})}{x}$.
Question 20	En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$.
Question 21	Soit f la fonction définie sur $[0, \sqrt{2}]$ par $f(x) = \frac{\ln(x+\sqrt{2})}{\sqrt{x+\sqrt{2}}}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 2 \text{ cm}$. Calculer le volume V du solide engendré par la rotation de C_f autour de l'axe des abscisses.
Question 22	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A et B d'affixes respectivement $a = -\sqrt{3} + i$ et $b = i\bar{a}$. Soit C l'image de A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et soit c l'affixe du point C . Donner la forme trigonométrique du nombre complexe $Z = \frac{b}{c}$ et déduire la nature du triangle OBC .
Question 23	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(\sqrt{2}, -1, 2)$, $B(3, -\sqrt{3}, 1)$, $C(1, -2, -1)$ et la sphère \mathcal{S} d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 1 = 0$. Déterminer l'intersection de la sphère \mathcal{S} et le plan (ABC) .
Question 24	On considère l'équation différentielle $(E) : y'' - 4y' + 4y = (x-2)e^x$. Sachant que la fonction $x \mapsto xe^x$ est une solution de (E) , déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle sa courbe représentative passe par le point $A(0, -2)$ et ayant une tangente en A parallèle à l'axe des abscisses.
Question 25	On considère un demi-cercle \mathcal{C} de diamètre 2 cm . Déterminer la valeur maximale S_m de la surface d'un rectangle inscrit dans le demi-cercle \mathcal{C} .

Concours Commun d'accès en 1^{ère} année ENSAM

Session du 02 Août 2022

Epreuve de : Mathématiques	Durée : 2h15mn
Importants : 1. Les calculatrices sont strictement interdites. 2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve.	

Partie I : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = 0pts)

الأسئلة	
Question 1	من أجل $n \in \mathbb{N}$ نضع $S_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n}$. باستعمال تآطيرا ل S_n , اختر الإجابة الصحيحة.
Question 2	في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = \ \vec{k}\ = 1 \text{ cm}$ ، نعتبر النقطة $A(1, -2, -1)$ و المستقيم (D) ذو المعادلة الديكارتيية $\frac{x-1}{2} = y + 1 = z$. المسافة d عن المستقيم (D) تساوي :
Question 3	لكل $z \in \mathbb{C}$ ، نرمز ب $M(z)$ نقطة المستوى العقدي ذات اللحق z . المجموعة $A = \{M(z) : (Z - 3i)(\bar{Z} + 3i) = 2\}$ هي :
Question 4	لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق في 0 بحيث $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$. النهاية $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f(2x) \dots f(nx)}{x^n}$ تساوي :
Question 5	لتكن $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} - \frac{xe^x}{1+e^x}$. المنحنى C_f الممثل للدالة f يقبل عند $+\infty$:
Question 6	لتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب $g(x) = \frac{x}{1-e^{\frac{1}{x}}}$ إذا كان $x \neq 0$ و $g(0) = 0$ ، وليكن المنحنى الممثل للدالة g . اختر الإجابة الصحيحة.
Question 7	ليكن $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{16}, \forall n \geq 0 \end{cases}$ علما أن المتتالية $(u_n)_n$ تناقصية، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 8	من أجل $n \in \mathbb{N}$ نضع $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{-nx} dx$. اختر الإجابة الصحيحة.
Question 9	لكل $n \in \mathbb{N}^*$ الحدودية $P = nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1$:
Question 10	المعادلة $e^{-\sqrt{2}x} - \sqrt{2}x + \sqrt{3} = 0$ تقبل في \mathbb{R}^+ :
Question 11	لتكن f الدالة المعرفة من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} بحيث $f(2021x + 2022) \leq 2021x \leq f(2021x) + 2022$. اختر الإجابة الصحيحة.
Question 12	المتراجحة $\sin(x) + 2\sin(y) + 3 \leq 0$ تقبل في $]-\pi, \pi]^2$:
Question 13	المعادلة $x^2 - y^2 - 21 = 0$ تقبل في \mathbb{N}^2 :
Question 14	ليكن $a, b, c \in \mathbb{Z}$ بحيث $a^3 + b^3 + c^3$ يقبل القسمة على 3 ، و ليكن $S = a + b + c$. علما أن، لكل $n \in \mathbb{Z}$ ، العدد 3 يقسم $n^3 - n$ ، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 15	العدد الصحيح الطبيعي $1^{2021} + 2^{2021} + \dots + 4^{2021}$:

Partie II : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Chaque réponse est notée sur 2pts)

الأسئلة	
Question 16	باب مرآب للسيارات مزود بقفل رقمي يحمل المفاتيح : أحرف كلمة ENSAM و الأرقام الغير المنعدمة. يفتح الباب عند كتابة، بالترتيب، ثلاثة أحرف و أربعة أرقام؛ و التي تشكل فنا سريا. الأرقام مختلفة مثنى مثنى و الأحرف ليست بالضرورة مختلفة. ما هو العدد N للأقنان الممكنة التي تحتوي بالضبط على حرفين منطبقين؟
Question 17	تم تطعيم ساكنة ما ضد مرض معين. خلال وباء ما، نلاحظ % 20 من الساكنة هم ضحية للوباء، و أنه من بين 15 مريضا، هناك شخصان تم تطعيمهما. احسب P احتمال الحصول على ضحية للمرض علما أنه تم تطعيمها.
Question 18	ليكن $\alpha = e^{\frac{2\pi i}{5}}$ ، $a = \alpha + \alpha^4$ و $b = \alpha^2 + \alpha^3$. علما أن جذرا للحدودية $P(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4$ ، احسب $a + b$ و ab ، ثم استنتج قيمة $\cos(\frac{2\pi}{5})$.
Question 19	احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ؛ حيث $f(x) = \frac{e^x - \cos(\sqrt{x})}{x}$.
Question 20	باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$.
Question 21	لتكن f الدالة المعرفة على $[0, \sqrt{2}]$ ب $f(x) = \frac{\ln(x+\sqrt{2})}{\sqrt{x+\sqrt{2}}}$ و C_f منحناها في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) بحيث $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 2 \text{ cm}$. احسب الحجم V للمجسم المولد بدوران C_f حول محور الأفاصيل.
Question 22	في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر النقطتين A و B ذات اللحين $a = -\sqrt{3} + i$ و $b = i\bar{a}$ على التوالي. لتكن C صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و ليكن c لحق النقطة C . اعط الشكل المثلثي للعدد العقدي $Z = \frac{b}{c}$ و استنتج طبيعة المثلث OBC .
Question 23	في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم، نعتبر النقط $A(\sqrt{2}, -1, 2)$ ، $B(3, -\sqrt{3}, 1)$ ، $C(1, -2, -1)$ و الفلكة S ذات المعادلة الديكارتيية : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 1 = 0$. حدد تقاطع الفلكة S و المستوى (ABC) .
Question 24	نعتبر المعادلة التفاضلية $(E) : y'' - 4y' + 4y = (x-2)e^x$. علما أن الدالة $x \mapsto xe^x$ حل ل (E) ، حدد حلا خاصا y_0 ل (E) بحيث منحناه يمر من النقطة $A(0, -2)$ و يقبل مماسا موازيا لمحور الأفاصيل عند النقطة A .
Question 25	نعتبر نصف دائرة C قطرها 2 cm . حدد القيمة القصوية S_m لمساحة مستطيل محاط بالنصف دائرة C .

Feuille de réponses

Nom :

Prénom :

Code Massar :

<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> K	<input type="checkbox"/> 0									
<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> L	<input type="checkbox"/> 1									
<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> M	<input type="checkbox"/> 2									
<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> N	<input type="checkbox"/> 3									
<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> O	<input type="checkbox"/> U	<input type="checkbox"/> 4								
<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> 5								
<input type="checkbox"/> G	<input type="checkbox"/> Q	<input type="checkbox"/> W	<input type="checkbox"/> 6								
<input type="checkbox"/> H	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> X	<input type="checkbox"/> 7								
<input type="checkbox"/> I	<input type="checkbox"/> S	<input type="checkbox"/> Y	<input type="checkbox"/> 8								
<input type="checkbox"/> J	<input type="checkbox"/> T	<input type="checkbox"/> Z	<input type="checkbox"/> 9								

Le candidat doit obligatoirement cocher (comme suit) son code Massar sur la grille ci-contre \longrightarrow

Partie I : Questions à choix multiples

Question 1 Choisir la bonne réponse

- (S_n) est convergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 0$
- (S_n) est divergente
- (S_n) est convergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{2}$
- (S_n) est convergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$
- Autre réponse

Question 2 La distance d est égale à

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm <input type="checkbox"/> $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ cm <input type="checkbox"/> $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> $\frac{\sqrt{2}}{3}$ cm <input type="checkbox"/> $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm <input type="checkbox"/> autre réponse |
|--|---|

Question 3 L'ensemble A est

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> un demi-plan <input type="checkbox"/> une droite <input type="checkbox"/> union de deux demi-droites | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> un cercle <input type="checkbox"/> autre réponse |
|---|--|

Question 4 La limite est égale à

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> n <input type="checkbox"/> $\frac{n}{n!}$ <input type="checkbox"/> $\frac{1}{n}$ | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> $n!$ <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> autre réponse |
|--|--|

Question 5 C_f admet en $+\infty$

- une asymptote oblique d'équation $y = -x$
- une asymptote oblique d'équation $y = x$
- une branche parabolique de direction asymptotique la droite d'équation $y = -x$
- une asymptote verticale
- autre réponse

Question 6 Choisir la bonne réponse

- C_g admet une demi-tangente oblique à l'origine
- C_g admet une tangente horizontale à l'origine
- C_g admet une tangente verticale à l'origine
- g est non bornée au voisinage de 0
- autre réponse

Question 7 Choisir la bonne réponse

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{3}{4}$ <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{4}{3}$ <input type="checkbox"/> (u_n) est divergente | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{4}$ <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$ <input type="checkbox"/> autre réponse |
|--|--|

Question 8 Choisir la bonne réponse

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = \frac{1}{e}$ <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 1$ | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> (I_n) est divergente <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = e$ <input type="checkbox"/> autre réponse |
|--|--|

Question 9 le polynôme P est

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> divisible par $(x - 1)^2$ <input type="checkbox"/> divisible par $x - 2$ <input type="checkbox"/> non divisible par $x - 1$ | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> autre réponse |
|---|--|

Question 10 Dans \mathbb{R}^+ , l'équation admet

- plus de trois solutions
- deux solutions distinctes
- une solution unique
- aucune solution
- autre réponse

Question 11 Choisir la bonne réponse

- f est un polynôme de degré 2 et $f(2021) \geq -1$
- f est constante
- f est un polynôme de degré 1
- f est un polynôme de degré 2 et $f(2022) \leq 0$
- autre réponse

Question 12 L'inéquation admet dans $] -\pi, \pi]^2$

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> une infinité de solutions | <input type="checkbox"/> deux solutions distinctes |
| <input type="checkbox"/> une solution unique | <input type="checkbox"/> autre réponse |
| <input type="checkbox"/> aucune solution | |

Question 13 L'équation admet

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> aucune solution | <input type="checkbox"/> une solution unique |
| <input type="checkbox"/> une infinité de solutions | <input type="checkbox"/> autre réponse |
| <input type="checkbox"/> deux solutions distinctes | |

Question 14 Choisir la bonne réponse

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> S est multiple de 3 | <input type="checkbox"/> le reste de la division euclidienne de S par 3 est 2 |
| <input type="checkbox"/> S et 3 sont premiers entre eux | <input type="checkbox"/> autre réponse |

Question 15 Le nombre est

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> multiple de 5 | <input type="checkbox"/> premier |
| <input type="checkbox"/> impair | <input type="checkbox"/> autre réponse |
| <input type="checkbox"/> non divisible par 5 | |

Partie II : Questions à réponses précises

Question 16

réservé au correcteur

$$N =$$

Question 17

réservé au correcteur

$$P =$$

Question 18

réservé au correcteur

$$a + b =$$

$$ab =$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) =$$

Question 19

réservé au correcteur

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

Question 20

réservé au correcteur

$$I =$$

Question 21

réservé au correcteur

$$V =$$

Question 22

réservé au correcteur

$$Z =$$

Le triangle OBC est

Question 23

réservé au correcteur

L'intersection de S et (ABC) est

Question 24

réservé au correcteur

$$y_0 =$$

Question 25

réservé au correcteur

$$S_m =$$