GROUPE ISCAE
المعهد العالي للتجارة و إدارة المقاولات

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2014

MATHEMATIQUES I

DUREE : 3 heures

N.B :

1. Il n'est fait usage d'aucun document; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.
2. Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.
3. Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.
4. Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément du sujet.
5. Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.
6. Le barème suivant sera adopté:

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: − 1

Pas de réponse: 0

Il y a 20 questions totalement indépendantes.

Question 1: Pour tout réel y supérieur ou égal à 1 et pour tout entier n supérieur ou égal à 2, on pose :

$$F_n(y) = \int_1^y \frac{\ln(x)}{x^n}dx .$$

La limite de $F_n(y)$ quand y tend vers $+\infty$ est égale à:

A) $\ln(n^2-1)$; B) $\frac{1}{(n-1)^2}$; C) $\frac{n}{(n^2-1)}$; D) $\frac{\ln 2}{(n-1)^2}$; E) Autre réponse

Question 2: Pour $n \in \mathbb{N}$, on désigne par S_n la somme des $(n+1)$ premiers nombres entiers naturels impairs. Pour tout n, $S_n =$

A) n^2 B) $(n+1)^2$ C) $(n+2)^2 - n^2$ D) 2^{n+1} E) Autre réponse

Question 3: Soit X une variable aléatoire admettant pour densité la fonction f définie par:

$$\begin{cases} f(x) = 0 & si \quad x \leq 0 \\ f(x) = x e^{-\frac{x^2}{2}} & si \quad x \succ 0 \end{cases}$$

On pose $Y = \frac{1}{2}X^2$

L'espérance de la variable aléatoire Y est égale à

A) $\frac{e^2}{2}$; B) $\frac{e-1}{e^2}$; C) 1 ; D) $\frac{2}{3}$; E) Autre réponse

Question 4: Une urne contient cinq boules noires et cinq boules blanches. On tire successivement et avec remise n de ces boules dans l'urne, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2.
On considère les deux évènements suivants :

A : « On obtient des boules des deux couleurs »
B : « On obtient au plus une boule blanche »

Les évènements A et B sont indépendants si et seulement si :

A) $2^{n-1} = n$ B) $2^n = n+1$ C) $2^{n-1} = n+1$ D) $2^n = n$ E) Autre réponse

Question 5: Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix}$ et soit A^{-1} la matrice inverse de A .

Le deuxième vecteur-colonne de la matrice inverse A^{-1} est noté C_2. On a alors :

A) $C_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ *B)* $C_2 = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ *C)* $C_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ *D)* $C_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ -\frac{3}{4} \\ 3 \end{pmatrix}$ *E) Autre réponse*

Question 6: Soient 2 dés A et B à 6 faces équiprobables. Le dé A a pour faces 2 ; 6 ; 2 ; 6 ; 2 ; 2, et le dé B a pour faces 1 ; 5 ; 1 ; 5 ; 1 ; 5.
Deux joueurs J1 et J2 s'affrontent et lancent chacun un dé. Le gagnant est celui dont le dé montre la face qui comporte le chiffre le plus grand.
Si J1 joue avec le dé A, et J2 avec le dé B, alors J1 a une probabilité de gagner égale à :

A) $\frac{1}{3}$; B) $\frac{1}{2}$; C) 1 ; D) $\frac{2}{3}$; E) Autre réponse

Question 7: Soit f la fonction réelle polynomiale définie par $f(x) = 6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6$. On note x_1(respectivement x_2) la plus petite (respectivement plus grande) solution réelle de l'équation $f(x) = 0$, alors $x_1 + x_2 =$

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) Autre réponse

Indication: On pourra songer à effectuer le changement de variable $t = x + \frac{1}{x}$ et on pourra utiliser le calcul suivant: $35^2 = 1225$

Question 8: On pose pour tout $n \in IN$: $S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{(k^2-1)2^k}{k!}$

$\lim_{n \to +\infty} S_n =$

A) $5e^2$; B) $\frac{2}{5}$; C) $\frac{e^2-1}{2}$; D) $+\infty$; E) Autre réponse

Question 9: Une urne U_1 contient 3 boules rouges et 5 vertes
Une urne U_2 contient n boules rouges, 3 vertes et 2 blanches
On tire au hasard une boule de U1, puis on la jette dans U2. On tire ensuite au hasard deux boules de U2.
Si on tire deux boules rouges de U2, on gagne 50 dirhams
Si on tire deux boules vertes de U2, on gagne 20 dirhams
Si on tire deux boules blanches de U2, on gagne 10 dirhams
Si on tire deux boules de couleurs différentes de U2, on perd 20 dirhams
Soit X la variable aléatoire « gain en dirhams à l'issue d'une telle épreuve »
L'espérance de X est

A) $\frac{5(4n^2-19n-12)}{4(n+5)(n+6)}$ B) $\frac{5(4n^2-14n-12)}{4(n+5)(n+6)}$ C) $\frac{5(4n^2-17n-12)}{4(n+5)(n+6)}$ D) $\frac{5(3n^2-19n-12)}{4(n+5)(n+6)}$ E) Autre réponse

Question 10: La durée de fonctionnement moyenne d'un téléviseur d'une référence donnée avant sa première panne est de 10 ans. On suppose que la variable aléatoire T définissant la durée de vie de ce téléviseur (temps écoulé entre sa mise en service et sa première panne) a pour densité de probabilité la fonction f définie sur IR par :

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{10} e^{-\frac{t}{10}} & si \ t \geq 0 \\ 0 & \sin on \end{cases}$$

La probabilité que le téléviseur n'ait pas de panne pendant 12 ans, sachant qu'il n'en a pas pendant 4 ans est:

A) $\frac{e}{3}$; B) $\frac{1}{2}$; C) $\frac{1}{3}$; D) $e^{-0,8}$; E) Autre réponse

Question 11: Pour tout entier naturel n, on note:

$$I_n = \int_0^1 e^{-x^2}(1-x)^n dx \qquad et \qquad J_n = \int_0^1 x\, e^{-x^2}(1-x)^n dx$$

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on a:

A) $I_n = \dfrac{1}{n+1}(1-2J_{n+1})$ B) $I_n = \dfrac{1}{n+1}(2-3J_{n+1})$ C) $I_n = \dfrac{1}{n+1}(3-4J_{n+1})$

D) $I_n = \dfrac{1}{n+1}(4-5J_{n+1})$ E) *Autre réponse*

Question 12: Soit *f* la fonction réelle de la variable réelle *x* définie sur $D = \left]0;1\right[\cup \left]1;+\infty\right[$ par $f(x) = \int_x^{x^2} \dfrac{dt}{\ln t}$. Alors f est dérivable sur *D*, et pour tout $x \in D$ sa dérivée $f'(x)$ est:

A) $\dfrac{x}{\ln x}$ B) $\dfrac{x-1}{\ln x}$ C) $\dfrac{x^2-1}{\ln x}$ D) $\dfrac{x^2}{\ln x}$ E) Autre réponse

Question 13: Une entreprise produit des objets sur deux chaînes de montage C_1 et C_2 qui fonctionnent indépendamment l'une de l'autre. Pour une chaîne donnée, les fabrications des pièces sont indépendantes. La chaîne C_1 produit 60 % des objets et la chaîne C_2 produit 40 % des objets. La probabilité qu'un objet construit par la chaîne C_1 soit défectueux est 0,1 alors que la probabilité pour qu'un objet construit par la chaîne C_2 soit défectueux est 0,2. On choisit au hasard un objet à la sortie de l'entreprise. On constate que cet objet est défectueux. La probabilité de l'événement " l'objet provient de la chaîne C_1 " est égale à:

A) $\dfrac{2}{3}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{4}{17}$ D) $\dfrac{3}{8}$ E) Autre réponse

Question 14: Des enfants s'entrainent à réussir des paniers de basket. Pour chacun d'eux, indépendamment les uns des autres et des essais successifs, la probabilité de réussite d'un panier est p ($p \in \left]0;1\right[$)

Hamza est l'un de ces enfants; soit *N* le nombre d'essais que va faire Hamza.

La condition nécessaire et suffisante pour que la probabilité qu'il réussisse au moins un panier soit supérieure ou égale à 1-α ($\alpha \in \left]0;1\right[$), est

A) $N \geq \dfrac{\ln \alpha}{\ln p}$ B) $N \geq \dfrac{\ln(1-\alpha)}{\ln p}$ C) $N \geq \dfrac{\ln \alpha}{\ln(1-p)}$ D) $N \geq \dfrac{\ln(1-p)}{\ln \alpha}$ E) Autre Réponse

Question 15: La nuit dans la savane, un lion se rend à la rivière pour boire et y reste un quart d'heure. Après de nombreuses observations, on estime que l'instant T d'arrivée du lion se situe entre 0 heure et 2 heures.

On admet que T, exprimée en heures, est une variable aléatoire dont une densité de probabilité est la fonction f définie par:

$$f(t)=\begin{cases}0 \quad si \quad t\notin[0;2] \\ ct(2-t) \ si \quad t\in[0;2]\end{cases}$$ où c est une constante (éventuellement à calculer).

Un observateur se présente à la rivière à 0heure 30minutes et y reste un quart d'heure. La probabilité qu'il aperçoive le lion est:

A) $\frac{33}{128}$ B) $\frac{35}{128}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{45}{128}$ E) Autre réponse

Question 16: Soient f et g les fonctions numériques de la variable réelle définies sur $\boldsymbol{R}$ par :

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad et \quad g(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$$

Pour tout réel λ strictement positif, on note $A(\lambda)$ l'aire (exprimée en unité d'aire) du domaine constitué par l'ensemble des points M (x , y) tels que :

$\lambda \leq x \leq 2\lambda$ et $0 \leq y \leq f(x)$

Après avoir calculé la dérivée $g'(x)$, on déduit que la limite de $A(\lambda)$ lorsque λ tend vers $+\infty$ est égale à:

A) $\ln 3$ B) $\ln 2$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\ln 3}{2}$ E) Autre réponse

Question 17: Soit X une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur $[0,1]$.

On pose $Y=X^2$

On considère le réel $a\in[0,1]$ tel que $P(Y\leq a)=P(Y\succ a)$.

a est égal à:

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; B) $-\frac{1}{2}$; C) $\frac{1}{4}$; D) $\frac{1}{2}$; E) Autre réponse

Question 18: On étudie le mouvement aléatoire d'une puce. Cette puce se déplace sur trois cases notées A, B et C.
A l'instant 0, la puce est en A.
Pour tout entier naturel n :

- Si à l'instant n la puce est en A, alors à l'instant (n+1), elle est soit en B avec une probabilité égale à $\frac{1}{3}$; soit en C avec une probabilité égale à $\frac{2}{3}$.
- Si à l'instant n la puce est en B, alors à l'instant (n+1), elle est soit en C soit en A de façon équiprobable.
- Si à l'instant n la puce est en C, alors elle y reste.

On note A_n (respectivement B_n, C_n) l'évènement « à l'instant n la puce est en A » (respectivement en B, en C).

On note a_n (respectivement b_n, c_n) la probabilité de l'évènement A_n, (respectivement B_n, C_n).
Alors $\lim_{n\to\infty} c_n =$

A) 0 B) 1 C) ln 2 D) ½ E) Autre réponse

Question 19: On considère la matrice carrée d'ordre 3: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

Soit $X \in M_{31}(\mathbb{R})$ un vecteur-colonne de $\mathbb{R}^3$.
On définit la matrice P avec les propriétés suivantes:
- Les termes diagonaux de P sont tous égaux à 1.
- La première colonne de P est une solution non nulle de $AX = 0$
- La deuxième colonne de P est une solution non nulle de $AX = X$
- La troisième colonne de P est une solution non nulle de $AX = 4X$

On vérifie que P est inversible. La matrice inverse P^{-1} est alors égale à:

$A)\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $C)\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D)\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

E) Autre réponse

Question 20: On désigne par λ un réel strictement positif et on considère la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, par :
$\forall \in x\, \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda|x|e^{-\lambda x^2}$
La fonction f peut être considérée comme densité d'une variable aléatoire X si λ est égal à :

A) 1 B) ½ C) ln 2 D) ¾ E) Autre réponse

Groupe ISCAE

CONCOURS D'ACCES A LA GRANDE ECOLE

ANNEE 2014

MATHEMATIQUES II

DUREE : 3 heures

N.B :

1. Il n'est fait usage d'aucun document; l'utilisation de toute calculatrice et de tout matérie électronique est interdite.
2. Seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée.
3. Les téléphones portables sont strictement interdits et doivent être éteints.
4. Les réponses aux questions devront être portées sur la grille distribuée en complément dı sujet.
5. Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.
6. Le barème suivant sera adopté:

Réponse correcte: +2

Réponse fausse: - 1

Pas de réponse: 0

Il y a 20 questions totalement indépendantes.

Question 1 : Soit X une variable aléatoire réelle ayant une densité de probabilité f définie par:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & si\ x \prec 0 \\ c\exp(-\frac{x^2}{2})\ si\ x \geq 0 \end{cases}$$

où c est une constante (éventuellement à calculer).

La variance de X est égale à:

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{2\pi}$ C) $1-\frac{2}{\pi}$ D) 1 E) Autre réponse

Question 2: Soit α un réel non nul. On considère la suite $(p_n)_{n\succ 0}$ définie par : $\forall n \in IN^*,\ p_n = \frac{1+\alpha^{n-1}}{4(n-1)!}$ La suite $(p_n)_{n\succ 0}$ définit une loi de probabilité pour α égal à:

A) $2e+1$; B) $2e-1$; C) $\ln(e-2)$; D) $\ln(4-e)$; E) Autre réponse

Question 3 : Soit f la fonction définie sur ℝxℝ par:

$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2,\ f(x, y) = xe^{x(y^2+1)}$.

f présente un extremum :

A) local en A(1,0); B) local en A(-1,0); C) global en A(-1,0); D) global en A(1,0);

E) Autre réponse

Question 4 : Pour toute matrice M de $M_2(\mathbb{R})$, on note ${}^tM$ la transposée de M, et φ l'endomorphisme de $M_2(\mathbb{R})$ qui à toute matrice M de $M_2(R)$ associe

$\varphi(M) = M + {}^tM$.

La dimension du sous-espace vectoriel Im φ est égale à:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Autre réponse

Question 5 : Soit $(m;\sigma) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+^*$ et X une variable aléatoire réelle ayant une densité de probabilité f définie par:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & si\ x \prec 0 \\ c\exp(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}) & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

où c est une constante qui dépend de m et σ (éventuellement à calculer).
On désigne par Φ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

L'espérance mathématique de X est égale à:

A) $|m|$ B) $m + \frac{\sigma}{\Phi(\frac{m}{\sigma})\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{m^2}{2\sigma^2})$ C) $m + \frac{\sigma\Phi(\frac{m}{\sigma})}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{m^2}{2\sigma^2})$

D) $m + \frac{\sigma}{\Phi(\frac{m}{\sigma})\sqrt{2\pi}}$ E) Autre réponse

Question 6 : Soit F la fonction de répartition d'une variable aléatoire X, définie sur IR par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si\ \ x \prec 0 \\ 1 - e^{-\frac{x^2}{2}} & si\ \ x \geq 0 \end{cases}$$

L'espérance de X est :

A) $\frac{3}{2}$; B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; C) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$; D) $\sqrt{\pi}$; E) Autre réponse

Question 7 : On considère la série de terme général $u_n = \frac{n^2+n+1}{n!}$.

Cette série est convergente de somme:

A) $\frac{e}{3}$ *B)* $\frac{e}{6}$ *C)* $\frac{3e}{5}$ *D)* e *E) Autre réponse*

Question 8 : Soit f la fonction réelle de la variable réelle x définie par $f(x) = (x+1)e^{-\frac{1}{x}}$.

Un équivalent de $f(x)-x \quad quand \ x \to +\infty$ est:

A) $-x$ B) $-\dfrac{1}{x}$ C) $-\dfrac{1}{2x}$ D) $\dfrac{1}{2x}$ E) Autre réponse

Question 9 : Trois enfants A, B, C jouent à la balle.

- Lorsque A a la balle, la probabilité pour qu'il la lance à B est $\frac{3}{4}$, la probabilité pour qu'il la lance à C est $\frac{1}{4}$.
- Lorsque B a la balle, la probabilité pour qu'il la lance à A est $\frac{3}{4}$, la probabilité pour qu'il la lance à C est $\frac{1}{4}$.
- C envoie toujours la balle à B.

Pour $n \in \mathbb{N}$, on désigne par A_n (respectivement B_n, C_n) l'événement : " A (respectivement B, C) a la balle à l'issue du $n^{ième}$ lancer ".

On pose : $a_n = p(A_n), b_n = p(B_n), c_n = p(C_n)$.

Au départ la balle est lancée à l'un des trois joueurs : c'est par convention le lancer numéro 0.

Donc on pose : $a_0 = p(A_0), b_0 = p(B_0), c_0 = p(C_0) \ avec \ a_0 + b_0 + c_0 = 1$.

On pose, pour $n \in \mathbb{N}$, $X_n = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix}$.

Il existe une matrice $D \in M_3(\mathbb{R})$ telle que:

$\forall n \in N, \ X_n = D^n . X_0$, où :

$A) \ D = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix}$ $B) \ D = \begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{3}{4} & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$ $C) \ D = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & 1 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix}$

$D) \ D = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 1 \end{pmatrix}$ $E) \ Autre \ réponse$

Question 10 : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite réelle définie par $u_0 = 0 \; et \; u_1 = 1$
et par $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$. La suite est strictement positive à partir du rang 1.

On pose $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad v_n = \dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n) =$

A) $+\infty$ B) $\dfrac{3}{2}$ C) $\dfrac{15+5\sqrt{5}}{16}$ D) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ E) Autre réponse

Question 11 : La limite de la suite $(u_n)_{n\in IN^*}$ définie par: $u_n = \dfrac{n^2(\ln(n+1)-\ln(n))}{\sqrt{n^2+1}}$, est:

A) 1 ; B) $\dfrac{2e-1}{3}$; C) 2 ; D) $+\infty$; E) Autre réponse

Question 12 : On note $M_3(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels.

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

On considère l'ensemble E des matrices T de $M_3(\mathbb{R})$ qui commutent avec A.
E est un sous-espace vectoriel de $M_3(\mathbb{R})$ de dimension égale à:

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) Autre réponse

Question 13 : On désigne par Φ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. L'intégrale
$\int_{2-\sqrt{2}}^{2} \exp(-x^2+4x-2)dx$ est égale à:

A) $e^{-2}\Phi(2)\sqrt{\pi}$; B) $e^2\sqrt{2\pi}\,(\Phi(2)-\dfrac{1}{2})$; C) $e^2\sqrt{\pi}\,(\Phi(2)-\dfrac{1}{2})$; D) $\sqrt{2\pi}\,\Phi(2)$;
E) Autre réponse

Question 14 : Soient X_1 *et* X_2 deux variables aléatoires discrètes finies, indépendantes, et de même loi de probabilité, avec:

$$\forall i \in \{1, 2\}, \quad p(X_i = 0) = \frac{1}{6} \quad , \quad p(X_i = 1) = \frac{1}{3} \quad et \quad p(X_i = 2) = \frac{1}{2}$$

On pose: $S = X_1 + X_2 \quad et \quad P = X_1 X_2$

Le coefficient de corrélation linéaire de S et P est égal à :

A) 0 B) -1 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) Autre réponse

Question 15 : Pour $n \in IN^*$, on pose : $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1} k}{4k^2 - 1}$. La suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ converge vers :

A) $e^2 + 1$; B) $\frac{1}{4}$; C) $\frac{e}{4}$; D) $\ln 2$; E) Autre réponse

Question 16: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

Après avoir montré que A est diagonalisable, on aboutit à A^n pour n entier naturel non nul, égal à:

A) $A^n = \begin{pmatrix} -2^n & 2(-1)^n - 2^{n+1} & 0 \\ (-1)^{n+1} + 2^n & 2^{n+1} & 0 \\ -2^n + 5^n & -2^{n+1} + 2 \times 5^n & 5^n \end{pmatrix}$; B) $A^n = \begin{pmatrix} 2(-1)^n - 2^n & 2(-1)^n - 2^{n+1} & 0 \\ (-1)^{n+1} + 2^n & (-1)^{n+1} + 2^{n+1} & 0 \\ -2^n + 5^n & -2^{n+1} + 2 \times 5^n & 5^n \end{pmatrix}$;

C) $A^n = \begin{pmatrix} 2(-1)^n - 2^n & 2(-1)^n - 2^n & 0 \\ 2^n & (-1)^n + 2^n & 0 \\ -2^n + 5^n & -2^n + 2 \times 5^n & 5^n \end{pmatrix}$; D) $A^n = \begin{pmatrix} 2(-1)^n - 2^n & 2(-1)^n - 2 \times 2^n & 0 \\ (-1)^n + 2^{n+1} & (-1)^{n+1} & 0 \\ -2^n + 5^n & 2 \times 5^n & 5^n \end{pmatrix}$;

E) Autre réponse

Question 17: On considère deux pièces truquées A et B ; A donne pile avec la probabilité a $(0 < a < 1)$, et B donne pile avec la probabilité b $(0 < b < 1)$.

On choisit une pièce au hasard et on la lance: si on obtient pile, on relance la même pièce, sinon on lance l'autre pièce. On poursuit ce processus k fois $(k \geq 2)$.

La limite de la probabilité de lancer la pièce A au $k^{\text{ième}}$ lancer lorsque k tend vers l'infini est égale à:

A) $\frac{b}{a+b}$ *B)* $\frac{1-b}{a-b+1}$ *C)* $\frac{1-a}{1-a+b}$ *D)* $\frac{a}{a+b}$ *E) Autre réponse*

Question 18 On désigne par tr(M) la trace d'une matrice carrée à coefficients réels M.

Soient A et B $\in Mn(\mathbb{R})$, des matrices vérifiant AB − BA = A

Pour tout $p \in \mathbb{N}^*$, tr (A^p) =

A) tr(A) B) tr(AB) C) 0 D) tr(B) E) Autre réponse

Question 19 On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1-\lambda & 1 & 1 \\ 3 & -2-\lambda & -4 \\ -2 & 1 & 3-\lambda \end{pmatrix} \quad \text{où } \lambda \text{ est un paramètre réel.}$$

et f, l'endomorphisme associé à A relativement à la base canonique de IR^3.

Les valeurs de λ pour lesquelles la dimension de Ker f est égale à 1, sont:

A) $\lambda \in \{-1,1,3\}$; B) $\lambda \in \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$; C) $\lambda \in \left\{-3, \frac{1}{3}\right\}$; D) $\lambda \in \left\{-4, \frac{1}{4}, 4\right\}$;

E) Autre réponse

Question 20 Soient α, β, δ, λ quatre nombres réels vérifiant les conditions:

$$\begin{cases} 0 \prec \alpha \ ; \ 0 \prec \beta \prec \dfrac{1}{2} \\ 0 \prec \delta \ ; Max(0, \ln(2\delta)) \prec \lambda \end{cases}$$

et soit X une variable aléatoire réelle dont la fonction de répartition F définie par,

$$F : \begin{vmatrix} \mathbb{R} \to [0;1] \\ t \mapsto \text{Proba}[X \le t] \end{vmatrix} \text{ est la fonction suivante: } F(t) = \begin{cases} \beta \exp(\alpha t) & si\ t \prec 0 \\ \dfrac{1}{2} & si\ t \in [0;1[\\ 1 - \delta \exp(-\lambda t) & si\ t \ge 1 \end{cases}$$

On appelle médiane de X, tout nombre réel m vérifiant la condition suivante: $\begin{cases} \text{Proba}[X \le m] \ge \dfrac{1}{2} \\ \text{Proba}[X \ge m] \ge \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Alors l'ensemble des médianes de X est

A) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ B) $]0;1[$ C) $]0;1]$ D) $[0;1[$ E) Autre Réponse