

الصفحة	<p style="text-align: center;">الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك المهنية الدورة العادية 2020 - الموضوع -</p>		<p style="text-align: center;">  المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات </p>
1			
4			
**			
	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	NS 101	
3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسلكها	الشعبة أو المسلك

<u>Instructions au candidat(e)</u>	<u>تعليمات للمترشح(ة)</u>
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.	هام : يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.
Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations, les pages 2 et 3 sont réservées au sujet.	تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
<ul style="list-style-type: none"> • Le sujet est constitué de deux parties Partie 1 : Elle contient deux exercices ; il faut répondre à toutes leurs questions . Partie2 Elle contient également deux exercices . Il faut en choisir un seul et répondre à toutes ses questions ; 	<ul style="list-style-type: none"> • يتكون الموضوع من جزئين: الجزء الأول: يتكون من تمرينين ، يتعين عليك الإجابة على جميع أسئلتيهما . الجزء الثاني : يتكون من تمرينين ، يجب عليك اختيار واحد منهما فقط والإجابة على أسئلته؛
<ul style="list-style-type: none"> • L’usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé; 	<ul style="list-style-type: none"> • يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
<ul style="list-style-type: none"> • Vous devez justifier les résultats (Par exemple : lors du calcul des limites...); 	<ul style="list-style-type: none"> • ينبغي عليك تحليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات ...);
<ul style="list-style-type: none"> • Vous pouvez répondre aux exercices selon l’ordre que vous choisirez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions; 	<ul style="list-style-type: none"> • يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛
<ul style="list-style-type: none"> • Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible; 	<ul style="list-style-type: none"> • ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
<ul style="list-style-type: none"> • Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction; 	<ul style="list-style-type: none"> • يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
<ul style="list-style-type: none"> • Eviter l’écriture au stylo rouge; 	<ul style="list-style-type: none"> • يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛

PARTIE I OBLIGATOIRE : Exercice1 et Exercice2
 الإجابة على التمرينين 1 و 2 إلزامية

Exercice n°1:(5pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par: $u_0 = 9$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{7}{4}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.5 1. Calculer u_1 et u_2
- 1 2.a. Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n \geq \frac{7}{3}$
- 0.5 2.b. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{4}\left(u_n - \frac{7}{3}\right)$
- 0.25 2.c. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite décroissante.
- 0.25 3. Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.
4. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = u_n - \frac{7}{3}$
- 0.25 4.a. Calculer v_0
- 0.75 4.b. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$
- 0.5 4.c. Donner v_n en fonction de n , pour tout n de \mathbb{N}
- 0.5 4.d. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \frac{20}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n + \frac{7}{3}$
- 0.5 4.e. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°2:(10pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

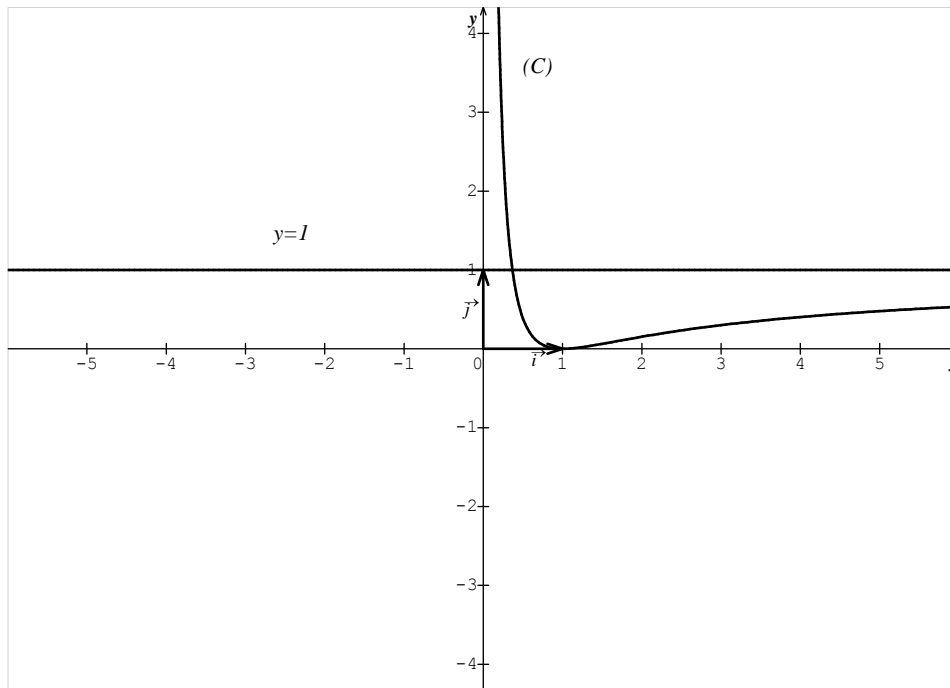
$$f(x) = 1 - \left(\frac{1 + \ln x}{x} \right)$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

On rappelle que e est le nombre réel positif qui vérifie $\ln e = 1$

- 1.25 1. Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ et interpréter géométriquement le résultat.
- 1.25 2. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.
- 1 3.a. Montrer que, pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2}$
- 1 3.b. En déduire que f est décroissante sur $]0; 1]$ et qu'elle est croissante sur $[1; +\infty[$

- 1 3.c. Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variations de f
- 1 3.d. En déduire que $f(x) \geq 0$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1 4.a. Montrer que $f''(x) = \frac{1-2\ln x}{x^3}$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1 4.b. Etudier le signe de $f''(x)$ et en déduire que \sqrt{e} est l'abscisse du point d'inflexion de (C_f)
5. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f
- 1.5 Calculer $f\left(\frac{1}{e}\right)$ et résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 1$



PARTIE II : Le candidat a le choix de répondre exclusivement:

soit à l'exercice 3 soit à l'exercice 4

على المترشح (ة) أن يجيب إما على التمرين 3 وإما على التمرين 4

Exercice n°3 : (5pts)

On considère dans \square l'équation $(E): z^2 - 4z + 8 = 0$

- 1.5 1. Résoudre dans \square l'équation (E)
2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 2 + 2i$ et $z_B = 2 - 2i$
- 2 2.a. Ecrire $\frac{z_A}{z_B}$ sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.
- 1.5 2.b. Montrer que le triangle OAB est rectangle isocèle en O

الصفحة	4	NS 101	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات-شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها
	4		

Exercice n°4 : (5 pts) (Les questions 1,2 et 3 sont indépendantes)

1. Calculer les limites suivantes :

1 1.a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x+1} \right)$

1 1.b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(e^x - \frac{1}{x} \right)$

2. Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = e^x(e^x - x)$

1 Calculer $g'(x)$

3. Soit h la fonction numérique de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

1 3.a. Calculer $h'(x)$

1 3.b. En déduire le sens de variations de h sur \mathbb{R}

الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات	
1	المسالك الممنوعة		+CMAE+ I KEYOEB +CMAE+ I KEYOEB A SOCH+X AKKEMJ A SOCH+X AKKEMJ	
2	الدورة العادية 2020		NR 101	
**1	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS			

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها	الشعبة أو المسلك

PARTIE I OBLIGATOIRE : Exercice1 et Exercice2

الإجابة على التمرينين 1 و2 إلزامية

<u>Exercice n°1:(5pts)</u>		<u>Détail des notes</u>	<u>Observations</u>
	$u_0 = 9$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{7}{4}$		On tient compte de la rigueur du raisonnement et des efforts fournis
0.5	1. u_1 et u_2	0.25+0.25	
1	2.a. La récurrence	1	
0.5	2.b. $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{4}\left(u_n - \frac{7}{3}\right)$	0.5	
0.25	2.c. $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite décroissante.	0.25	
0.25	3. $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.	0.25	
	4. $v_n = u_n - \frac{7}{3}$		
0.25	4.a. v_0	0.25	
0.75	4.b. (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$	0.75	
0.5	4.c. v_n en fonction de n	0.5	
0.5	4.d. $u_n = \frac{20}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n + \frac{7}{3}$	0.5	
0.5	4.e. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ (La justification n'est pas exigée)	0.5	

Exercice n°2:(10pts)

<u>Exercice n°2:(10pts)</u>			
	$f(x) = 1 - \left(\frac{1 + \ln x}{x}\right)$		On tient compte de la rigueur du raisonnement et des efforts fournis
1.25	1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ et Interprétation géométrique	1+0.25	
1.25	2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et Interprétation géométrique	1+0.25	
1	3.a. $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2}$	1	

الصفحة	2	NR 101	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - عناصر الإجابة - مادة: الرياضيات-شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها
2			

1	3.b. f est décroissante sur $]0;1]$ et croissante sur $[1;+\infty[$	0.5+0.5
1	3.c. Calcul de $f(1)$ et le tableau de variations de f	0.25+0.75
1	3.d. $f(x) \geq 0$ pour tout x de $]0;+\infty[$	1
1	4.a. $f''(x) = \frac{1-2\ln x}{x^3}$	1
1	4.b. Etude du signe et $f''(\sqrt{e})$	0.75+0.25
1.5	5. Calcul de $f\left(\frac{1}{e}\right)$ et résolution graphique de l'inéquation $f(x) \geq 1$	0.5+1

PARTIE II : Le candidat a exclusivement le choix de répondre: soit à l'exercice 3 soit à l'exercice 4

تنبيه هام إلى السيدات والسادة المصححات والمصححين:

في حالة ما إذا أجاب مترشح(ة) على أسئلة من التمرين الثالث وأخرى من التمرين الرابع، تحتسب له أعلى نقطة إجمالية حصل عليها بعد مقارنة النقطتين الإجماليتين للتمرينين.

Exercice n°3 : (5pts)

	L'équation (E): $z^2 - 4z + 8 = 0$		On tient compte de la rigueur du raisonnement et des efforts fournis
1.5	1. Résolution de l'équation (E)	1.5	
	2.		
2	2.a. $\frac{z_A}{z_B} = i$ et $\frac{z_A}{z_B} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$	1+1	
1.5	2.b. Le triangle OAB rectangle et OAB isocèle en O	1+0.5	

Exercice n°4 : (5 pts) (Les questions 1,2 et 3 sont indépendantes)

	1. Calcul des limites suivantes :		On tient compte de la rigueur du raisonnement et des efforts fournis
1	1.a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x+1} \right)$	1	
1	1.b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(e^x - \frac{1}{x} \right)$	1	
	2. $g(x) = e^x (e^x - x)$		
1	Calcul de $g'(x)$	1	
	3. $h(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$		
1	3.a. Calcul de $h'(x)$	1	
1	3.b le sens de variations h sur \mathbb{R}	1	