ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⴰⵡⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵎⵍⵍⴷ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك المهنية
الدورة العادية 2019
- الموضوع -

♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣ NS101

المادة	الرياضيات	مدة الانجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسلكها	المعامل	7

تعليمات للمترشح(ة)	**Instructions au candidat(e)**
هام : يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.	**Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.**
تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات:الأولى منها خاصة بالتوجيهات.	**Le document que vous avez entre les mains est de 3 pages :la première est réservée aux recommandations.**
• يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛	• Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;
• يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛	• L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé;
• ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...)؛	• Vous devez justifier les résultats (Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , …);
• يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره(تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛	• Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numéroter les exercices et les questions;
• ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛	• Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible;
• يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛	• Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction;
• يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛	• Eviter l'écriture au stylo rouge;
• تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.	• Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.

Exercice n°1:(3pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par: $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{7}{3}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 1. Calculer u_1 et u_2

0.5 2.a. Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n > -\frac{14}{3}$

0.5 2.b. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

0.25 2.c. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

3. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n + \frac{14}{3}$

0.25 3.a. Calculer v_0

0.25 3.b. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$

0.25 3.c. En déduire l'expression de v_n en fonction de n

0.25 4.a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{17}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n - \frac{14}{3}$

0.25 4. b. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice n°2 : (2.5pts)

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 + z + 1 = 0$ et soit $j = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

0.75 1. Calculer Δ le discriminant de l'équation (E) et en déduire que j et son conjugué $\overline{j}$ sont les solutions de cette équation.

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$, on considère les points $A(j)$, $B(\overline{j})$ et $C(i\sqrt{3})$

0.25 2.a. Vérifier que $j - \overline{j} = i\sqrt{3}$

0.5 2.b. En déduire que le quadrilatère $ACOB$ est un parallélogramme.

0.5 3.a. Montrer que $\dfrac{j-\overline{j}}{-\overline{j}} = \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$

0.5 3.b. En déduire que $\frac{\pi}{6}$ est une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{BA}\right)$

Exercice n°3 :(3pts) (Donner les résultats sous forme de fraction)

Un sac contient trois boules blanches, trois boules vertes et deux boules rouges.
Toutes les boules sont indiscernables au toucher.
On tire simultanément et au hasard trois boules du sac.
On considère les événements suivants :

A : « Les trois boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux »

B : « L'une au moins des boules tirées est verte »

C : « Parmi les trois boules tirées il y'a une seule boule verte »

0.75 1. Montrer que $p(A)=\dfrac{9}{28}$

1.25 2. Calculer $p(\overline{B})$ ($\overline{B}$ est l'événement contraire de B) et en déduire $p(B)$

1 3. Montrer que $p(C)=\dfrac{15}{28}$

Exercice n°4 :(3pts)

L'espace est rapporté à un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

On considère le plan *(P)* d'équation $x-2y+z=0$ et les points $A(1;1;2)$ et $B(1;1;1)$

0.5 1.a. Vérifier que les points O et B sont des points de *(P)*

0.25 1.b. Montrer que la droite (OA) n'est pas incluse dans *(P)*

0.75 1.c. Montrer que les points O, A et B ne sont pas alignés.

1 2. Donner une équation cartésienne du plan (OAB)

0.5 3. Donner sans calcul $(P)\cap(OAB)$

Exercice n°5 :(8.5 pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=(x^3-1)+\ln x$

1. Copier et remplir le tableau de signe suivant par $+$ ou $-$:

1

x	0 1 $+\infty$
x^3-1	
$\ln x$	
$(x^3-1)+\ln x$	

0.5 2. En déduire que $g(x)\leq 0$ sur $]0;1]$ et $g(x)\geq 0$ sur $[1;+\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x^2-\dfrac{2\ln x}{x}$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

0.75 1.a. Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique du résultat.

1.25 1.b. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique du résultat.

1.25 2.a. Montrer que $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x^2}$ pour tout x de $]0;+\infty[$ puis calculer $f'(1)$

1 2.b. En déduire que f est décroissante sur $]0;1]$ et que f est croissante sur $[1;+\infty[$

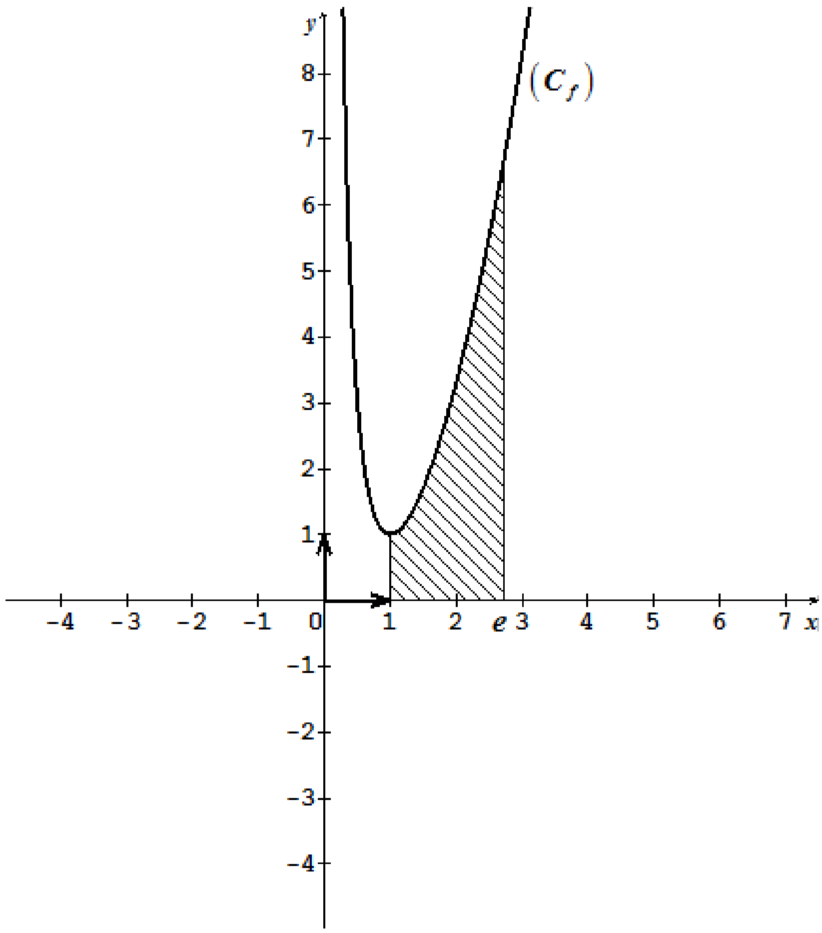
0.75 2.c. Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variations de f

Partie III

1 — **1. Montrer que** $\int_1^e \frac{\ln x}{x}dx = \frac{1}{2}$

1 — **2. Dans la figure ci-dessous** $\left(C_f\right)$ **est la courbe représentative de** f **dans le repère** $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Calculer l'aire de la partie hachurée.



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك المهنية
الدورة العادية 2019
- عناصر الإجابة -
NR101

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسلكها	المعامل	7

Exercice n°1(3pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	$u_1=-\frac{11}{6}$ et $u_2=-\frac{13}{4}$	0.25x2	0.5	
2.a	*Récurrence*	0.5	0.5	
2.b	*décroissante* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$	0.5	0.5	
2.c	*convergente* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$	0.25	0.25	
3.a	$v_0=\frac{17}{3}$	0.25	0.25	
3.b	(v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$	0.25	0.25	
3.c	$v_n=\frac{17}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$	0.25	0.25	
4.a	$u_n=\frac{17}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n-\frac{14}{3}$	0.25	0.25	
4.b	$\lim_{n\to+\infty}u_n=-\frac{14}{3}$	0.25	0.25	*La justification du résultat n'est pas nécessaire*

Exercice n°2 :(2.5pts)

Questions	Détails des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	*Calcul de* Δ	0.25	0.75	*Accepter toute autre méthode correcte et répartir la note selon les étapes de la solution*
	$z_1=j$	0.25		
	$z_2=\overline{j}$	0.25		
2.a	$j-\overline{j}=i\sqrt{3}$	0.25	0.25	
2.b	*ACOB est un parallélogramme*	0.5	0.5	
3.a	$\frac{j-\overline{j}}{-\overline{j}}=\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)$	0.5	0.5	
3.b	$\left(\overline{\overrightarrow{BO},\overrightarrow{BA}}\right)\equiv\frac{\pi}{6}\,[2\pi]$	0.5	0.5	

Exercice n°3 :(3pts)

Questions	Détails des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	*Formule correcte*	0.25	0.75	*Accepter toute méthode correcte*
	Calcul correct de $p(A)$	0.5		
2	*Formule correcte*	0.25	1.25	
	$p(\overline{B})=\frac{5}{28}$	0.5		
	$p(B)=\frac{23}{28}$	0.5		
3	*Formule correcte*	0.5	1	
	$p(C)=\frac{15}{28}$	0.5		

Exercice n°4 :(3 pts)

Questions	Détails des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	$O\in(P)$	0.25	0.5	
	$B\in(P)$	0.25		
1.b	$(OA)\not\subset(P)$	0.25	0.25	
1.c	*les points* O, A *et* B *ne sont pas alignés*	0.75	0.75	*Accepter toute méthode correcte*
2	$x-y=0$ *est une équation cartésienne du plan* (OAB)	1	1	
3	$(OB)\subset(P)\cap(OAB)$	0.25	0.5	
	$(P)\neq(OAB)$	0.25		

Exercice n°5 :(8.5pts)

Questions	Détails des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Partie I				
1	*Signe de* (x^3-1)	0.25	1	
	Signe de $\ln x$	0.25		
	Signe de $((x^3-1)+\ln x)$	0.5		
2	*Signe de* $g(x)$	2x0.25	0.5	
Partie II				
1. a	*La justification*	0.25	0.75	
	$\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)=+\infty$	0.25		
	Interprétation géométrique	0.25		

1.b	*La justification*	**0.25**	**1.25**	
	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	**0.25**		
	La justification	**0.25**		
	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$	**0.25**		
	Interprétation géométrique	**0.25**		
2.a	$f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$	**1**	**1.25**	
	$f'(1)=0$	**0.25**		
2.b	*Les variations de* f	**2x0.5**	**1**	
2.c	$f(1)=1$	**0.25**	**0.75**	
	Tableau de variations	**0.5**		
Partie III				
1	*Utilisation de la formule appropriée*	**0.25**	**1**	
	$\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}dx=\frac{1}{2}$	**0.75**		
2	*Ecriture correcte de la formule de l'aire*	**0.25**	**1**	*Accepter le résultat même si le candidat ne cite pas l'unité d'aire.*
	L'aire = $\left(\frac{1}{3}e^3-\frac{4}{3}\right)u.a$	**0.75**		