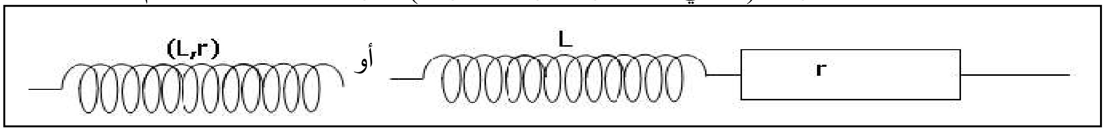
Le dipôle – RL - ثنائي القطب

1- الوشيعة

1-1: تعريف

الوشيعة ثنائي قطب ، يتكون من سلك موصل معزول (مطلي بطبقة برنيق رقيقة عازلة) قطره ثابت ملفوف بانتظام حول أسطوانة عازلة.

* رمز الوشيعة:



r : المقاومة الداخلية للوشيعة.

L : معامل التحريض الذاتي للوشيعة ، وحدته الهنري (H) $(Henry)$.

1-2: التوتر بين مربطي وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها r

$$u_L(t) = r.i(t) + L.\frac{di}{dt}$$

في النظام الدائم : $I = Cte \Leftarrow \frac{dI}{dt} = 0$ و بالتالي : $u_L(t) = r.I$.

2-الطاقة المخزونة في وشيعة

تكتسب الوشيعة طاقة E فتخزن جزء منها على شكل طاقة مغنطيسية E_m و يبدد الجزء الاخر على شكل طاقة حرارية بسبب المقاومة الداخلية

نعلم ان $u_L(t) = r.i(t) + L.\frac{di}{dt}$ نضرب هذه العلاقة في i(t).dt : أي أن : $E.i.dt = R.i^2.dt + L.i.di$ مع أي :

*$U_L.i(t).dt$: الطاقة التي يمنحها المولد للدارة RL خلال المدة dt .

* $R.i^2dt$: الطاقة المبددة بمفعول جول في المقاومة الداخلية .

$d\left(\frac{1}{2}L.i^2\right)$: الطاقة التي تخزنها الوشيعة مع العلم ان $L.idi = d(\frac{1}{2}L.i^2)$. ومنه $dE_m = d(\frac{1}{2}L.i^2 + k)$

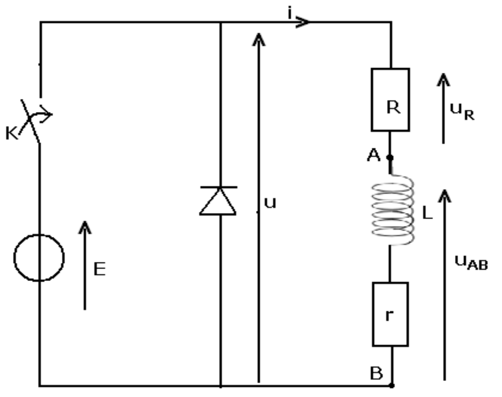
" الطاقة المغنطيسية المخزونة في الوشيعة بين اللحظتين 0 و t هي :

$$E_m = \frac{1}{2}L.i^2 + k$$

$(k = Cte)$ تمثل الطاقة البدئية بالوشيعة: عند $(t=0)$، تكون الوشيعة غير مشحونة و بالتالي $E_e(t=0)=0$ و i(0)=0 أي أن $k=0$

3- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة صاعدة للتوتر

1-3- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار المار في الدارة RL و حلها



إقامة التيار

في لحظة نعتبرها اصلا للتواريخ نغلق قاطع التيار K

- قانون إضافية التوترات : $u_{AB}(t) + u_R(t) = u(t)$

حيث: $u_{AB}(t) = L.\frac{di}{dt} + r.i(t)$ و $u_R(t) = R.i(t)$ و $u(t) = E$

$$u_{AB}(t) + u_R(t) = u(t)$$

$$L.\frac{di}{dt} + r.i(t) + R.i(t) = E$$

$$L.\frac{di}{dt} + (R+r)i(t) = E$$

مع $R_t = R + r$: المقاومة الكلية لثنائي القطب RL. أي أن : $\tau.\frac{di(t)}{dt} + i(t) = \frac{E}{R_t}$ مع $\tau = \frac{L}{R+r} = \frac{L}{R_t}$.

2-3- تعبير شدة التيار

تعبير شدة التيار المار في الدارة RL ؛ هو حل المعادلة التفاضلية التي يحققها على شكل : $i(t) = A.e^{-k.t} + B$ حيث A و B و k ثوابت.

$\frac{di(t)}{dt} = -A.k.e^{-k.t}$. نعوض في المعادلة التفاضلية : $-\tau.A.k.e^{-k.t} + A.e^{-k.t} + B = \frac{E}{R_t}$ أي

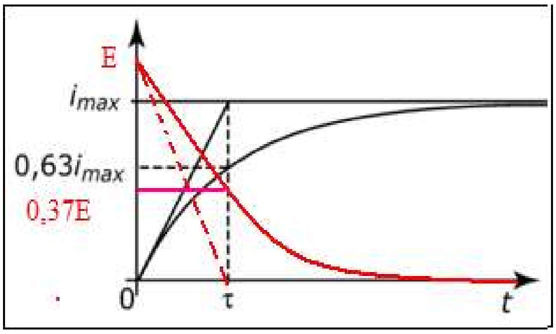
$$A.e^{-k.t}(1 - \tau.k) = \frac{E}{R_t} - B$$

في النظام الدائم $t \to +\omega$ فإن $e^{-K.t}=0$ اي $B = \frac{E}{R_t}$

عند لحظة t فإن $e^{-K.t}\neq 0$ $(\forall t)$ ، أي : $1-\tau.k=0$ أي أن : $k=\frac{1}{\tau}=\frac{R_t}{L}$ نستنتج $\tau=\frac{L}{R_t}$

- نحدد A عند $(t=0)$ حيث $i(t=0)=0$ ، أي : $0=A.e^0+B$ $\Leftarrow$ $A=-B=-\frac{E}{R_t}$.

و منه : $i(t)=\frac{E}{R_t}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$. نضع $\frac{E}{R_t}=I_0$



3-3: تعبير التوتر بين مربطي وشيعة

حسب قانون إضافية التوترات : $u_L(t)+R.i(t)=E$

$$u_L(t)=E-R.i(t)$$

نكتب : $u_L(t)=E-R.\frac{E}{R_t}(1-e^{-t/\tau})$ مع $R_t=R+r$.

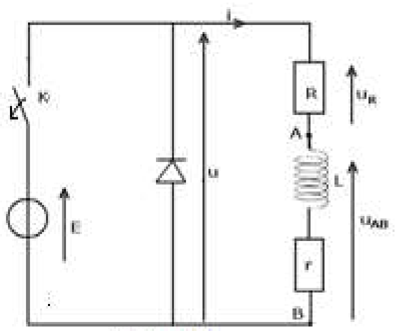
مع إهمال r أمام R ، تصبح $R_t\approx R$ و بالتالي : $u_L(t)=E.e^{-t/\tau}$ مع $\tau=\frac{L}{R}$.

4- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة نازلة للتوتر

4-1- المعادلة التفاضلية للدارة

في لحظة نعتبرها اصلا للتواريخ نفتح قاطع التيار K

- قانون إضافية التوترات :



انعدام التيار

$u(t)=u_L(t)+u_R(t)$ مع $u_L(t)=r.i(t)+L.\frac{di}{dt}$

$$0=L.\frac{di(t)}{dt}+(R+r)i(t)$$

أي : $\frac{L}{R+r}.\frac{di(t)}{dt}+i(t)=0$

4-2- تعبير شدة التيار

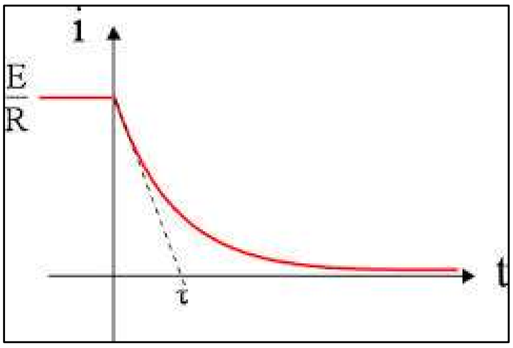
هو حل هذه المعادلة التفاضلية و الذي يكتب على شكل : $i(t)=A.e^{-k.t}+B$

$\frac{di(t)}{dt}=-kA.e^{-k.t}$. نعوض في المعادلة التفاضلية : $-\tau.k.A.e^{-k.t}+A.e^{-k.t}+B=0$ $\Leftarrow$

$A.e^{-k.t}(1-k.\tau)+B=0$. أي أن : $k=\frac{1}{\tau}$ و $B=0$.

عند $(t=0)$: $i(t=0)=A.e^0=A=I_0=\frac{E}{R+r}$.

و بالتالي : $i(t)=\frac{E}{R+r}.e^{-t/\tau}=I_0.e^{-t/\tau}$

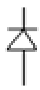


4-3-تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة

سب قانون إضافية التوترات : $U_L(t)+U_R(t)=0$ و منه $U_L(t)=-U_R(t)=-R.i(t)=-R.\frac{E}{R+r}.e^{-t/\tau}$

نكتب : مع إهمال r أمام R ، تصبح $R_t\approx R$ و بالتالي : $U_L(t)=-E.e^{-t/\tau}$ مع $\tau=\frac{L}{R}$.

ملحوظة :

فائدة  الصمام الثنائي في التركيب هو لتفادي الشرارات الكهربائية الناتجة عن فرط التوتر في الوشيعة

- لا يمر فيه التيار اثناء اقامة التيار في الوشيعة
- يسمح بمرور التيار اثناء انعدام التيار في الوشيعة