الثانية سلك باكالوريا
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

# الـــــــــــدالة الأســـــــــــية

## 1 -تعريف

- الدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيري تسمى الدالة الآسية النبيرية أو الدالة الآسية ونرمز لها بالرمز exp أو $e$ .

$$\forall x \in \mathbb{R}; \forall y \in \left]0;+\infty\right[$$

$$e^x = y \Leftrightarrow x = \ln(y)$$

## 2-خصائص

$$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2; e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$$

$$e^x \prec e^y \Leftrightarrow x \prec y$$

$$\frac{e^x}{e^y} = e^x - e^y$$

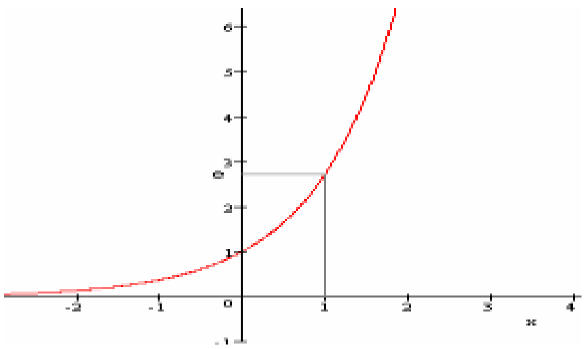
$$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$$

$$\left(e^x\right)^r = e^{xr}$$

$$\ln e^f = f ; e^0 = 1; e^1 = e; e^{\ln f} = f$$

## 3- التمثيل المبياني للدالة الاسية

في معلم متعامد ممنظم منحنى الدالةlnو منحنى الدالة $e$ متماثلان بالنسبة للمنصف الأول



## 4.المشتقة

بما أن دالة $\ln$ قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و مشتقتها لا تنعدم على $]0;+\infty[$ فان الدالة الأسية قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $(e^x)'=\frac{1}{\ln'(e^x)}=\frac{1}{\frac{1}{e^x}}=e^x$ $\forall x\in\mathbb{R}$

الدالة $x\to e^x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $(e^x)'=e^x$ $\forall x\in\mathbb{R}$

إذا كانت $u$ قابلة للاشتقاق على مجال $I$ فان الدالة $x\to e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على $I$

$$\left[e^{u(x)}\right]'=u'(x)e^{u(x)} \qquad \forall x\in I$$

## 5.النهايات

الدالة $e^x$ : دالة متصلة وتزايدية على $\mathbb{R}$

$$\lim_{+\infty} e^x=+\infty \ ;\lim_{+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$$

$$\lim_{-\infty} e^x=0 \ ;\lim_{-\infty} xe^x=0$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

## 5 .الدالة الآسية للأساس $a$

- **لكل** $a\in\mathbb{R}^*_+-\{1\}$ **الدالة** $e^{x\ln a}$ **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **تسمى الدالة الآسية للأساس** $a$
  **ونرمز لها ب:** $\exp_a$
- **ولكل** $x$ **من** $\mathbb{R}$ $\leftarrow$ $a^x=e^{x\ln a}$ **و** $a^0=1$ **و** $a^1=a$
- **جميع خصائص الدالة الآسية النبيرية تبقى صالحة للدالة الآسية ذات الأساس**

## 6. دراسة الدالة $x\to a^x$

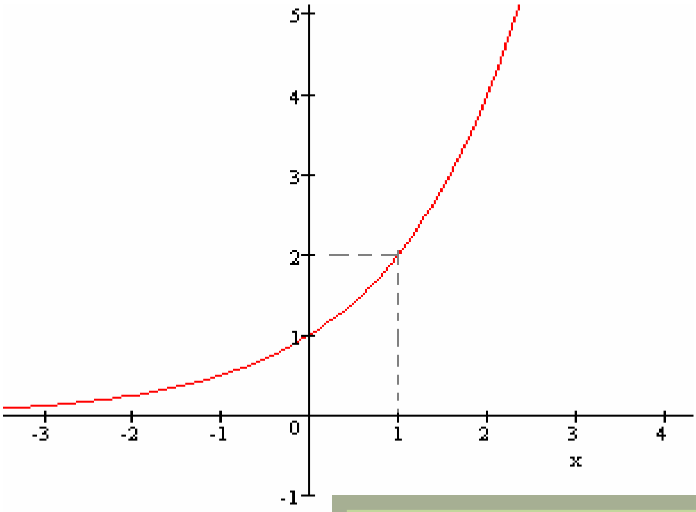
ليكن $a\in\mathbb{R}^{+*}-\{1\}$

الدالة $x\to a^x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $(a^x)'=a^x\ln a$ $\forall x\in\mathbb{R}$

## الحالـــــــــة الأولـــــــــى

اذا كان $a \succ 1$ فان $\ln a \succ 0$ ومنه الدالة $x \to a^x$ تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

و $\lim_{x \to +\infty} a^x = +\infty$ $\lim_{x \to -\infty} a^x = 0$




## الحالـــــــــة الثانـــــــــية

اذا كان $0 \prec a \prec 1$ فان $\ln a \prec 0$

ومنه الدالة $x \to a^x$ تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$

و $\lim_{x \to +\infty} a^x = 0$ $\lim_{x \to -\infty} a^x = +\infty$