الأولى ع ر	المـــنطـــق ملخص الدرس	ح.بوعـــيـــــــون

I) العبارة – الدالة العبارية

1) نسمي عبارة كل جملة مفيدة ويمكن الحكم على المعنى الذي تحمله بالصحة أو الخطأ.

2) نسمي دالة عبارية كل نص يحتوي على متغير x من مجموعة E ويصبح عبارة كلما عوضنا x بعنصر محدد من E .

II) المكممات

لتكن $A(x)$ دالة عبارية معرفة على مجموعة E .

1) العبارة: $(\exists x\in E):A(x)$ تقرأ " يوجد على الأقل x من E بحيث $A(x)$ " وتعني يوجد على الأقل عنصر x من E يحقق $A(x)$.

الرمز $\exists$ يسمى المكمم الوجودي.

2) العبارة $(\forall x\in E):A(x)$ تقرأ " مهما كان x من E لدينا $A(x)$.

وتعني أن جميع عناصر E تحقق $A(x)$.

الرمز $\forall$ يسمى المكمم الكوني.

III) العمليات المنطقية.

1) النفي

a) نفي العبارة A هي العبارة التي نرمز لها ب $\neg A$ والتي تكون صحيحة إذا كانت A خاطئة وتكون خاطئة إذا كانت A صحيحة.

ملاحظة: " $\neg A$ هي عكس العبارة A "

b) نفي العبارة " $(\forall x\in E):A(x)$ " هي العبارة " $(\exists x\in E):\neg A(x)$ ".

c) نفي العبارة " $(\exists x\in E):A(x)$ " هي العبارة " $(\forall x\in E):\neg A(x)$ ".

2) العطف

عطف العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب (A و B) والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت A صحيحة و B صحيحة .

3) الفصل

فصل العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب (A أو B) والتي تكون صحيحة إذا كانت إحدى العبارتين على الأقل صحيحة.

4) الإستلزام

استلزام العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب $(A\Rightarrow B)$ والتي تكون خاطئة فقط إذا كانت A صحيحة و B خاطئة.

(وتقرأ A تستلزم B).

5) التكافؤ

تكافؤ العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها ب $(A\Leftrightarrow B)$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت ل A و B نفس قيمة الحقيقة.

(وتقرأ A تكافئ B).

IV) القوانين المنطقية.

1) تعريف:

نسمي قانونا منطقيا كل عبارة مكونة من عدة عبارات مرتبطة بالروابط المنطقية وتكون صحيحة مهما كانت قيمة حقيقة هذه العبارات.

2) جرد لأهم القوانين المنطقية.

(1) $\neg(\neg A)\Leftrightarrow A$ (2) $(A\Rightarrow B)\Leftrightarrow(\neg A \text{ ou } B)$

(3) $(A\Leftrightarrow B)\Leftrightarrow(\neg A\Leftrightarrow\neg B)$

(4 $(A\Leftrightarrow B)\Leftrightarrow(A\Rightarrow B \text{ et } B\Rightarrow A)$

(5) $(A \text{ et } B)\Leftrightarrow(B \text{ et } A)$

(6) $(A \text{ ou } B)\Leftrightarrow(B \text{ ou } A)$

(7) $\left[(A \text{ et } B)\text{ et } C\right]\Leftrightarrow\left[A \text{ et }(B \text{ et } C)\right]$

(8) $\left[A \text{ ou }(B \text{ ou } C)\right]\Leftrightarrow\left[(A \text{ ou } B)\text{ ou } C\right]$

(9) $\left[A\Rightarrow B \text{ et } B\Rightarrow C\right]\Rightarrow(A\Rightarrow C)$

(10) **قانون التاكافؤات المتتالية**

$$(A\Leftrightarrow B \text{ et } B\Leftrightarrow C)\Rightarrow A\Leftrightarrow C$$

(11) $\left[A \text{ et }(B \text{ ou } C)\right]\Leftrightarrow\left[(A \text{ et } B)\text{ ou }(A \text{ et } C)\right]$

(12) $\left[A \text{ ou }(B \text{ et } C)\right]\Leftrightarrow\left[(A \text{ ou } B)\text{ et }(A \text{ ou } C)\right]$

(13) **قانوني موركان.**

$\neg(A \text{ et } B)\Leftrightarrow(\neg A \text{ ou } \neg B)$ (*)

$\neg(A \text{ ou } B)\Leftrightarrow(\neg A \text{ et } \neg B)$ (*)

(15) **قانون الاستلزام المضاد للعكس**

$$(A\Rightarrow B)\Leftrightarrow(\neg B\Rightarrow\neg A)$$

(16) $\neg(A\Rightarrow B)\Leftrightarrow(\neg A \text{ et } \neg B)$

(17) **قانون الخلف**

$$((\neg A\Rightarrow\neg B)\text{et } B)\Rightarrow A$$

(18) **قانون فصل الحالات**

$$(A\Rightarrow C \text{ et } B\Rightarrow C)\Rightarrow\left[(A \text{ ou } B)\Rightarrow C\right]$$

V) بعض الاستدلالات.

1) الاستدلال بالتكافؤات المتتالية:

لكي نبين أن العبارة A صحيحة يكفي أن نبين أن $A\Leftrightarrow B$ و B صحيحة.

2) الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس:

لكي نبين أن $A\Rightarrow B$ يكفي أن نبين أن $\neg B\Rightarrow\neg A$.

3) الاستدلال بالخلف:

لكي نبين أن العبارة A صحيحة نفترض العكس ونصل إلى تناقض مع المعطيات.

4) الاستدلال بفصل الحالات:

لتكن $E=E_1\cup E_2$ لكي نبين أن $(\forall x\in E):A(x)$ يكفي أن نبين ما يلي: *) إذا كان $x\in E_1$ فإن $A(x)$ صحيحة.

*) إذا كان $x\in E_2$ فإن $A(x)$ صحيحة.

5) الاستدلال بالترجع:

لكي نبين أن العبارة $P(n)$ صحيحة لكل عدد طبيعي $n\geq n_0$ نبين ما يلي:

*) نبين أن العبارة صحيحة من أجل $n=n_0$

*) نفترض العبارة P صحيحة من أجل n .

*) نبين أن العبارة P صحيحة من أجل $n+1$.