الدرس ⑤: الترتيب والعمليات

I - مقارنة عددين جذريين

قاعدة

مقارنة عددين جذريين، دخدد إشارة فرقهما
* إذا كان $a-b \geq 0$ فإن: $a \geq b$
* إذا كان $a-b \leq 0$ فإن $a \leq b$

مثال:

* لدينا: $\frac{2}{5} - 7 = \frac{2-35}{5} = \frac{-33}{5} < 0$
إذن: $\frac{2}{5} < 7$
* لدينا: $\frac{11}{3} - \frac{7}{8} = \frac{88-21}{24} = \frac{67}{24} > 0$
إذن: $\frac{11}{3} > \frac{7}{8}$

اصطلاحات

* $a < b$ تقرأ a أصغر قطعا من b
* $a \leq b$ تقرأ a أصغر أو يساوي b
* $a \leq b$ أو $a \geq b$ تسمى متقارنة طرفاها a و b

II - الترتيب والعمليات

1) الترتيب والجمع

خاصية ①

a و b و k أعداد جذرية
إذا كان $a \leq b$ فإن $a+k \leq b+k$

خاصية ②

إذا كان $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases}$ فإن: $a+c \leq b+d$

الجمع لا يغير الرمز

2) الترتيب والضرب

خاصية ③

a و b و k أعداد جذرية

1/ إذا كان $\begin{cases} a \leq b \\ k \geq 0 \end{cases}$ فإن: $a \times k \leq b \times k$

2) إذا كان $\begin{cases} a \leq b \\ k \leq 0 \end{cases}$ فإن: $a \times k \geq b \times k$

الضرب
* لا يغير الرمز إذا كان العدد موجبا
* يغير الرمز إذا كان العدد سالبا

III - التأطير

1) تعريف

كل من المتتابينات $a < x < b$ و $a \leq x \leq b$ يسمى تأطيرا للعدد x

2) التأطير والتقريب

لدينا: $1,85 < \frac{13}{7} < 1,86$

* هذه الكتابة تسمى تأطيرا للعدد $\frac{13}{7}$
* 1,85 قيمة مقربة للعدد $\frac{13}{7}$ بتقريب إلى $0,01$
* 1,86 قيمة مقربة للعدد $\frac{13}{7}$ بإفراط إلى $0,01$

3) التأطير والعمليات

تأطير مجموع

إذا كان $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$ فإن: $a+c \leq x+y \leq b+d$

تأطير فرق

إذا كان $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$ فإن $a-d \leq x-y \leq b-c$

مثال:

نعتبر $1 \leq a \leq \frac{5}{2}$ و $-4 \leq b \leq -\frac{3}{2}$

* إذن: $1+(-4) \leq a+b \leq \frac{5}{2} + (-\frac{3}{2})$
$\boxed{-3 \leq a+b \leq 1}$

* لدينا: $-4 \leq b \leq -\frac{3}{2}$ إذن: $\frac{3}{2} \leq -b \leq 4$
أيضا: $1 + \frac{3}{2} \leq a+(-b) \leq \frac{5}{2} + 4$
$\boxed{\frac{5}{2} \leq a-b \leq \frac{13}{2}}$

تأطير جداء

نعتبر $a \leq x \leq b$

* إذا كان $k > 0$ فإن $Ka \leq Kx \leq Kb$
* إذا كان $k < 0$ فإن: $Kb \leq Kx \leq Ka$

* لدينا: $1 \leq a \leq \frac{5}{2}$
إذن: $-4 \times \frac{5}{2} \leq -4a \leq -4 \times 1$
$\boxed{-10 \leq -4a \leq -4}$
* و $8 \times 1 \leq 8 \cdot a \leq 8 \times \frac{5}{2}$
$\boxed{8 \leq 8a \leq 20}$

IV - المتراجحات

تعريف

نسمي متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد x كل كتابة على الشكل: $ax+b \leq c$ أو $ax+b \geq c$ أو $ax+b < c$ أو $ax+b > c$

تقنيات الحل

يعتمد حل المتراجحات على:
* التجميع
* تغيير إشارة الحد المنقول من طرف إلى الطرف الآخر
* انتبه لإشارة a في $ax \leq b$

$a < 0$: $x \geq \frac{b}{a}$ تغير الرمز
$a > 0$: $x \leq \frac{b}{a}$ لا يغير الرمز

طريقة الحل:

(مثلا) $x > a$: جميع الأعداد العددية الأكبر تماما من a هي حلول لهذه المتراجحة

المتراجحة $2x+1 \leq 5$ كتافئ
$2x \leq 5-1$
$2x \leq 4$
$x \leq \frac{4}{2}$
$x \leq 2$
جميع الأعداد العددية الأصغر أو تساوي 2 هي حلول لهذه المتراجحة

(مثلا) $0x > 8$: تعبير خاطئ مهما كان العدد x إذن هذه المتراجحة ليس لها حل

المتراجحة $2(3x-1) - 4x \geq 2x+1$ تكافئ
$0x \geq 3$
إذن هذه المتراجحة ليس لها حل.

(مثلا) $0x < 7$: تعبير صحيح مهما كان العدد x إذن جميع الأعداد العددية هي حلول لهذه المتراجحة

المتراجحة $x + 5 - 2(x+2) > x - 7$ تكافئ
$0x > -8$
إذن جميع الأعداد العددية حلول لهذه المتراجحة