الترتيب و العمليات

1 ـ مقارنة عددين جذريين :

خاصية 1 : a و b عددان جذريان إذا كان $a-b\le 0$ فإن $a\le b$ إذا كان $a\le b$ فإن $a-b\le 0$	a و b عددان جذريان حيث $a-b=-5$ قارن العددين a و b .
تمرين : ـ قارن العددين $\frac{8}{3}$ و $\frac{9}{4}$ ـ قارن العددين : $2+\frac{-1}{3}$ و $1+\frac{-3}{4}$	

2 ـ الترتيب والعمليات :

ـ الترتيب و الجمع :

خاصية 3 : a و b و c أعداد جذرية إذا كان $a\le b$ فإن $a+c\le b+c$	نحدد إشارة فرقهما : $(a+c)-(b+c)=a+c-b-c$ بماأن $a-b\le 0$ فإن $(a+c)-(b+c)\le 0$ وبالتالي : $a+c\le b+c$
تمرين 1: a عدد حقيقي حيث : $a\le 3$ قارن $a-7$ و -4	لدينا $a\le 3$ إذن $a-7\le 3-7$ (نضيف -7) ومنه : $a-7\le -4$
تمرين 2 : a و b عددان جذريان حيث: $a\le 7$ و $b\le -5$ قارن العددين $a+b$ و 2	$a\le 7$ إذن : $a+b\le 7+b$ و $b\le -5$ إذن : $7+b\le -5+7$ أي $7+b\le 2$ ومنه : $a+b\le 2$

ـ الترتيب و الضرب :

الخاصية 4 : a و b و c أعداد جذرية إذا كان $a\le b$ و $c>0$ فإن $a.c\le b.c$ إذا كان $a\le b$ و $c<0$ فإن $a.c\ge b.c$	a عدد جذري حيث : $a\le 3$ قارن العددين : $3a$ و 9 ثم $-a$ و -3 لدينا $a\le 3$ و 3 موجب إذن : $a\times 3\le 3\times 3$ أي $3a\le 9$ لدينا $a\le 3$ و -1 سالب إذن : $-1.a\ge -1.\times 3$ أي $-a\ge -3$
تمرين : a و b عددان جذريان موجبان حيث: $a\le 2$ و $b\le 3$ قارن العددين : ab و 6	الحل : لدينا $a\le 2$ و b موجب إذن : $ab\le 2b$ و $b\le 3$ و 2 موجب إذن : $2b\le 3\times 2$ وبالتالي : $ab\le 6$

3 ـ المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

تعريف : كل متفاوتة على شكل $ax\le b$ أو $ax\ge b$ تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد حيث : a و b عددان جذريان و x العدد المجهول . **مثال 1 :** متى يكون $3x\le 12$ ؟ نضرب طرفي المتفاوتة في $\frac{1}{3}$ العدد الموجب فنجد : $\frac{1}{3}\times 3x\le 12\times\frac{1}{3}$ ومنه : $x\le 4$ إذن حلول المتراجحة $3x\le 12$ هي الأعداد الجذرية الأصغر من أو تساوي 4 .	**مثال 2 :** حل المتراجحة $\frac{2}{3}x\ge 3$ نضرب طرفي المتراجحة في مقلوب $\frac{2}{3}$ فنجد $\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}x\ge 3\times\frac{3}{2}$ ومنه : $x\ge\frac{9}{2}$ إذن حل هذه المتراجحة هي الأعداد الجذرية الأكبر من أو تساوي $\frac{9}{2}$.

4ـ التأطير :

تعريف : a و b و x أعداد حقيقية حيث $a<b$ الكتابة $a\le x\le b$ تسمى تأطير العدد x تأطير العدد $\frac{5}{3}$ إلى $0,1$ هو : $1,6\le\frac{5}{3}\le 1,7$	تأطير العدد $\frac{8}{3}$ إلى $0,01$ هو $2,66\le\frac{8}{3}\le 2,67$
تأطير مجموع : a و b عددان حقيقيان حيث : $1\le a\le 2$ و $3\le b\le 4$ أعط تأطيرا لـ $a+b$	لدينا : $\begin{cases}1\le a\le 2\\3\le b\le 4\end{cases}$ إذن : $1+3\le a+b\le 2+4$ ومنه : $4\le a+b\le 6$
تأطير جداء : a و b عددان حقيقيان حيث : $4\le a\le 5$ و $2\le b\le 3$ أعط تأطيرا لـ ab	لدينا : $\begin{cases}4\le a\le 5\\2\le b\le 3\end{cases}$ إذن : $2\times 3\le ab\le 5\times 3$ ومنه : $6\le ab\le 15$

التمرين 1: قارن العددين : $x+\frac{1}{3}$ و $x+\frac{3}{5}$

قارن العددين : $x+\frac{-1}{2}$ و $x+\frac{-2}{3}$

قارن العددين : $x+\frac{7}{5}$ و $x+\frac{-3}{2}$

التمرين 2 : قارن العددين : $3+\frac{3}{2}$ و $5+\frac{7}{3}$

الحـــل : لدينا : $3\leq 5$

بمأأن : $\begin{cases}3\leq 5\\ \frac{3}{2}\leq\frac{7}{3}\end{cases}$ فإن : $3+\frac{3}{2}\leq 5+\frac{7}{3}$

التمرين 3 : a و b عددان جذريان حيث $a\leq 4$ و $b\leq -3$

1- بين أن : $3a-7\leq 5$

2 - بين أن : $-2b+3\geq 9$

الحـــل : - لدينا $a\leq 4$ ومنه : $3a\leq 12$ لأن 3 موجب

إذن : $3a-7\leq 12-7$ أي : $3a-7\leq 5$

- لدينا $b\leq -3$ ومنه : $-2a\leq 6$ لأن 2- سالب

إذن : $\boxed{-2b+3\leq 6+3}$ أي : $-2b+3\leq 9$

التمرين 4 : حل المتراجحات التالية :

$2x-1>5$

$3x+2\geq x-4$

$2(x-3)\leq 2x+1$

الحـــل :

- حل المتراجحة $2x-1>5$ هو حل المتراجحات المتكافئة :

$2x-1+1>5+1$

$2x>6$

$\frac{1}{2}2x>6\times\frac{1}{2}$

ومنه $x>3$ أي الأعداد الجذرية الأكبر قطعا من 3

- حل المتراجحة $3x+2\geq x-4$ هو حل المتراجحات التالية

$3x+2-2-x\geq x-4-2-x$

$2x\geq -6$

$\frac{1}{2}\times 2x\geq -6\times\frac{1}{2}$

ومنه : $x\geq -3$ أي الأعداد الجذرية الأكبر من أو تساوي 3-

- حل المتراجحة $2(x-3)\leq 2x+1$ هو حل المتراجحات :

$2x-6\leq 2x+1$

$2x-6+6-2x\leq 2x+1-6-2x$

أي : $0x\leq -5$

إذن : هل توجد أعداد جذرية تحقق المتراجحة الأخيرة ؟

ومنه المتراجحة الأولى ليس لها حلول .

التمرين 5 : a و b عددان جذريان موجبان قطعا

قارن العددين $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ و 2

الحـــل : نحدد إشارة فرقهما

إذن: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2=\frac{a^2+b^2-2ab}{ab}$

ومنه : الفرق موجب $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2=\frac{(a+b)^2}{ab}$

وبالتالي : $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$

التمرين 6 : a و b عددان جذريان

قارن العددين a^2+b^2 و $2ab$

الحـــل : نحدد إشارة فرقهما

إذن : $a^2+b^2-2ab=(a-b)^2$

الفرق موجب لأن مربع عدد دائما موجبا.

وبالتالي : $a^2+b^2\geq 2ab$

التمرين 7 : a عدد جذري موجب حيث $a\leq 1$

قارن العددين a^2 و 1

الحـــل : لدينا $a\leq 1$ و a موجب إذن : $a\times a\leq 1\times a$

أي : $a^2\leq a$