الدرس 6: المتجهات والإزاحة

المتجهات

عناصر متجهة:
متجهة $\overrightarrow{AB}$

* الاتجاه: المستقيم (AB)
* المنحى: منحى نصف المستقيم $[AB)$ من A نحو B
* المنظم (المعيار): المسافة (الطول) AB

تساوي متجهتين:
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني أن

* لهما نفس الاتجاه: $(AB)//(CD)$
* لهما نفس المنحى: $A \to B \equiv C \to D$
* لهما نفس المنظم: $AB = CD$

مقابل متجهة
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ ← المتجهة المنعدمة

$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

المتجهة $\overrightarrow{BA}$ تسمى مقابل المتجهة $\overrightarrow{AB}$

متجهتان متعاكستان لهما نفس الحيزان ومنحى متعاكس

مجموع متجهتين

① علاقة شال:
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

② متوازي أضلاع
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ يعني أن $ABCD$ متوازي أضلاع

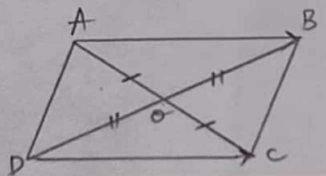
مجموع عدة متجهات
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AB}$

$\underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \dots + \overrightarrow{AB}}_{a \text{ مرة}} = a\overrightarrow{AB}$

ملاحظة: لجمع ثلاث متجهات (أو أكثر) نجمع متجهتين منهما، ثم نضيف إلى مجموعهما المتجهة الثالثة، وذلك باستعمال الإزاحة حتى نطبق علاقة شال.

متوازي أضلاع



$ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O

التساوي
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

المجموع
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

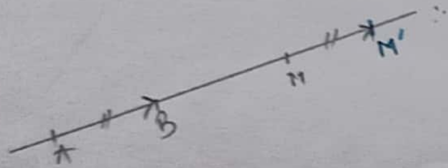
القطران
القطران $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف

لكي نبين أن $ABCD$ متوازي أضلاع، يكفي أن نبين علاقة واحدة من العلاقات السابقة

الإزاحة

تعريف:
النقطة M' هي صورة النقطة M بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ (أو التي تحول A إلى B) يعني أن: $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

الحالة ①: A و B و M نقط مستقيمية

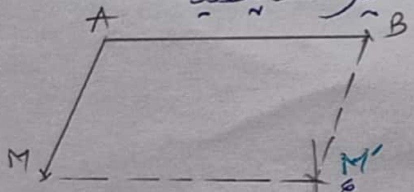


إذن: $M' \in (AB)$

أيضا: $M' \in [AB)$

و $MM' = AB$

الحالة ②: A و B و M نقط غير مستقيمية

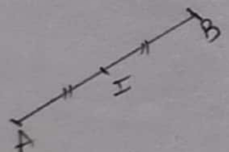


$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

يعني أن $ABM'M$ متوازي أضلاع

أي نبحث عن الرأس الرابع لمتوازي أضلاع باستعمال البركار.

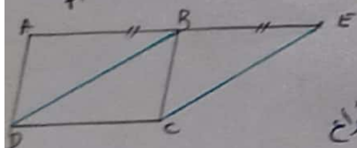
المنتصف:
I منتصف $[AB]$ يعني أن: $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ أو $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$



تمرين:
$ABCD$ متوازي أضلاع

E مماثلة A بالنسبة لـ B

بين أن $BECD$ متوازي أضلاع



الحل:

لدينا: $ABCD$ متوازي أضلاع

إذن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ①

ولدينا E مماثلة A بالنسبة لـ B

إذن B منتصف $[AE]$ أي أن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$ ②

من ① و ② نجد أن: $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$

ومنه فإن $BECD$ متوازي أضلاع

Rédigé par: Mr BENNASSER Jamal