تحليلية الجداء السلمي و تطبيقاته

نعتبر في جميع الفقرات أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

الصيغة التحليلية للجداء السلمي

إذا كانت $\vec{U}\left(x,y\right)$ **و** $\vec{V}\left(x',y'\right)$ **فإن** $\vec{U}.\vec{V}=xx'+yy'$

$\cos\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)=\dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}$ **و** $\sin\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)=\dfrac{d\acute{e}t\left(\vec{u},\vec{v}\right)}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}$

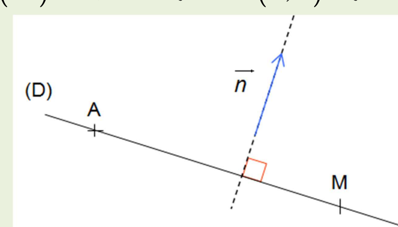
مساحة مثلث ABC **:** $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\left|d\acute{e}t\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right|$

المستقيم في المستوى

- **كل مستقيم** $\left(D\right)$ **معادلته الديكارتية تكتب على شكل** $ax+by+c=0$

المتجهة $\vec{u}\left(-b,a\right)$ **متجهة موجهة ل** $\left(D\right)$

المتجهة $\vec{n}\left(a,b\right)$ **متجهة منظمية ل** $\left(D\right)$



- **ليكن** $\left(D\right)$ **المستقيم المار من** $A\left(x_A,y_A\right)$ **و** $\vec{n}\left(a,b\right)$ **متجهة موجهة ل** $\left(D\right)$

لدينا $\left(D\right)=\left\{M\in\left(P\right)/\vec{n}.\overrightarrow{AM}=0\right\}$

- **الأوضاع النسبية لمستقيمين :**

لتكن $\vec{n}\left(a,b\right)$ **متجهة منظمية ل** $\left(D\right)$

و لتكن $\vec{n}'\left(c,d\right)$ **متجهة منظمية ل** $\left(\Delta\right)$

  - **إذا كانت** $d\acute{e}t\left(\vec{n},\vec{n}'\right)\neq 0$ **فإن** $\left(D\right)$ **و** $\left(\Delta\right)$ **متقاطعان في نقطة وحيدة**
  - **إذا كانت** $d\acute{e}t\left(\vec{n},\vec{n}'\right)=0$ **فإن** $\left(D\right)$ **و** $\left(\Delta\right)$**متوازيين**

مسافة نقطة عن مستقيم :

- ليكن $(D): ax+by+c=0$ و $H(x_H, y_H)$
- لدينا : $d(H,(D)) = \dfrac{|ax_H + by_H + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

معادلة ديكارتية لدائرة

لتكن (C) دائرة مركزها $\Omega(a,b)$ و شعاعها r

$$(C) = \{M \in (P) / \Omega M = r\}$$

أ. **معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بمركزها و شعاعها:**

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

ب. **معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بأحد أقطارها** $[AB]$

طريقة 1:

لدينا $\Omega(a,b)$ مركز (C) هو منتصف $[AB]$

أي : $a = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ و $b = \dfrac{y_A + y_B}{2}$

و شعاع الدائرة (C) هو $r = \dfrac{AB}{2}$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2$$

طريقة 2:

لتكن (C) دائرة أحد أقطارها $[AB]$

$$(C) = \{M \in (P) / \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0\}$$

ج. **معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بثلاث نقط**

لتكن (C) دائرة تمر من النقط A و B و C

(C) هي دائرة مركزها $\Omega(a,b)$ هي نقطة تقاطع واسطين من المثلث ABC و شعاع (C) هو : $r = \Omega A = \Omega B = \Omega C$

د. تمثيل بارامتري لدائرة

لتكن (C) **دائرة مركزها** $\Omega(a,b)$ **و شعاعها** r

$$\begin{cases} x = a + r\cos\theta \\ y = b + r\sin\theta \end{cases}$$

تحديد داخل و خارج الدائرة :

لتكن (C) **دائرة مركزها** Ω **و شعاعها** r **و** A **نقطة من المستوى**

- **إذا كانت** $\Omega A < r$ **فإن** A **توجد داخل الدائرة**
- **إذا كانت** $\Omega A = r$ **فإن** A **تنتمي إلى الدائرة**
- **إذا كانت** $\Omega A > r$ **فإن** A **توجد خارج الدائرة**

الأوضاع النسبية للدائرة و المستقيم في المستوى

ليكن (D) **المستقيم ذي المعادلة** $ax + by + c = 0$ **و لتكن** (C) **دائرة مركزها** $\Omega(x_\Omega, y_\Omega)$ **و شعاعها** r

و لتكن d **مسافة** $\Omega(x_\Omega, y_\Omega)$ **عن المستقيم** (D)

الحالة 1: إذا كان $d > r$ **فإن** (C) **و المستقيم** (D) **لا يتقاطعان**

الحالة 2: إذا كان $d = r$ **فإن المستقيم** (D) **و الدائرة** (C) **يتقاطعان في نقطة وحيدة و نقول أن** (D) **مماس للدائرة** (C)

الحالة 3: إذا كان $d < r$ **فإن** (D) **و** (C) **يتقاطعان في نقطتين مختلفتين**

معادلة المماس للدائرة (C) عند إحدى نقطها

ليكن (D) **المستقيم المماس للدائرة** (C) **في النقطة** H

لدينا : $M(x,y) \in (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{H\Omega}.\overrightarrow{HM} = 0$

تحديد مجموعة النقط M و إشارة الطريقة :

مجموعة النقط M **لتي تحقق**	**إشارة الطريقة**
$MA^2 + MB^2 = k$	**مبرهنة المتوسط :** $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$
$MA^2 - MB^2 = k$	**(** I **منتصف** $[AB]$ **)** $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=k$	(I منتصف $[AB]$) $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MI^2-\frac{AB^2}{4}$
$\frac{MA}{MB}=k$	$\frac{MA}{MB}=k \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MA}-k\overrightarrow{MB}\right).\left(\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}\right)=0$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{MG}.\overrightarrow{MH}=0$ مع H مرجح $(A,1)$ و (B,k) و G مرجح $(A,1)$ و $(B,-k)$
$aMA^2+bMB^2=k$	$aMA^2+bMB^2=a\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+b\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2=(a+b)MG^2+aGA^2+bGB^2$ مع $a+b\neq 0$