ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

درس المتتاليات:

متتالية حسابية

- لكي نبين أن متتالية حسابية نحسب: $u_{n+1}-u_n$ العدد r الذي نجده هو الأساس و $u_n=u_0+nr$ هي الكتابة بدلالة n

إذا كانت (u_n) متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول u_1 فان : $u_n=u_1+(n-1)r$

- مجموع حدود متتابعة لمتتالية $(u_n)_{n\in I}$ حسابية :

$n\succ p\geq n_0 \quad S_n=u_p+u_{p+1}+u_{p+2}+\cdots+u_n$

هو : $S_n=(n-p+1)\left(\frac{u_n+u_p}{2}\right)$

متتالية هندسية

- لكي نبين أن متتالية هندسية نحسب : $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ العدد q الذي نجده هو الأساس و $u_n=u_0\times q^n$ هي الكتابة بدلالة n

إذا كانت (u_n) متتالية هندسية أساسها q غير منعدم وحدها الأول u_0 فان : $u_n=u_0q^{n-0}$

إذا كانت (u_n) متتالية هندسية أساسها q غير منعدم وحدها الأول u_1 فان : $u_n=u_1q^{n-1}$

مجموع حدود متتابعة لمتتالية $(u_n)_{n\in I}$ هندسية أساسها q هو: $q\neq 1$

$$S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n=u_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$$

- نقول إن المتتالية (u_n) متقاربة إذا كانت تقبل نهاية منتهية l و نقول إن المتتالية (u_n) متباعدة إذا كانت غير متقاربة
- كل متتالية تزايدية و مكبورة هي متقاربة و كل متتالية تناقصية و مصغورة هي متقاربة

خاصية: ليكن a عددا حقيقيا 1)إذا كان : $a\succ 1$ فان : (a^n) تؤول إلى $+\infty$ 2)إذا كان : $a=1$ فان : (a^n) تؤول إلى 1

3) إذا كان : $-1\prec a\prec 1$ فان : (a^n) تؤول إلى 0 4)إذا كان : $a\leq -1$ فان : المتتالية (a^n) ليست لها نهاية

خاصية: إذا كانت (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول من I من $\mathbb{R}$ و بالعلاقة $u_{n+1}=f(u_n)$ بحيث : f دالة متصلة علي مجال I و $f(I)\subset I$ و (u_n) متقاربة فان : نهايتها l حل للمعادلة : $f(x)=x$

العمليات على النهايات

$\lim u_n$	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim v_n$	l'	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim(u_n+v_n)$	$l+l'$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	ش غ م

$\lim u_n$	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$l\prec 0$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	∞
$\lim v_n$	$l'\neq 0$	$+\infty$	$-\infty$	$l\prec 0$	$-\infty$	∞	∞	0	
$\lim\frac{u_n}{v_n}$	$\frac{l}{l'}$	0^+	0^-	0^-	$+\infty$	0^+	0	شغ م	شغ م

$\lim u_n$	$l\neq 0$	0^+	0^-	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\frac{1}{u_n}$	$\frac{1}{l}$	$+\infty$	$-\infty$	0^+	0^-

$\lim u_n$	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	∞
$\lim v_n$	l'	$l\succ 0$	$l\prec 0$	$l\succ 0$	$l\prec 0$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	0
$\lim(u_n\times v_n)$	$l\times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	ش غ م

خاصية :لتكن (u_n) و (v_n) متتاليتين عدديتين و l و α عددين حقيقيين بحيث $\alpha\succ 0$

إذا كانت : $\forall n\geq p \quad |v_n-l|\leq \alpha u_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$

فان : المتتالية (v_n) متقاربة و $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=l$

خاصية : لتكن (u_n) و (v_n) و (w_n) متتاليات عددية

إذا كانت: $\forall n\geq p \quad w_n\prec u_n\prec v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=\lim\limits_{n\to+\infty}w_n=l$

فان : المتتالية (u_n) متقاربة و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=l$

خاصية:لتكن (u_n) و (v_n) متتاليتين عدديتين متقاربتين

و l و l' عددين حقيقيين بحيث $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=l$, $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=l'$

إذا كانت : $u_n\geq v_n$ فان : $l\geq l'$

ملاحظات :

- ❖ نهاية متتالية حدودية هي نهاية حدها الأكبر درجة
- ❖ نهاية متتالية جذرية هي خارج نهاية حديها الأكبر درجة.