

حساب التكامل

2 ع ت

1. تكامل دالة على مجال مغلق :

لتكن f دالة متصلة على مجال I و F دالة أصلية عليه.
العدد $F(b) - F(a)$ غير مرتبط بالدالة الأصلية F ويسمى تكامل f

من a إلى b ويرمز له بالرمز : $\int_a^b f(x)dx$

نكتب $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$

المتغير x في التكامل $\int_a^b f(x)dx$ صامت ولدينا :

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du...$$

2. علاقة شال :

لكل a و b و c من المجال I :

$$\int_a^b f(t)dt = \int_a^c f(t)dt + \int_c^b f(t)dt$$

نتائج :

$$\int_a^a f(t)dt = 0.$$

$$\int_b^a f(t)dt = -\int_a^b f(t)dt.$$

3. خطانية التكامل :

$$\int_a^b (f(t) + g(t))dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt .$$

$$\int_a^b \alpha f(t)dt = \alpha \int_a^b f(t)dt .$$

4. الدالة الأصلية التي تعتمد في نقطة :

الدالة الأصلية للدالة f التي تعتمد في عدد a هي $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$

5. التكامل والترتيب :

إذا كان : $f(t) \geq 0$ لكل t من $[a, b]$

$$\int_a^b f(t)dt \geq 0$$

إذا كان : $f(t) \geq g(t)$ لكل t من $[a, b]$

$$\int_a^b f(t)dt \geq \int_a^b g(t)dt$$

إذا كان : $a \leq b$

$$\left| \int_a^b f(t)dt \right| \leq \int_a^b |f(t)|dt$$

إذا كان : $a \leq b$

فإن : $\left| \int_a^b f(t)dt \right| \leq M(b-a)$ حيث M هي القيمة القصوى

للدالة f على $[a, b]$.

6. القيمة المتوسطة :

إذا كان $a < b$

$$\text{فإن : } (\exists c \in [a, b]) : f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)dt$$

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)dt .$$

μ يسمى القيمة المتوسطة للدالة f على $[a, b]$

7. حساب تكامل باستعمال مكاملة بالأجزاء :

إذا كانت : u و v دالتين ق ش و u' و v' متصلتين على $[a, b]$

$$\text{فإن : } \int_a^b u'(t)v(t)dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u(t)v'(t)dt$$

هذه المتساوية تسمى صيغة المكاملة بالأجزاء

8. حساب المساحات :

مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى دالتين متصلتين على I والمستقيمين
المعرفين بالمعادلتين $x = a$ و $x = b$ هي :

$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

. مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى f ومحور الأفاصل والمستقيمين

$$\text{المعرفين بالمعادلتين } x = a \text{ و } x = b \text{ هي } \int_a^b |f(x)| dx \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

. مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى f والمستقيم (Δ) الذي معادلته

$$y = ax + b \text{ والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين } x = a \text{ و } x = b \text{ هي}$$

$$\int_a^b |f(x) - (ax + b)| dx \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

حيث ua هي وحدة قياس المساحة ولدينا : $ua = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$

9. حساب حجم مجسم :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد منظم .

لتكن f دالة معرفة على مجال $[a, b]$.

حجم الجسم المولد بدوران منحنى f حول محور الأفاصل هو :

$$\int_a^b \pi (f(t))^2 dt \quad uv$$

حيث uv هي وحدة قياس الحجم ولدينا $uv = \|\vec{i}\|^3$

