

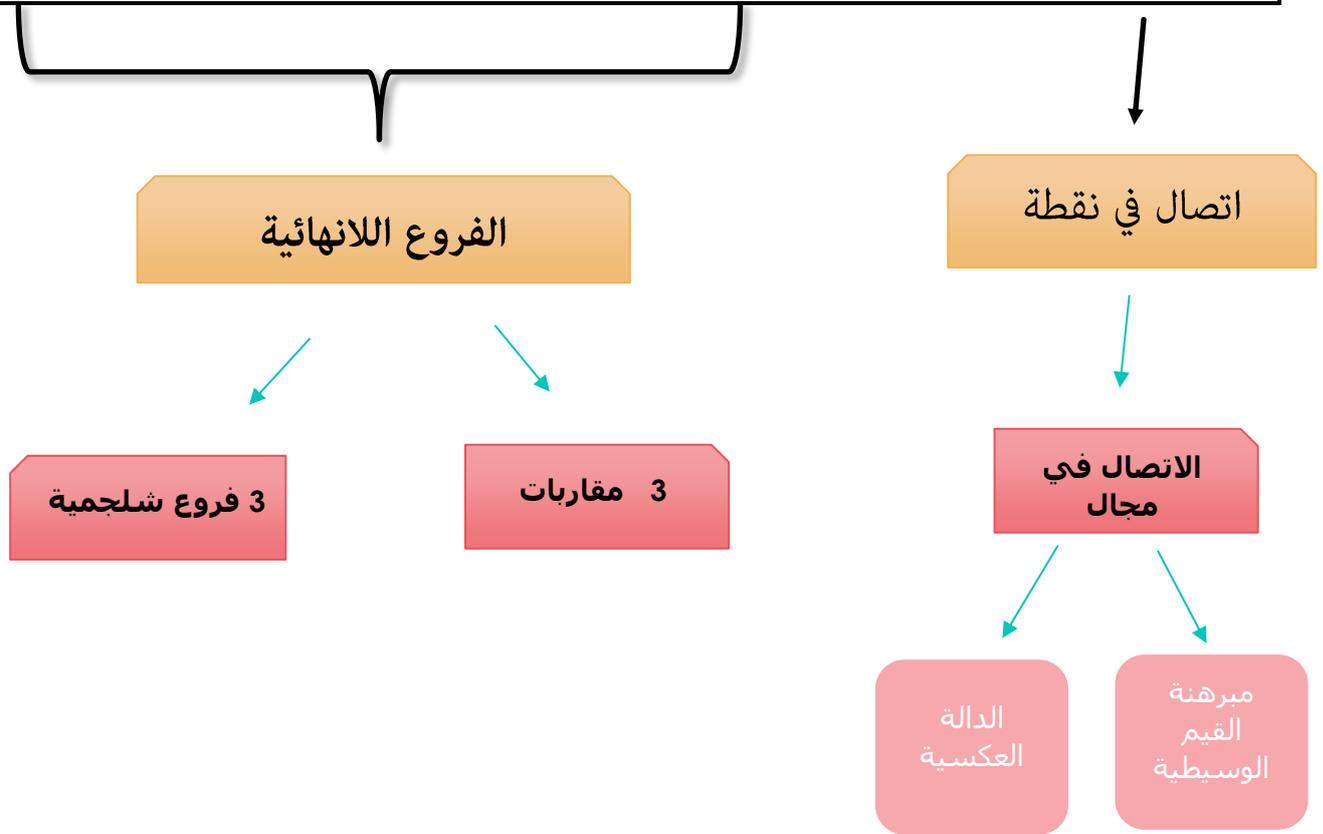
1. أنواع النهايات
2. الاتصال في نقطة
3. الاتصال على مجال
4. مبرهنة القيم الوسيطة
5. الدالة العكسية

- I. النهايات والاتصال
- II. حساب النهايات و الفروع اللانهائية
- III. دراسة الإشارة
- IV. الاشتقاق
- V. تغيرات -تقعر- وضع نسبي
- VI. نقط هامة
- VII. ملخص لقواعد $\ln x$ و e^*

- المجزوءة :
- A. دراسة الدوال العددية
 - B. المتتاليات العددية
 - C. حساب التكامل
 - D. الأعداد العقدية

1. هناك أربع أنواع من النهايات

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty \quad \# \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b \quad \# \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty \quad \# \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \quad \#$$



2. الاتصال في نقطة :

نقول أن f متصلة في العدد x_0 إذا تحقق ما يلي : $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l = f(x_0)$ حيث : $l \in \mathbb{R}$

3. الاتصال على مجال :

تكون f متصلة على مجال مفتوح $]a, b[$ إذا كانت f متصلة في كل عنصر من المجال $]a, b[$

العمليات على الدوال المتصلة و نتائج :

<p>لتكن f و g دالتين متصلتين على مجال I و k عدد حقيقي</p> <ul style="list-style-type: none"> • الدوال $f + g$ و $f \cdot g$ و kf متصلة على المجال I • إذا كانت g لا تنعدم على فإن الدالتين $\frac{f}{g}$ و $\frac{1}{g}$ متصلتين على المجال I 	العمليات على الدوال المتصلة
<ul style="list-style-type: none"> • كل دالة حدودية متصلة على \mathbb{R} • كل دالة جذرية ودالة لا جذرية متصلة على مجموعة تعريفها • الدالة اللوغاريتمية $\ln(x)$ متصلة على $]0, +\infty[$ • الدالة الأسية e^x متصلة على \mathbb{R} 	نتائج :

لتحديد صورة مجال :

المجال $f(I)$		المجال I
I تزايدية على f	f تناقصية على I	
$f([a, b]) = [f(a), f(b)]$	$f([a, b]) = [f(b), f(a)]$	$[a, b]$
$f([a, b[) = [f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)[$	$f([a, b[) =]\lim_{x \rightarrow b^-} f(x), f(a)]$	$[a, b[$
$f(]a, b]) =]\lim_{x \rightarrow a^+} f(x), f(b)]$	$f(]a, b]) = [f(b), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)[$	$]a, b]$
$f(]a, b[) =]\lim_{x \rightarrow a^+} f(x), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)[$	$f(]a, b[) =]\lim_{x \rightarrow b^-} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)[$	$]a, b[$
$f([a, +\infty[) = [f(a), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$	$f([a, +\infty[) =]\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), f(a)]$	$[a, +\infty[$
$f(]a, +\infty]) =]\lim_{x \rightarrow a^+} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)]$	$f(]a, +\infty]) =]\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)]$	$]a, +\infty]$
$f(]-\infty, b]) =]\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), f(b)]$	$f(]-\infty, b]) = [f(b), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)[$	$] -\infty, b]$
$f(]-\infty, b[) =]\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)[$	$f(]-\infty, b[) =]\lim_{x \rightarrow b^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)[$	$] -\infty, b[$
$f(\mathbb{R}) =]\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$	$f(\mathbb{R}) =]\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)[$	\mathbb{R}

معلومة بينانا : صورة مجال أتتبعنا ف مبرهنة القيم الوسيطة و الدالة العكسية أو باش تحسبها ضروري تكون الدالة رتيبة

4. مبرهنة القيم الوسيطة :

بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على مجال مفتوح I

شروطها :

f متصلة على المجال I ○

f رتيبة على المجال I ○

$0 \in f(I)$ ○

○ اذا طلب التحقق أن $\alpha \in]a, b[$ نتحقق من أن : $f(a) \times f(b) < 0$



ملاحظات :

عند الإجابة على هذا السؤال نستنتج ما يلي :

✓ مبيانيا : (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها α

✓ جبريا : $f(\alpha) = 0$

5. الدالة العكسية

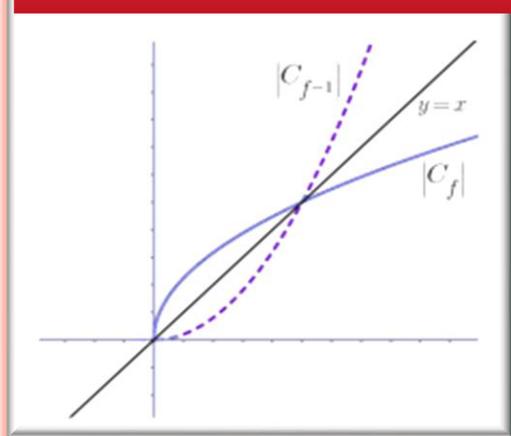
سؤال : بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال J

جواب : نبين أن : f دالة متصلة ورتيبة قطعاً على المجال I فإن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال $J = f(I)$

لتحديد صيغة الدالة العكسية :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x \in J \quad \forall y \in I \\ f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow f(y) = x \end{array} \right. \text{ نستعين بالتكافؤ التالي :}$$

التمثيلان المبيانيان للدالتين
 f و f^{-1} متماثلان للمنصف
الأول للمعلم



اتصال الدالة العكسية

إذا كانت f دالة متصلة ورتيبة قطعاً على المجال I
فإن الدالة عكسية f^{-1} متصلة على المجال $f(I)$

اشتقاق الدالة العكسية

لتكن f دالة متصلة ورتيبة قطعاً على المجال I
إذا كانت f قابلة للاشتقاق على المجال I و $f' \neq 0$
فدينا ،

$$\forall x \in f(I) \quad (f^{-1})'(x_0) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x_0))}$$