الدرس 7 : تقديم الأعداد الحقيقية

I - الجذر المربع لعدد جذري موجب :

1) تعريف :

إذا كان a عددا جذريا موجبا فإنه يوجد عدد حقيقي x يحقق $x^2 = a$

العدد x يسمى الجذر المربع للعدد a ونكتب

$$\boxed{x = \sqrt{a}}$$

2) أمثلة :

$x^2 = 11$ يعني أن $x = \sqrt{11}$

$x^2 = \frac{1}{2}$ يعني أن $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$x^2 = \frac{17}{3}$ يعني أن $x = \sqrt{\frac{17}{3}}$

* ملاحظات مهمة :

- الكتابة $\sqrt{a}$ ليس لها معنى إلا إذا كان $\boxed{a \geq 0}$ أي أن ما بداخل الجذر المربع يجب أن يكون موجبا.
- العدد $\sqrt{7}$ يقرأ جذر مربع 7 وهو ليس بعدد عشري ولا نسبي ولا جذري وإنما يسمى عدد حقيقي.

3) خاصية أساسية :

أ - خاصية :

a عدد جذري موجب : $\sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2 = a$

* ملاحظة :

- إذا كان a عدد جذري موجب فإن الكتابات $\sqrt{a^2}$ و $\sqrt{a}^2$ و $(\sqrt{a})^2$ كلها متساوية

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2 = (\sqrt{a})^2 = a$$

- مقابل العدد $\sqrt{a}$ هو العدد $-\sqrt{a}$

انتبه إشارة "-" توجد خارج الجذر وليس داخله

- مقلوب العدد $\sqrt{a}$ هو العدد $\frac{1}{\sqrt{a}}$

ب - أمثلة للحفظ

* جدول بعض المربعات الكاملة.

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81

* أمثلة للحفظ :

* $\sqrt{0^2} = \sqrt{0^2} = 0$
* $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$
* $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$
* $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$
* $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$
* $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$
* $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$
* $\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13$
* $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$
* $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$
* $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$
* $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$
* $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$
* $\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$
* $\sqrt{196} = \sqrt{14^2} = 14$

* ملاحظة :

إذا كان العدد الذي داخل الجذر المربع مربعا كاملا فإن الجذر يختفي، وإذا لم يكن كذلك فإن الجذر يبقى.

II - تطبيقات :

1) مبرهنة فيتاغورس

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث: $AB = 4cm$ و $BC = 5cm$ لنحسب AC

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$5^2 = 4^2 + AC^2$$
$$25 = 16 + AC^2$$
$$AC^2 = 25 - 16$$
$$AC^2 = 9$$
$$AC = \sqrt{9}$$

وبالتالي فإن: $\boxed{AC = 3\,cm}$

* ملاحظة :

إذا وجدنا مثلا $BC = \sqrt{5}$

نستعمل الآلة الحاسبة لتحديد القيمة المقربة لـ $\sqrt{5}$

إذن: $BC \simeq 2,23cm$

2) حل المعادلة $x^2=a$ و $(a\geq 0)$

* المعادلة $x^2=3$ تكافئ على التوالي

$$x^2-3=0$$
$$x^2-\sqrt{3}^2=0$$
$$(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})=0$$

$x-\sqrt{3}=0$ أو $x+\sqrt{3}=0$

$x=\sqrt{3}$ أو $x=-\sqrt{3}$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$

* المعادلة $x^2=49$ تكافئ على التوالي

$$x^2-49=0$$
$$x^2-7^2=0$$
$$(x-7)(x+7)=0$$

$x-7=0$ أو $x+7=0$

$x=7$ أو $x=-7$

إذن هذه المعادلة تقبل حلين هما 7 و -7

* ملاحظات:

- إذا كان $a\geq 0$ فإن حلول المعادلة $x^2=a$ هما العددان $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$
- إذا كان $a<0$ فإن المعادلة $x^2=a$ ليس لها حل

المعادلة $x^2=-5$ ليس لها حل لأن $-5<0$

3) الجذر المربع والعمليات:

1)

$$A=\sqrt{25}+\sqrt{3}^2$$
$$=\sqrt{5^2}+\sqrt{3}^2$$
$$=5+3 \Rightarrow \boxed{A=8}$$

2)

$$B=\sqrt{\frac{81}{4}}-\sqrt{\frac{16}{4}}$$
$$=\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2}-\sqrt{4}$$
$$=\frac{9}{2}-\sqrt{2^2}$$
$$=\frac{9}{2}-2=\frac{5}{2}$$

$$C=\frac{\sqrt{121}}{\frac{7}{\sqrt{9}}}\times\sqrt{8}^2=\frac{\sqrt{11^2}}{\frac{7}{\sqrt{3^2}}}\times\sqrt{8}^2$$
$$=\frac{11}{\frac{7}{3}}\times 8=11\times\frac{3}{7}\times 8=\frac{264}{7}$$