الدرس 6: المستقيمات الموازية لأضلاع مثلث

I - المستقيم المار من منتصفي ضلعي مثلث:

1) نشاط 3:

ABC مثلث، M و N هما على التوالي منتصفا القطعتين [AB] و [AC]

لتكن D مماثلة M بالنسبة للنقطة N

1) أنشئ الشكل

2) أ- بين أن الرباعي AMCD متوازي أضلاع

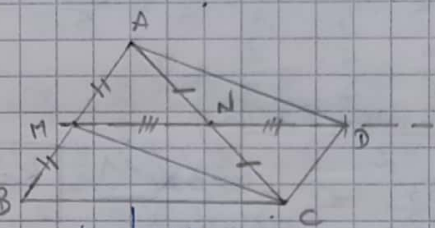
ب- استنتج أن $AM=MB=DC$

3) أ- بين أن الرباعي BCDM متوازي أضلاع

ب- استنتج أن $(MN)//(BC)$ و $MN=\frac{1}{2}BC$

الحل:

1) الشكل



2) أ- لدينا D مماثلة M بالنسبة للنقطة N

إذن N منتصف [MD]

ولدينا N منتصف [AC]

إذن القطعتان [MD] و [AC] لهما نفس المنتصف N

وبالتالي فإن AMCD متوازي أضلاع.

ب- لدينا M منتصف [AB] إذن: $AM=MB$

ولدينا: AMCD متوازي أضلاع إذن: $AM=CD$

إذن $\boxed{AM=MB=CD}$

3) أ- لدينا AMCD متوازي أضلاع إذن: $(AM)//(CD)$

أي أن: $(BM)//(CD)$ ①

ونعلم أن $BM=CD$ ②

من ① و ② نستنتج أن الرباعي BCDM متوازي أضلاع

ب- لدينا BCDM متوازي أضلاع إذن: $(BC)//(MD)$

أي أن: $(BC)//(MN)$ و $MD=BC$

ولدينا N منتصف [DM] إذن: $MN=\frac{1}{2}MD$

إذن: $\boxed{MN=\frac{1}{2}BC}$

2) خاصية 1:

المستقيم المار من منتصفي ضلعي مثلث يوازي حامل الضلع الثالث.

بتعبير آخر: ABC مثلث

إذا كان $\left\{\begin{array}{l}M \text{ منتصف } [AB] \\ N \text{ منتصف } [AC]\end{array}\right.$ فإن: $\boxed{(MN)//(BC)}$

3) خاصية 2:

طول القطعة التي طرفيها منتصفي ضلعي مثلث يساوي نصف طول الضلع الثالث.

بتعبير آخر: ABC مثلث.

إذا كان $\left\{\begin{array}{l}M \text{ منتصف } [AB] \\ N \text{ منتصف } [AC]\end{array}\right.$ فإن: $\boxed{MN=\frac{1}{2}BC}$

4) تمرين تطبيقي:

ABC مثلث

E مماثلة A بالنسبة للنقطة B و F مماثلة A بالنسبة للنقطة C

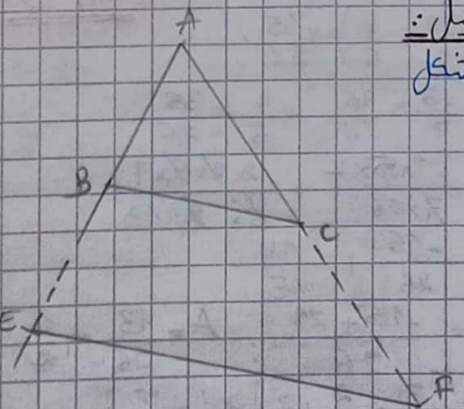
أنشئ الشكل

أثبت أن: $(EF)//(BC)$

بين أن: $BC=\frac{1}{2}EF$

*** الحل:**

1) الشكل



2) نعتبر المثلث AEF

لدينا E و F مماثلتي A بالنسبة للنقطتين B و C على التوالي

إذن: $\left\{\begin{array}{l}B \text{ منتصف } [AE] \\ C \text{ منتصف } [AF]\end{array}\right.$ إذن حسب الخاصية ① فإن: $(EF)//(BC)$

3) نعتبر المثلث AEF

لدينا $\left\{\begin{array}{l}B \text{ منتصف } [AE] \\ C \text{ منتصف } [AF]\end{array}\right.$ إذن حسب الخاصية ② فإن: $BC=\frac{1}{2}EF$

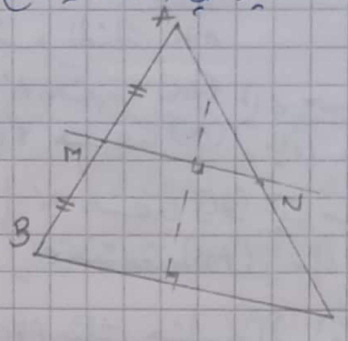
II - المستقيم المار من منتصف أحد أضلاع مثلث والموازي لحامل الضلع الثاني:

1) مثال:

ABC مثلث و M منتصف $[AB]$

(Δ) مستقيم يمر من M ويوازي (BC) ، ويقطع $[AC]$ في N

ماذا تلاحظ؟



نلاحظ أن N منتصف $[AC]$

2) خاصية ③:

المستقيم المار من منتصف أحد أضلاع مثلث والموازي لحامل الضلع الثاني يقطع الضلع الثالث في منتصفه.

بتعبير آخر: ABC مثلث

إذا كان: * M منتصف $[AB]$
* (Δ) مستقيم يمر من M ويوازي (BC) ويقطع $[AC]$ في N

فإن N منتصف $[AC]$

3) تمرين تطبيقي:

$ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O و M منتصف $[AB]$

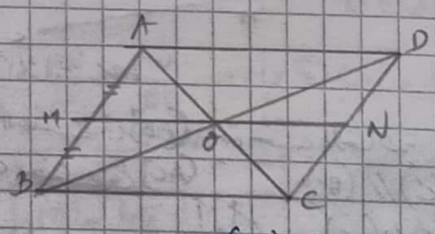
المستقيم (OM) يقطع $[CD]$ في النقطة N

1) أنشئ الشكل

2) أثبت أن N منتصف $[CD]$

الحل:

1)



2) لنبين أولا أن: $(OM)//(DC)$

نعتبر المثلث ABC

لدينا: M منتصف $[AB]$ ، O منتصف $[AC]$ (O مركز متوازي أضلاع $ABCD$)

إذن حسب الخاصية ① فإن: $(OM)//(BC)$

* لنبين أن N منتصف $[DC]$

نعتبر المثلث BDC

لدينا: * O منتصف $[BD]$
* المستقيم (OM) يمر من O ويوازي (BC) ، ويقطع $[DC]$ في N وبالتالي حسب الخاصية ③

فإن N منتصف $[DC]$

III - المستقيم الموازي لضلع في مثلث:

1) نشاط ②:

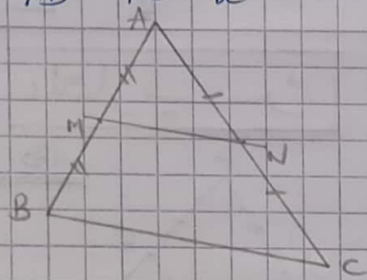
ABC مثلث و M منتصف $[AB]$ و N منتصف $[AC]$

1) أنشئ الشكل.

2) بين أن $(MN)//(BC)$

3) أثبت أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

1)



2) نعتبر المثلث ABC

لدينا: M منتصف $[AB]$ ، N منتصف $[AC]$ إذن حسب الخاصية ①

فإن: $(MN)//(BC)$

3) لدينا: M منتصف $[AB]$ إذن: ① $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$

N منتصف $[AC]$ إذن: ② $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$

إذن حسب الخاصية ② فإن: $MN = \frac{1}{2} BC$

أي أن: ③ $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$

من ① و ② و ③ نستنتج أن $\boxed{\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}}$

2) خاصية ④: خاصية طاليس

ABC مثلث

إذا كان: M نقطة من $[AB]$ و N نقطة من $[AC]$ بحيث $(MN)//(BC)$

فإن: $\boxed{\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}}$

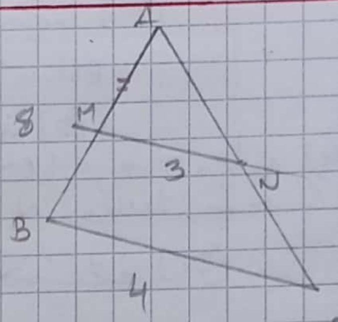
3) تمرين تطبيقي:

ABC مثلث، M نقطة من $[AB]$ و N نقطة من $[AC]$

بحيث: $(MN)//(BC)$ و $AB = 8$ ، $BC = 4$ و $MN = 3$

أحسب AM

*الحل:



نعتبر المثلث ABC

لدينا {M نقطة من [AB] و N نقطة من [AC] بحيث $(MN)//(BC)$

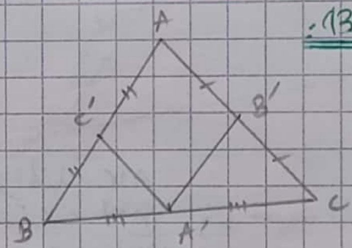
إذن حسب الخاصية ④ فإن: $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

إذن: $\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$ أي أن: $\frac{AM}{8}=\frac{3}{4}$

$AM=\frac{8\times3}{4} \Rightarrow \boxed{AM=6}$

التمارين

*تمرين 1 ص 133:



في المثلث ABC

لدينا {A' منتصف [BC] و B' منتصف [AC]} إذن حسب الخاصية ① فإن: $(A'B')//(AB)$

أي أن: $(A'B')//(AC')$ ①

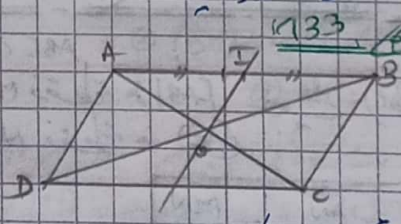
في المثلث ABC

لدينا {A' منتصف [BC] و C' منتصف [AB]} إذن حسب الخاصية ① فإن: $(A'C')//(AC)$

أي أن: $(A'C')//(AB')$ ②

من ① و ② نجد أن الرباعي AB'A'C' متوازي أضلاع

*تمرين 3 ص 133:



ABCD متوازي أضلاع مركزه O

إذن O منتصف [AC]

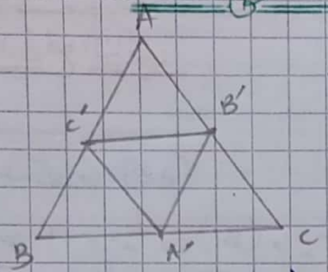
نعتبر المثلث ABC

لدينا: {I منتصف [AB] و O منتصف [AC]}

إذن حسب الخاصية ① فإن: $(IO)//(BC)$

*تمرين 6 ص 133:

① الشكل.



② نعتبر المثلث ABC

لدينا: {A' منتصف [BC] و B' منتصف [AC]} إذن حسب الخاصية ② فإن: $A'B'=\frac{1}{2}AB$ ①

ولدينا {A' منتصف [BC] و C' منتصف [AB]} إذن حسب الخاصية ② فإن: $A'C'=\frac{1}{2}AC$ ②

ولدينا ABC مثلث متساوي الساقين في A

إذن: $AB=AC$ ③

من ① و ② و ③ نجد أن: $\boxed{A'B'=A'C'}$

وبالتالي فإن المثلث A'B'C' متساوي الساقين في A'

③ في المثلث ABC

لدينا {A' منتصف [BC] و B' منتصف [AC]} إذن حسب الخاصية ① فإن: $(A'B')//(AB)$

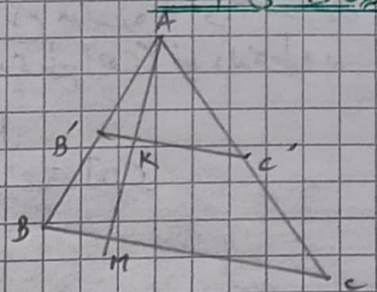
أي أن: $(A'B')//(AC')$

بنفس الطريقة السابقة نبين أن: $(A'C')//(AB')$

إذن الرباعي AB'A'C' متوازي أضلاع

ولدينا $A'B'=A'C'$ إذن الرباعي AB'A'C' معين.

*تمرين 13 ص 134:



نعتبر المثلث ABC

لدينا {B' منتصف [AB] و C' منتصف [AC]} إذن حسب الخاصية ① فإن: $(B'C')//(BC)$

أي أن: $(KC')//(MC)$

نعتبر المثلث AMC

لدينا * C' منتصف [AC] * $(KC')//(MC)$ و $K\in[AM]$

إذن حسب الخاصية ③ فإن K منتصف [AM]