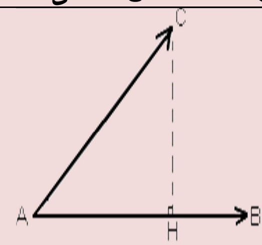
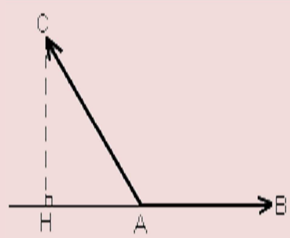
الجداء السلمي

منظم متجهة

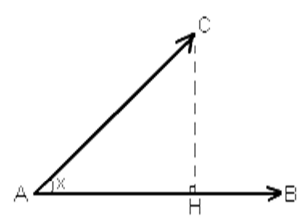
لتكن $\vec{u}$ متجهة و A و B نقطتين من المستوى بحيث : $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$
نرمز لمنظم المتجهة $\vec{u}$ بالرمز $\|\vec{u}\|$ و المعرف بما يلي $\|\vec{u}\| = AB$

الجداء السلمي لمتجهتين

لتكن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متجهتين غير منعدمتين و لتكن H المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB). الجداء السلمي للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ نرمز له ب : $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC}$ و هو العدد الحقيقي المعرف بما يلي : $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AH}$

إذا كانت للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AH}$ نفس المنحى	إذا كانت للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AH}$ منحيان متعاكسان
 $\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH}$	 $\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \times AH}$

الصيغة المثلثية للجداء السلمي



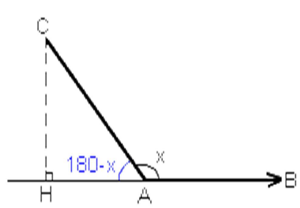
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH$

Mais comme $\cos(x) = \dfrac{AH}{AC}$

$AH = AC \times \cos(x)$

et donc

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(x)$



$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \times AH$

Mais comme $\cos(180-x) = \dfrac{AH}{AC}$

$AH = AC \times \cos(180-x) = -AC \times \cos(x)$

donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \times (-AC \times \cos(x))$

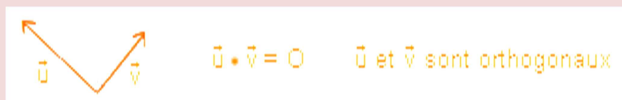
d'où $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(x)$

الجداء السلمي للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ هو العدد الحقيقي المعرف بما يلي : $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos(x)$
(حيث x هو قياس للزاوية المحصورة بين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$)

تعامد متجهتين

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين من المستوى

$$\vec{u}\bullet\vec{v}=0\Leftrightarrow\vec{u}\perp\vec{v}$$



لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ ثلاث متجهات من المستوى و ليكن α و β عددين حقيقيين

- $\vec{u}\bullet\vec{v}=\vec{v}\bullet\vec{u}$
- $\vec{u}\bullet(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\bullet\vec{v}+\vec{u}\bullet\vec{w}$
- $(\alpha\vec{u})\bullet(\beta\vec{v})=\alpha\beta\times(\vec{u}\bullet\vec{v})$
- $\vec{u}\bullet\vec{u}=\vec{u}^2=\|\vec{u}\|^2$ **(المربع السلمي)**
- $(\vec{u}+\vec{v})^2=\|\vec{u}+\vec{v}\|^2=\|\vec{u}\|^2+2\vec{u}\bullet\vec{v}+\|\vec{v}\|^2$
- $(\vec{u}-\vec{v})^2=\|\vec{u}-\vec{v}\|^2=\|\vec{u}\|^2-2\vec{u}\bullet\vec{v}+\|\vec{v}\|^2$
- $(\vec{u}-\vec{v})\bullet(\vec{u}+\vec{v})=\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2$

العلاقات المترية في مثلث قائم الزاوية

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A و لتكن . H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) ، لدينا :

- $BC^2=AB^2+AC^2$
- $AH^2=HB\times HC$
- $AB^2=BH\times BC$
- $AC^2=CH\times CB$

مبرهنة المتوسط

ليكن ABC مثلثا بحيث I منتصف $[AB]$ لدينا : $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{1}{2}BC^2$

مبرهنة الكاشي

ليكن ABC مثلثا ، لدينا :

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA \times CB \cos\left(\hat{c}\right)$$

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2BA \times BC \cos\left(\hat{b}\right)$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cos\left(\hat{a}\right)$$