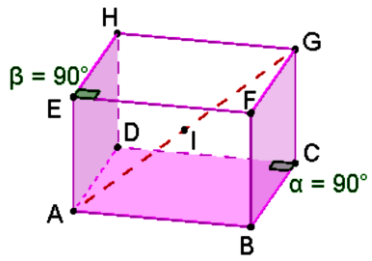
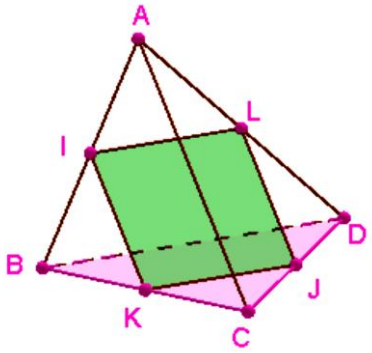
.01



ليكن ABCDEFGH متوازي مستطيلات قائم و النقطة I حيث $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AG}$.

1. حدد المتجهة $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$.
2.
   - أ- استنتج : $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{IE}=3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AG}$.
   - ب- استنتج : $\overrightarrow{IE}=-\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{ID}$.
   - ج- أعط استنتاج للنتيجة المحصل عليها.

.02



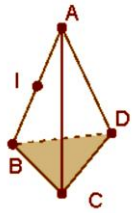
ليكن ABCD رباعي أوجه .

النقط I و J و K و L منتصفات القطع [AB] و [CD] و [BC] و [AD] .

O منتصف [IJ] .

1. بين أن IKJL متوازي الأضلاع .

.03

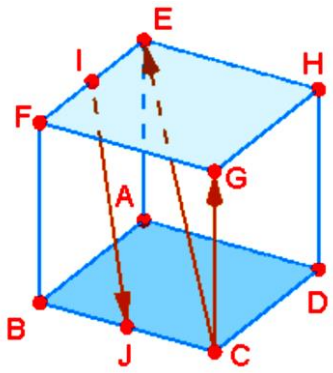


ليكن ABCD رباعي أوجه . النقطة I منتصف [AB] .

النقطة E مماثلة النقطة D بالنسبة ل C . F النقطة تحقق $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{DB}$.

1. أنشئ E و F .
2. بين أن : المستقيمين (IC) و (EF) متوازيان .

.04

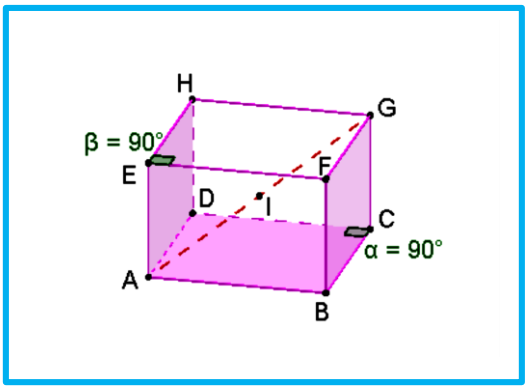


ليكن ABCDEFGH مكعب رباعي .

النقطتان I و J منتصفي [EF] و [BC] .

1. بين أن المتجهات $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{CE}$ و $\overrightarrow{CG}$ مستوائية .

01. التمرين الاول



1. تحديد المتجهة $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AE}$$
$$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AE}$$
$$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CG}$$
$$=\overrightarrow{AG}$$

خلاصة : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AG}$

2.

أ- استنتج ان $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{IE}=3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AG}$

لدينا :

$$\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AE}$$
$$=3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$$
$$=3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AG}$$

خلاصة : $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{IE}=3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AG}$

ب- استنتج ان $\overrightarrow{IE}=-\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{ID}$

لدينا : $3\overrightarrow{AI}=-\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{GA}$

وحسب ما سبق : $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{IE}=3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AG}$

إذن :

$$\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{IE}=3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AG}$$
$$=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AG}$$
$$=\vec{0}$$

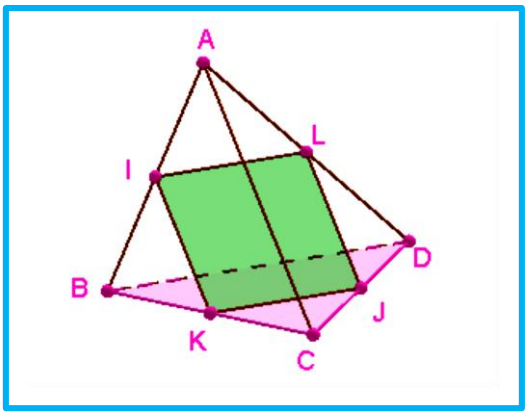
خلاصة : $\overrightarrow{IE}=-\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{ID}$

ج- استنتاج للنتيجة المحصل عليها

لدينا $\overrightarrow{IE}=-\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{ID}$

ومنه : $\overrightarrow{ID}$ و $\overrightarrow{IB}$ و $\overrightarrow{IE}$ مستوائية (تكتب احداهما بدلالة الأخرى)

02. التمرين الثاني



1. لنبين ان : IJKL متوازي الاضلاع

يكفي ان نبين ان $\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{LJ}$ أو $\overrightarrow{KJ}=\overrightarrow{IL}$

لدينا :

$$\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BK}$$
$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$
$$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

ومنه $\overrightarrow{IK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ (1)

من جهة أخرى :

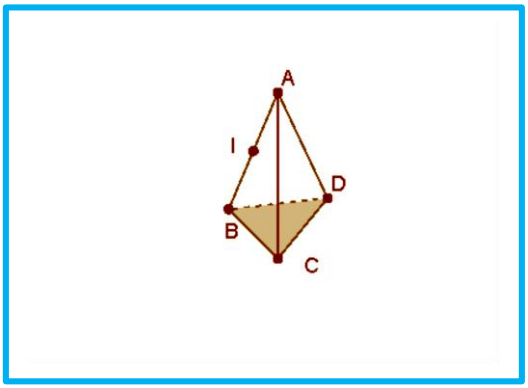
$$\begin{aligned}\overrightarrow{LJ}&=\overrightarrow{LD}+\overrightarrow{DJ}\\&=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}\\&=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}\right)\\&=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\end{aligned}$$

و منه $\overrightarrow{LJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج ان $\overrightarrow{LJ}=\overrightarrow{IK}$

خلاصة : $IJKL$ متوازي الاضلاع

03. التمرين الثالث



1. إنشاء E و F أنظر الشكل

2. لنبين ان المستقيمين (IC) و (EF) متوازيان

نبين ان المتجهتين $\overrightarrow{IC}$ و $\overrightarrow{EF}$ مستقيميتين

لدينا :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CI}&=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AI}\\&=\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$

و لدينا : $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{CI}=2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}$ إذن : $2\overrightarrow{CI}=2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}$ (1)

و لدينا :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EF}&=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AF}\\&=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CA}\\&=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}\\&=2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$

و منه : $\overrightarrow{EF}=2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}$ (2)

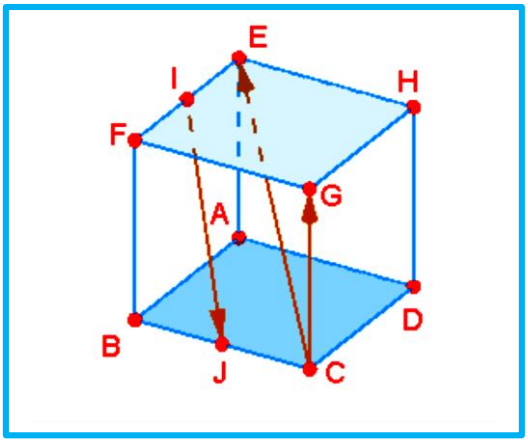
من (1) و (2) نستنتج ان $\overrightarrow{EF}=2\overrightarrow{CI}$ أن المتجهتين مستقيميتين

خلاصة : المستقيمين $(EF)\parallel(IC)$

04. التمرين الرابع

1. لنبين ان $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{CE}$ و $\overrightarrow{CG}$ مستوائية

يكفي ان نبين ان : $\overrightarrow{IJ}=\alpha\overrightarrow{CG}+\beta\overrightarrow{CE}$



لدينا :

$$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CJ}$$
$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{FE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{EC}$$
$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}+\frac{1}{2}\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{EC}$$
$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{EC}$$
$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{CE}$$
$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CE}$$
$$=\frac{-1}{2}\left(\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{CE}\right)$$

ومنه $\overrightarrow{IJ}=\frac{-1}{2}\left(\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{CE}\right)$

خلاصة : $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{CE}$ و $\overrightarrow{CG}$ مستوائية