

طاقة الوضع الكهربائية



معطيات:

$$g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} / e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} / m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

تمرين 1

يعلم مجال كهربائين منتظم شدته $E = 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ حيزا من الفضاء يقرن به معلم متعمد و منتظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. تغير متوجه المجال الكهربائي في هذا المعلم هو $\vec{E} = -E \cdot \vec{k}$.

- أحسب فرق الجهد الكهربائي بين النقطتين $A(1,2,3)$ و $B(5,6,0)$. وحدة المسافة هي cm .

- أحسب شغل القوة الكهربائية المطبقة على إلكترون عند انتقاله من A إلى B . ما طبيعة هذا الشغل؟

تمرين 2

قطع شحنة كهربائية $q = 10 \text{ nC}$ مسارا مستقيما طوله $l = 20 \text{ cm}$ و مائل بالزاوية 30° عن اتجاه مجال كهربائين منتظم شدته $E = 100 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

- حدد الشغل الذي تنجزه القوة الكهربائية.

تمرين 3

يطبق التوتر $V = 1000 \text{ V}$ بين صفيحتين موصلتين و متوازيتين، و المسافة بينهما $d = 5 \text{ cm}$. تتحرك شحنة كهربائية $C = 10^{-12} \text{ C}$ بين الصفيحتين من نقطة A تبعد عن الصفيحة الموجبة بالمسافة 1 cm إلى نقطة B تبعد عن الصفيحة السالبة بالمسافة 2 cm .

- أحسب فرق الجهد الكهربائي بين A و B . استنتج شغل القوة الكهربائية.

- أحسب طاقة الوضع الكهربائية للشحنة q في A ثم في B باختيار الصفيحة السالبة حالة مرجعية.

تمرين 4

يقدم الجدول جانبه الأقصول و الجهد الكهربائي لنقطتين من مجال كهربائين منتظم متوجهته $\vec{E} = -E \cdot \vec{i}$.

- أحسب شدة المجال الكهربائي.

- حدد الجهد الكهربائي في النقطة O أصل المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

- أحسب طاقة الوضع الكهربائية لشحنة $M = 5 \mu\text{C}$ توجد في النقطة M ذات الأقصول $x_M = 5 \text{ cm}$ باختيار النقطة A حالة مرجعية.

تمرين 5

يدخل بروتون مجالا كهربائيا، فيمر بنقطة M جهدها الكهربائي $V_M = -500 \text{ V}$ بالسرعة $v_M = 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- هل يمكن لهذا البروتون أن يصل نقطة N جهدها الكهربائي $V_N = -100 \text{ V}$ ؟

تمرين 6

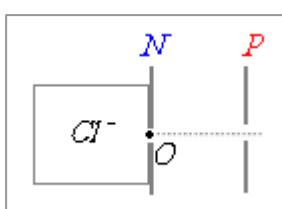
في النقطة O يدخل الأيونان $^{35}_{17}\text{Cl}^-$ و $^{37}_{17}\text{Cl}^-$ (نظيران لعنصر الكلور) بسرعة بدئية منعدمة في الحيز الذي يقع بين الصفيحتين P و N و الذي يعلمه مجال كهربائين منتظم.

• معطيات:

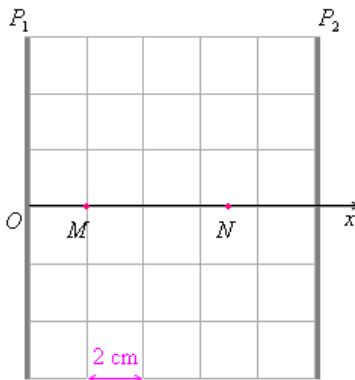
$$M(^{37}_{17}\text{Cl}^-) = 37 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} / M(^{35}_{17}\text{Cl}^-) = 35 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

- علما أن $V_{PN} = 100 \text{ V}$ أحسب الطاقة الحرارية لكل أيون عند وصولهما الصفيحة P .

- استنتاج نسبة سرعتيهما عند وصولهما الصفيحة P .



تمرين 7



بين صفيحتين مستويتين و متوازيتين P_1 و P_2 ، المسافة بينهما $d = 10 \text{ cm}$ ، يطبق توتر مستمر قيمته $U = 500 \text{ V}$ بحيث الصفيحة P_1 هي التي ترتبط بالقطب الموجب للمولد. بين الصفيحتين يعم الفراغ.

-1 حدد مميزات المجال الكهربائي المحدث بين الصفيحتين.

-2 أحسب قيمة كل من التوترات التالية: $V_M - V_N$ ، $V_O - V_N$ ، $V_O - V_M$.

-3 يدخل بروتون عند النقطة O بسرعة بدئية منعدمة.

-1.3 حدد مميزات القوة الكهربائية المطبقة على البروتون.

-2.3 أحسب سرعته عند M ثم عند N .

تمرين 8

بين صفيحتين مستويتين و متوازيتين P و Q ، المسافة بينهما d ، يعم مجال كهربائي منتظم. الجهد الكهربائي للصفيحة Q منعدم: $V_Q = 0$.

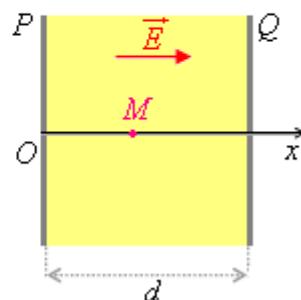
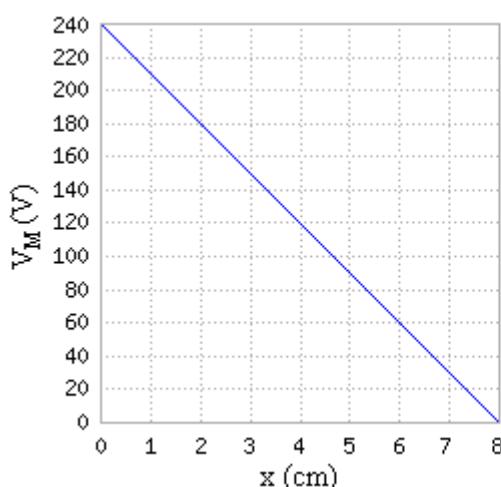
-1 أوجد تعبير الدالة $(V_M = f(x))$ حيث $V_M = f(x)$ في نقطة M تقع على المحور (Ox) و أقصولها x بحيث $0 \leq x \leq d$.

-2 يمثل المبيان أسفله منحنى الدالة $(V_M = f(x))$.

-1.2 حدد قيمة كل من V_P و d ،

-2.2 استنتج شدة المجال الكهربائي.

-3 أحسب تغير طاقة الوضع الكهربائية لبروتون ينتقل من P إلى Q .



تمرين 9

بالقرب من سطح الأرض يوجد مجال كهربائي رأسياً و موجه نحو سطح الأرض. شدته تتغير بدلالة الارتفاع حسب العلاقة: $E = a + bh$ بين الارتفاع $h = 0$ و $h = 1400 \text{ m}$.

-1 علماً أن عند $h = 0$: $E = 20 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ و عند $h = 1400 \text{ m}$: $E = 100 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ حدد قيمة كل من الثابتين a و b محدداً و حدة كل منهما. مثل مبيانيا E بدلالة h .

-2 باتباع طريقة مبيانيا أحسب شغل القوة الكهربائية المطبقة على شحنة $C = 10^{-10} \text{ C}$ تتحرك من الارتفاع 0 إلى الارتفاع h . استنتاج الجهد الكهربائي لنقطة تقع عند الارتفاع h باختيار سطح الأرض حالة مرجعية.

-3 يتكون أيون H^+ عند الارتفاع $h = 1400 \text{ m}$. أحسب كلًا من طاقة الوضع الثقالية و طاقة الوضع الكهربائية لهذا الأيون، ثم قارنهما.

-4 إذا انطلق الأيون H^+ عند الارتفاع $h = 1400 \text{ m}$ بدون سرعة بدئية، ما هي سرعته عندما يصل سطح الأرض. تهمل التأثيرات الأخرى.

طاقة الوضع الكهربائية

حلول
تمارين

تمرين 1

- فرق الحمد الكهربائي بين النقطتين $A(1,2,3)$ و $B(5,6,0)$

$$V_A - V_B = \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$V_A - V_B = 3 \times 10^{-2} \cdot E \leftarrow \overrightarrow{AB} \begin{cases} x_B - x_A = 4 \text{ (cm)} \\ y_B - y_A = 4 \text{ (cm)} \\ z_B - z_A = -3 \text{ (cm)} \end{cases} \text{ و } \vec{E} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ -E \end{cases}$$

$$V_A - V_B = 3 \times 10^{-2} \times 10^6 = 3.10^4 \text{ V} \quad \text{ت.ع.}$$

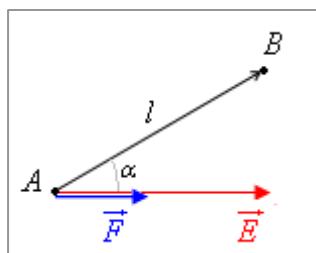
- شغل القوة الكهربائية المطبقة على الإلكترون عند انتقاله من B إلى A

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -e(V_A - V_B) \leftarrow q = -e \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q(V_A - V_B)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -1,6 \cdot 10^{-19} \times 3.10^4 = -1,6 \cdot 10^{-15} \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

($W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -30 \text{ keV}$: أي)

شغل مقاوم $\leftarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) < 0$



تمرين 2

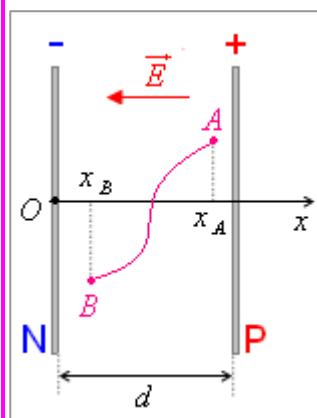
- الشغل الذي تنجذبه القوة الكهربائية:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = qEl \cos \alpha \leftarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 10 \times 10^{-9} \times 100 \times 20 \times 10^{-2} \times \cos 30^\circ = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 3

- فرق الحمد الكهربائي بين A و B و شغل القوة الكهربائية



$$\frac{V_A - V_B}{U} = \frac{d - 3}{d} \leftarrow \begin{cases} V_A - V_B = E(x_A - x_B) \\ V_P - V_N = E(x_P - x_N) \end{cases}$$

$$V_A - V_B = \frac{d - 3}{d} \cdot U \quad \leftarrow$$

$$V_A - V_B = \frac{5 - 3}{5} \times 1000 = 400 \text{ V} \quad \text{ت.ع.}$$

و شغل القوة الكهربائية:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q(V_A - V_B) \quad \text{ت.ع.}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 10^{-12} \times 400 = 4 \cdot 10^{-10} \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

-2 طاقة الوضع الكهربائية للشحنة q في A و B :

$$E_{pe}(M) = qEx_M + Cte \quad \text{في نقطة ما } M$$

باختيار الصفيحة السالبة حالة مرجعية: $Cte = 0 \leftarrow 0 = 0 + Cte$

$$E_{pe}(M) = q \cdot U \cdot \frac{x_M}{d} \leftarrow E_{pe}(M) = qEx_M \leftarrow$$

و وبالتالي: $E_{pe}(B) = q \cdot U \cdot \frac{x_B}{d}$ و $E_{pe}(A) = q \cdot U \cdot \frac{x_A}{d}$

$$E_{pe}(B) = 10^{-12} \times 1000 \times \frac{2}{5} = 4.10^{-10} J \quad \text{و } E_{pe}(A) = 10^{-12} \times 1000 \times \frac{4}{5} = 8.10^{-10} J \quad \text{ت.ع.}$$

$$\Delta E_{pe} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) \leftarrow \Delta E_{pe} = E_{pe}(B) - E_{pe}(A) = -4.10^{-10} J \quad \text{ملحوظة:}$$

تمرين 4

-1 شدة المجال الكهربائي

$$E = \frac{V_A - V_B}{x_A - x_B} \leftarrow V_A - V_B = E(x_A - x_B) \leftarrow V_A - V_B = \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$E = \frac{0 - 400}{(-2 - 8) \times 10^{-2}} = 4.10^3 V.m^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

-2 الجهد الكهربائي في النقطة O

$$V_O = -Ex_A \leftarrow V_O - 0 = E(0 - x_A) \leftarrow V_O - V_A = E(x_O - x_A)$$

$$V_O = -4.10^3 \times (-2 \times 10^{-2}) = 80 V \quad \text{ت.ع.}$$

-3 طاقة الوضع الكهربائية لشحنة M ذات الأصول

$$E_{pe}(M) = qEx_M + Cte$$

باختيار النقطة A حالة مرجعية: $Cte = -qEx_A \leftarrow 0 = qEx_A + Cte$

$$E_{pe}(M) = qE(x_M - x_A) \leftarrow$$

$$E_{pe}(M) = 5 \times 10^{-6} \times 4.10^3 \times (5 - (-2)) \times 10^{-2} = 1.4.10^{-3} J \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 5

نفترض أن البروتون يصل النقطة N .

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين M و N ، لدينا:

$$(وزن البروتون مهمل أمام القوة الكهربائية) \quad E_c(N) - E_c(M) = W_{M \rightarrow N}(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}mv_N^2 - \frac{1}{2}mv_M^2 = q(V_M - V_N) \leftarrow$$

$$v_N^2 = v_M^2 + \frac{2e}{m}(V_M - V_N) \leftarrow$$

$$v_N^2 = 10^{10} + \frac{2 \times 1.6 \cdot 10^{-19}}{1.67 \cdot 10^{-27}} \times (-500 - (-100)) = -6.7 \cdot 10^{10} \quad \text{ت.ع.}$$

: هذا مستحيل، و افترضنا غير صحيح، إذن لن يصل البروتون النقطة N .

$W_{M \rightarrow N}(\vec{F}) = q(V_M - V_N) < 0 \leftarrow q = +e > 0$ و $V_M - V_N < 0$ ملحوظة: القوة الكهربائية مقاومة.

تمرين 6

- الطاقة الحركية لكل أيون عند وصولهما الصفيحة P بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على أيون بين N و P ، لدينا:

$$(وزن أيون مهملاً أمام القوة الكهرباساكية) \quad E_c(P) - E_c(N) = W_{N \rightarrow P}(\vec{F})$$

$$E_c(P) - E_c(N) = q(V_N - V_P) \leftarrow$$

$$E_c(P) - 0 = (-e) \cdot (-U_{PN}) \leftarrow$$

$$E_c(P) = e \cdot U_{PN} \leftarrow$$

$$\underline{(E_c(P) = 100 \text{ eV})} \quad \underline{(أي: E_c(P) = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 100 = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J})} \quad \text{ت.ع.}$$

للأيونين نفس الطاقة الحركية لأن لهما نفس الشحنة و يخضعان لنفس المجال الكهرباساك.

-2 نسبة سرعتيهما عند وصولهما الصفيحة P

بما أن للأيونين نفس الطاقة الحركية، فإن:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{M(^{37}\text{Cl}^-)}{M(^{35}\text{Cl}^-)}} \leftarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{m_2}{m_1} \leftarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{37}{35}} = 1,03 \quad \text{ت.ع.}$$

سرعة الأيون $^{35}_{17}\text{Cl}^-$ أكبر قليلاً من سرعة الأيون $^{37}_{17}\text{Cl}^-$.

تمرين 7

-1 مميزات المجال الكهرباساك المحدث بين الصفيحتين

مجال منتظم، اتجاهه عمودي على الصفيحتين، أي أفقي، منحاه من P_1 إلى P_2 ، و شدته:

-2 قيمة كل من التوترات $V_M - V_N$ و $V_O - V_N$ و $V_M - V_O$

يتتبه لمنحي \vec{E} ، في هذه الحالة \vec{E} و (Ox) لهما نفس المنحى:

$$V_A - V_B = -E(x_A - x_B) \leftarrow V_A - V_B = \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$V_O - V_M = -E(x_O - x_M)$$

$$V_O - V_N = -E(x_O - x_N) \quad \text{إذن:}$$

$$V_M - V_N = -E(x_M - x_N)$$

$$V_O - V_M = -5 \cdot 10^3 \times (-2 \times 10^{-2}) = 100 \text{ V} \quad \text{ت.ع.}$$

$$V_O - V_N = -5 \cdot 10^3 \times (-7 \times 10^{-2}) = 350 \text{ V}$$

$$V_M - V_N = -5 \cdot 10^3 \times (-5 \times 10^{-2}) = 250 \text{ V}$$

-3 مميزات القوة الكهرباساكية المطبقة على البروتون

$F = eE$ مع $q > 0$ لهما نفس الاتجاه و نفس المنحى، و شدتها:

$$F = 8 \cdot 10^{-16} \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

-2.3 سرعة البروتون عند M ثم عند N

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين O و M (N)، نجد:

$$v_N = \sqrt{\frac{2e}{m}(V_O - V_N)} \quad \text{و} \quad v_M = \sqrt{\frac{2e}{m}(V_O - V_M)}$$

$$v_N = 2,6 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{و} \quad v_M = 1,4 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 8

- تعبير الدالة $V_M = f(x)$

$$\frac{V_M - V_Q}{V_P - V_Q} = \frac{d - x}{d} \leftarrow \begin{cases} V_M - V_Q = \vec{E} \cdot \overrightarrow{MQ} = E(d - x) \\ V_P - V_Q = \vec{E} \cdot \overrightarrow{PQ} = Ed \end{cases}$$

$$(1) \quad V_M = \frac{V_P}{d}(d - x) \quad \text{و حيث أن } V_Q = 0, \text{ فإن:}$$

- قيمة كل من V_P و V_M **1.2**

$$(2) \quad V_M = f(x) = 240 - 30x \quad \text{منحنى الدالة } V_M = f(x) \text{ مستقيم معادله:} \\ d = 8 \text{ cm} \quad \text{و} \quad V_P = 240 \text{ V} \quad \text{بمطابقة العلاقات }(1) \text{ و }(2) \text{ يستنتج:}$$

- شدة المجال الكهربائي **2.2**

$$E = 3.10^3 \text{ V.m}^{-1} \leftarrow V_P = Ed$$

- تغير طاقة الوضع الكهربائية لبروتون ينتقل من P إلى Q

طريقة 2	طريقة 1
$\Delta E_{pe} = -W_{P \rightarrow Q}(\vec{F})$	$\Delta E_{pe} = E_{pe}(Q) - E_{pe}(P)$
$\Delta E_{pe} = -q(V_P - V_Q) \leftarrow$	$\Delta E_{pe} = (qV_Q + Cte) - (qV_P + Cte) \leftarrow$
$q = +e \quad \text{و} \quad V_Q = 0$	$q = +e \quad \text{و} \quad V_Q = 0$
$\Delta E_{pe} = -eV_P \leftarrow$	$\Delta E_{pe} = -eV_P \leftarrow$

$$(\Delta E_{pe} = -240 \text{ eV}) \quad \underline{\Delta E_{pe} = -3,84 \cdot 10^{-17} \text{ J}} \quad \text{ت.ع.}$$

تمرين 9

- تحديد الثابتين a و b التمثيل المباني لتغيرات E بدلالة h

$$E = a + bh$$

عند $0 : h = 1400 \text{ m}$ و $E = 100 \text{ V.m}^{-1}$: $h = 0$

$$\begin{cases} a = 100 \text{ V.m}^{-1} \\ b \approx -0,06 \text{ V.m}^{-2} \end{cases} \leftarrow \begin{cases} 100 = a \\ 20 = a + 1400b \end{cases} \leftarrow$$

$$\underline{E = 100 - 0,06h}$$

و بالتالي:

- شغل القوة الكهربائية **2**

المجال الكهربائي E غير ثابت، إذن القوة الكهربائية $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ غير ثابتة.

ولحساب شغليها يجب حساب مجموع أشغالها الجزئية.

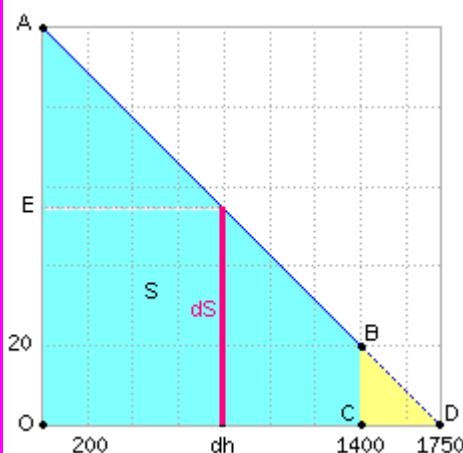
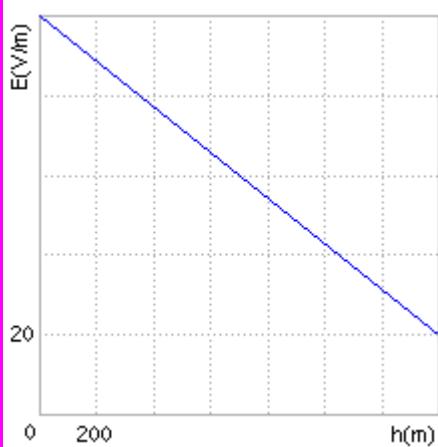
- الشغل الجزئي خلال انتقال جزئي dh : dh مساحة مستطيل عرضه dh و طوله $(E \cdot dh = dS)$ مبيانيا:

$$W(\vec{F}) = \sum_{h=0}^{h=1400} dW = -q \sum_{h=0}^{h=1400} E \cdot dh \quad \text{- الشغل الكلي:}$$

$$(OABC) \quad \sum_{h=0}^{h=1400} E \cdot dh = S \quad \text{مبيانيا:}$$

$$S = S_{OAD} - S_{BCD} = \left(\frac{1}{2} \times 1750 \times 100 \right) - \left(\frac{1}{2} \times (1750 - 1400) \times 100 \right) = 84000$$

$$W(\vec{F}) = -10^{-10} \times 84000 = \underline{-8,4 \cdot 10^{-6} \text{ J}} \quad \leftarrow$$



- استنتاج الجهد الكهربائي لنقطة تقع عند الارتفاع h

$$(علاقة صالحـة حتى في هذه الحالـة: حالـة مجال غير ثابت) \quad W_{0 \rightarrow h}(\vec{F}) = q(V_0 - V_h)$$

$$V_h = -\frac{W_{0 \rightarrow h}(\vec{F})}{q}$$

$$\leftarrow W_{0 \rightarrow h}(\vec{F}) = -qV_h \quad \leftarrow V_0 = 0$$

$$\underline{V_h = 84\,000 \text{ V}} \quad \text{ت.ع.}$$

-3

$$E_{pp} = 1,67 \cdot 10^{-27} \times 9,81 \times 1\,400 = \underline{2,3 \cdot 10^{-23} \text{ J}} \quad \text{ت.ع.} \quad E_{pp} = mgh$$

$$E_{pe} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 84\,000 = \underline{1,3 \cdot 10^{-14} \text{ J}} \quad \text{ت.ع.} \quad E_{pe} = qV_h$$

ملحوظة هامة: لا يجوز تطبيق العلاقة $E_{pe} = qEh$ في هذه الحالة، لأن شدة المجال الكهربائي غير ثابتة.

• مقارنة: $E_{pp} \ll E_{pe} \quad \leftarrow \quad \frac{E_{pe}}{E_{pp}} = 6 \cdot 10^8$

4- سرعة البروتون عندما يصل سطح الأرض
يتطبيق مبرهنة الطاقة الحرارية على البروتون بين h و 0 ، لدينا:

$$\frac{1}{2}mv^2 = e(V_h - V_0) \quad \leftarrow \quad E_c - 0 = W_{h \rightarrow 0}(\vec{F})$$

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m} \cdot V_h} \quad \leftarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}}} \times 84\,000 = \underline{4,0 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}} \quad \text{ت.ع.}$$