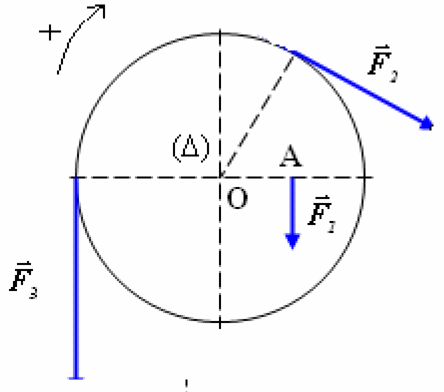
تمارين حول توازن جسم صلب قابل الدوران حول محور ثابت



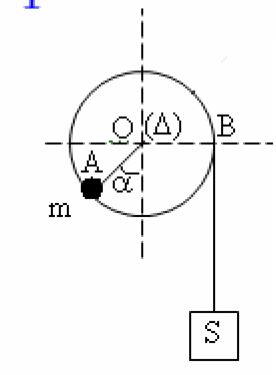
تمرين 1

نطبق على قرص شعاعه r=20cm ، وقابل للدوران حول محور أفقي (Δ) ثابت يمر من مركزه ، ثلاث قوى $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ في نفس المستوى الرأسي مع القرص (أنظر الشكل جانبه) نعطي شداة القوى الثلاث : $F_1 = 5N, F_2 = 10N, F_3 = 12,5N$

1 ـ أحسب عزم كل قوة بالنسبة للمحور (Δ)

2 ـ أحسب المجموع الجبري لعزم القوى المطبقة على القرص

3 ـ هل القرص في حالة توازن ؟ علل الجواب .



تمرين 2

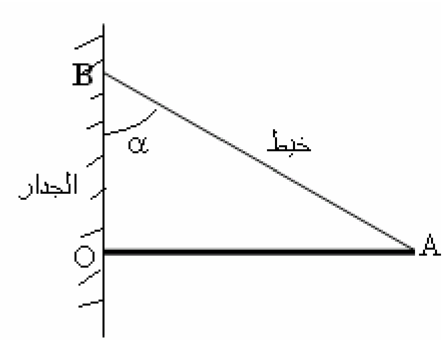
نعتبر قرص D كتلته مهملة وشعاعه r وقابل للدوران حول محور يمر من مركزه O . نثبت على محيطه وفي النقطة A كتلة معلمة m نعلم هذه النقطة بالزاوية α (أنظر الشكل). نعلق في النقطة B وبواسطة خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة جسم S كتلته M . القرص D في حالة توازن . أوجد العلاقة بين α ، m ، M عند التوازن .

تمرين 3

نعتبر قضيبا متجانسا OA أفقيا طوله ℓ وكتلته m ، قابل للدوران حول محور أفقي(Δ) ثابت يمر من النقطة O . نشد القضيب بواسطة خيط في النقطة A بحيث يبقى في توازن أفقي و يكون الخيط مع الجدار زاوية α .

1 ـ عند التوازن وبتطبيق مبرهنة العزم على القضيب ، أوجد تعبير شدة القوة T المطبقة من طرف الخيط على القضيب بدلالة α و m و g . أحسب قيمتها .

2 ـ باستعمال الطريقة المبيانية ، حدد مميزات القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير الجدار على القضيب . نعطي $OB = OA\sqrt{3}$ و m=200g و g=10N/m .



تمرين 4

يمثل الشكل جانبه جهازا تجريبيا في حالة توازن

ـ (OA) ساق صلبة ومتجانسة ، طولها L وكتلتها M ، يمكنها الدوران حول محور (Δ) ثابت ، يمر من O ، ومتعامد مع المستوى الرأسي الذي يضم الساق .

ـ $(\mathfrak{R})$ نابض ذو لفات غير متصلة وكتلة مهملة وطوله الأصلي $\ell_0 = 12cm$ وصلابته $K = 50N/m$ ، ثبت أحد طرفيه بالنقطة O في حين شد طرفه الآخر بجسم صلب $\mathbb{S}$ كتلته m=200g . التماس بين الجسم S و الساق يتم بدون احتكاك .

ـ (f) خيط غير مدود ، كتلته مهملة ، ربط أحد طرفيه بالساق عند النقطة A وثبت طرفه الآخر بحامل ثابت بحيث يكون الخيط متعامدا مع الساق .

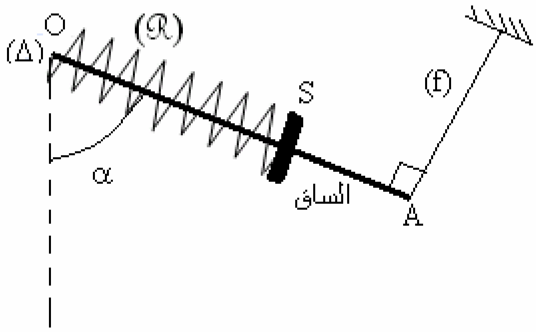
تكون الساق زاوية α=60° مع الخط الرأسي المار من O .

1 ـ دراسة توازن الجسم S

1 ـ 1 أكتب العلاقة التي تربط بين متجهات القوى المطبقة على الجسم S .

1 ـ 2 باستعمال الطريقة المبيانية (الخط المضلعي) بين أن تعبير الشدة F للقوة التي يطبقها النابض على الجسم S هو : $F = mg\cos\alpha$ حيث g شدة الثقالة .

1 ـ 3 استنتج تعبير الطول النهائي ℓ للنابض بدلالة : ℓ_0 و K و m و α و g . أحسب ℓ . نعطي g=10N/Kg .



2 ـ دراسة توازن الساق

2 ـ 1 أجرد القوى المطبقة على الساق

2 ـ 2 بتطبيق مبرهنة العزم بين أن تعبير التوتر T للخيط هو : $T = g\sin\alpha\left(\frac{M}{2} + \frac{m\ell}{L}\right)$

تصحيح تمارين توازن جسم صلب قابل الدوران حول محور ثابت

تمرين 1

1 ــ حساب عزم كل قوة بالنسبة للمحور Δ

$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F}_1\right)=+F_1.OA=0,5\,N.m$$
$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F}_2\right)=+F_2.r=2\,N.m$$
$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F}_3\right)=-F_3.r=-2,5\,N.m$$

2 ــ حساب المجموع الجبري لعزم القوى المطبقة على القرص

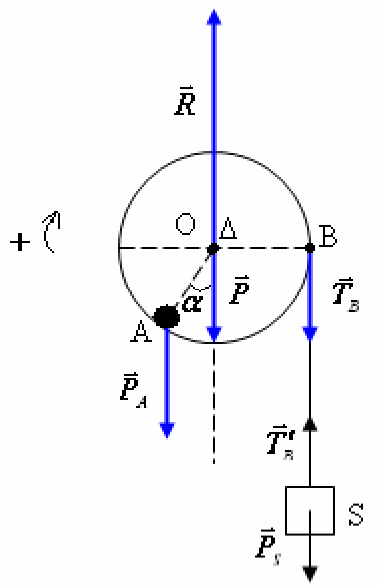
القوى المطبقة على القرص هي $\vec{P},\vec{R},\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3$

$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{R}\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F}_1\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F}_2\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F}_3\right)=0+0+0,5+2-2,5=0$$
$$\sum\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F}_i\right)=0$$

3 ــ هل القرص في حالة توازن ؟

$\sum\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F}_i\right)=0$ هذا الشرط غير كافي لاستنتاج الطبيعة الميكانيكية للقرص

تمرين 2



العلاقة بين α,m,M .بما أن القرص في حالة توازن يمكن تطبيق مبرهنة العزوم .

ــ القوى المطبقة على القرص : $\vec{T}_B,\vec{P},\vec{R},\vec{P}_A$

ــ نطبق مبرهنة العزوم : $\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{R}\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T}_B\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}_A\right)=0$ (1)

بالنسبة ل $\vec{P}$ و $\vec{R}$ فخط تأثيرهما يتقاطع مع محور الدوران Δ

$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T}_B\right)=+T_B.r$ وبما أن الجسم S في حالة توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}_S,\vec{T}'_B$

فحسب شرطي التوازن $Mg=T'_B$ وحسب التأثيرات المتبادلة والخيط غير قابل الامتداد

$T'_B=T_B=Mg$ وبالتالي $\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T}_B\right)=M.g.r$

$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}_A\right)=-mg.d$ بحيث أن $d=r\sin\alpha$ وبالتالي

$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}_A\right)=-mg.r.\sin\alpha$$

في العلاقة (1) $Mgr-mgr\sin\alpha=0$ أي أن $M=m\sin\alpha$

تمرين 3

1 ــ تعبير شدة القوة T بدلالة g,m,α بتطبيق مبرهنة العزوم :

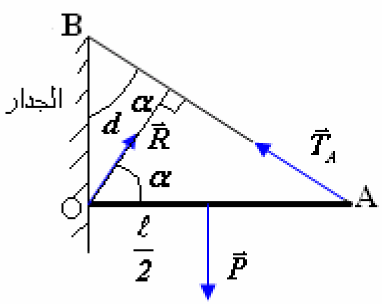
القوى المطبقة على القضيب : $\vec{P},\vec{R},\vec{T}_A$ بحيث $\vec{R}$ القوة المقرونة بتأثير الجدار على العارضة .

لإيجاد التعبير المطلوب في السؤال نطبق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور مار من النقطة O وفي هذه الحالة فإن عزم القوة $\vec{R}$ بالنسبة للنقطة O منعدم

نظرا لتقاطع خط تأثير هذه القوة والنقطة O . $\mathcal{M}_O\left(\vec{R}\right)=0$

حسب مبرهنة العزوم : $\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{R}\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T}_A\right)=0$ (1)

باختيار منحى موجب كما هو في الشكل نحصل على :



$\mathcal{M}_O\left(\vec{P}\right)=+mg.\frac{\ell}{2}$ و $\mathcal{M}_O\left(\vec{T}_A\right)=-T.d$ بحيث أن $d=OB.\sin\alpha$

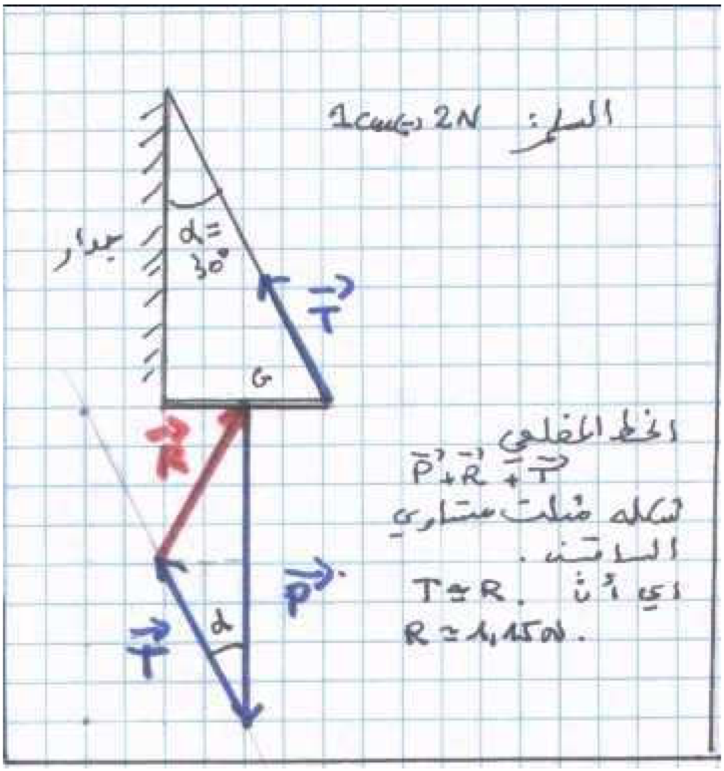
$$T.OB.\sin\alpha = mg\frac{\ell}{2}$$

$$T = \frac{mg\sqrt{3}}{6\sin\alpha}$$

نحسب α

حسب الشكل عندنا $\tan\alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ أي أن $\alpha = 30°$ أي أن $T = 1.155N$

2 ــ تحديد مميزات القوة $\vec{R}$ باستعمال الطريقة المبيانية .



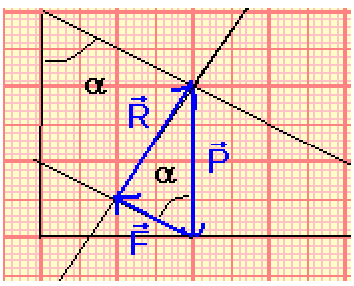
تمرين 4

I ــ دراسة توازن الجسم S

1 ــ جرد القوى المطبقة على الجسم S

$\vec{P}, \vec{R}, \vec{F}$ بحيث أن $\vec{R}$ القوة المقرونة بتأثير الساق على الجسم S

بما أن الجسم في توازن فحسب شرطي التوازن نستنتج العلاقة المتجهية بين القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$



2 ــ الطريقة المبيانية

نمثل $\vec{P}$ بجميع مميزاتها شدتها P=m.g=2N

نستعمل السلم $1cm \Leftrightarrow 1N$

نطبق شرطي التوازن : الخط المضلعي للقوى $\vec{P}, \vec{R}, \vec{F}$ مغلق و خطط تأثيرها متلاقية ومستوية

يجب الإنتباه أن التماس بين الجسم S والقضيب يتم بدون احتكاك أي أن القوة $\vec{R}$ عمودية على القضيب وبدلك يكون شكل الخط المضلعي مثلث قائم الزاوية $\left(\vec{R} \perp \vec{T}\right)$ حسب الشكل نستنتج أن

$$\cos\alpha = \frac{F}{P} \Rightarrow F = mg\cos\alpha$$

3 ـــ تعبير طول النابض النهائي هو :

R

نعلم أن $F = k\Delta\ell$ أي أن $k\Delta\ell = mg\cos\alpha$ ومنه $\Delta\ell = \dfrac{mg\cos\alpha}{k}$ وبالتالي $\ell = \dfrac{mg\cos\alpha}{k} + \ell_0$

تطبيق عددي : $\ell = 14cm$

II ــــ دراسة توازن الساق

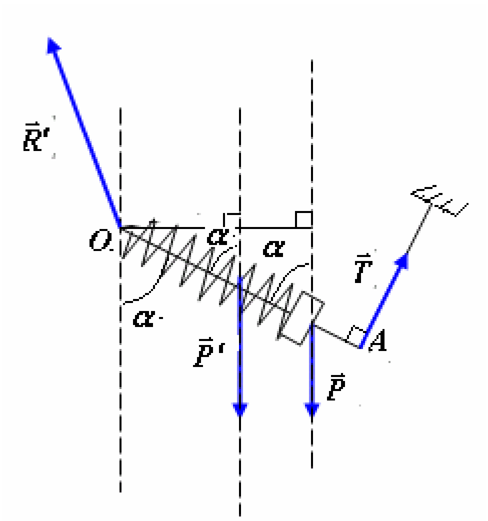
1 ــــ جرد القوى المطبقة على الساق $\vec{T}_A , \vec{P}' , \vec{R}' , \vec{P}$

2 ــــ تطبيق مبرهنةالعزوم لنبين أن $T = g\sin\alpha\left(\dfrac{M}{2} + \dfrac{m\ell}{L}\right)$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}') + \mathcal{M}(\vec{T}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}') + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$$

باختيار منحى موجب وبما أن خط تأثير القوة المقرونة بتأثير المحور على الساق يتقاطع مع المحور فإن عزمها منعدم .

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = -T.OA$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}') = +Mg.\dfrac{OA}{2}\sin\alpha$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = +mg\ell\sin\alpha$ ونحصل على المعادلة التالية



$$Mg.\frac{OA}{2}\sin\alpha + mg.\ell\sin\alpha - T.OA = 0$$

$$T.L = g\sin\alpha\left(\frac{M.L}{2} + m\ell\right)$$

وبالتالي نستنتج التعبير المطلوب : $T = g\sin\alpha\left(\dfrac{M}{2} + \dfrac{m\ell}{L}\right)$