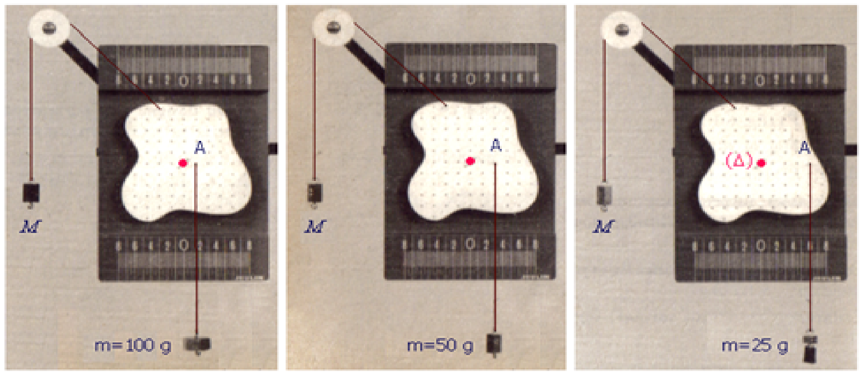
تمارين في درس توازن جسم قابل للدوران

التمرين 1

تمثل الصور التالية نفس حالة التوازن لصفيحة قابلة للدوران حول محور أفقي(Δ) و متعامد مع مستواها:



حيث غير موضع A نقطة تأثير الكتلة المعلمة m و قيمتها، بينما قيمة الكتلة المعلمة الأخرى تبقى ثابتة $M = 50\ g$.

معطى: $g = 9,8\ N.kg^{-1}$

1 - تبرز هذه التجارب أن مفعول قوة على دوران جسم يتعلق بعاملين اثنين، أذكرهما.

2 - أنقل الجدول التالي ثم أتممه:

$F \cdot d\ (N \cdot m)$	$d\ (m)$	$F\ (N)$	التجربة
	$0,060$		1
	$0,030$		2
	$0,015$		3

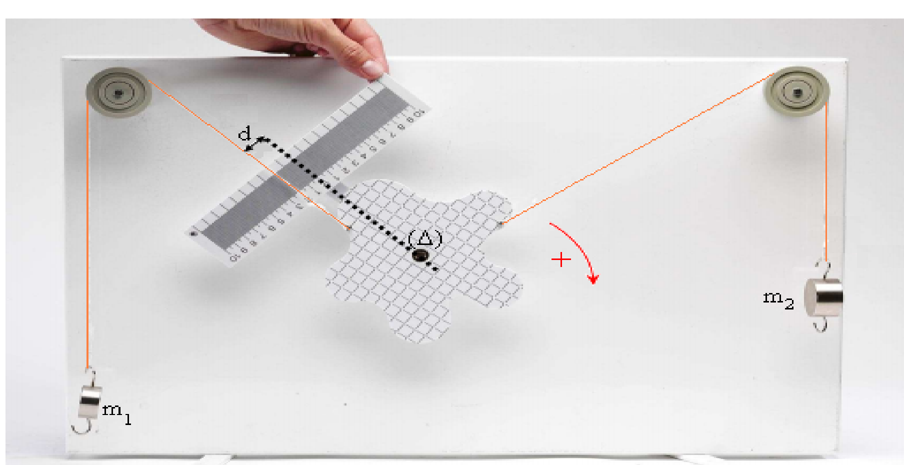
حيث F شدة القوة $\vec{F}$ المطبقة من طرف الكتلة m، و d المسافة الفاصلة بين خط تأثيرها و محور الدوران(Δ) .

3 - ماذا تستنتج بخصوص الجداء $F \cdot d$ ؟

4 - يسمى هذا الجداء عزم القوة$\vec{F}$ بالنسبة لمحور الدوران (Δ) . أعط تعريفا عاما لعزم قوة مطبقة على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت و متعامد مع خط تأثيرها.

التمرين 2

تمثل الصورة التالية حالة التوازن لصفيحة قابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) مار من مركز ثقلها و متعامد مع مستواها:



معطيات: $m_1 = 100\ g$ / $m_2 = 200\ g$ / $d_1 = 2,0\ cm$ / $d_2 = 1,0\ cm$ / $g = 9,8\ N.kg^{-1}$

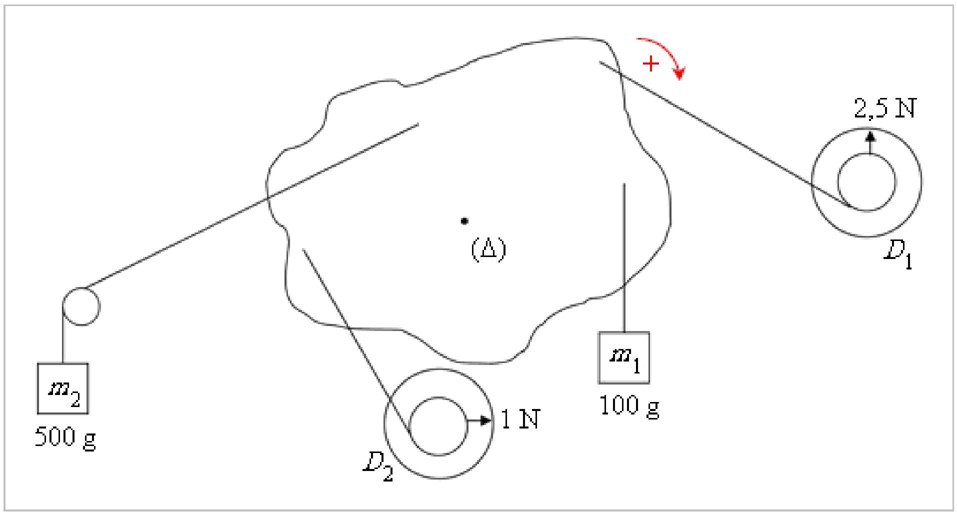
1 - أجرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة.

2 - باعتبار المنحى الموجب المشار إليه في الشكل،أحسب عزوم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران (Δ) . ثم استنتج المجموع الجبري لعزوم القوى.

3 - استنتج شرط توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (مبرهنة العزوم).

التمرين 3

يمثل الشكل التالي حالة التوازن لصفيحة قابلة للدوران حول محور أفقي(Δ) مار من مركز ثقلها و متعامد مع مستواها:



معطى: $g = 10\ N.kg^{-1}$

1 - أجرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة.

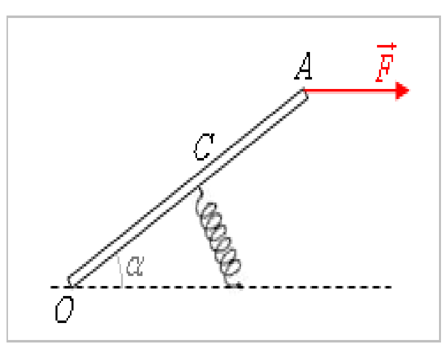
2 - انسخ الشكل (بطبعه أو نقله على ورق شفاف) ثم مثل متجهات القوى المقرونة بتأثيرات الخيوط على الصفيحة باستعمال السلم $1\,cm \leftrightarrow 1\,N$.

3 - باعتبار المنحى الموجب المشار إليه في الشكل،أحسب عزوم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران(Δ) .

4 - تحقق من أن المجموع الجبري لعزوم جميع القوى المطبقة على الصفيحة منعدم.

التمرين 4

يمكن مماثلة دواسة مسرع بعارضة OA وزنها مهمل و قابلة للدوران حول محور أفقي(Δ) متعامد معها و يمر من طرفها O . و مشدودة بنابض في منتصفها C . في الطرف A تطبق قوة $\vec{F}$ خط تأثيرها أفقي، و شدتها $F = 20\ N$. عند حالة التوازن اتجاه النابض متعامد مع OA الذي يكون الزاوية $\alpha = 30°$ مع الخط الأفقي.

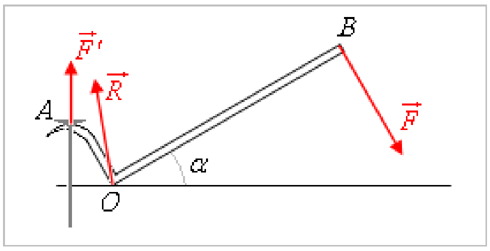


1 - أجرد جميع القوى المطبقة على العارضة.

2 - أحسب شدة القوة التي يطبقها النابض على العارضة.

التمرين 5

لخلع مسمار يستعمل بناء عتلة مكوعة وزنها مهمل. في الطرف B يطبق البناء قوة عمودية على OB و شدتها $F = 200\ N$. العتلة قابلة للدوران حول محور أفقي (Δ) متعامد معها و يمر من نقطة الارتكاز O .
و الذراعان OA و OB متعامدان.



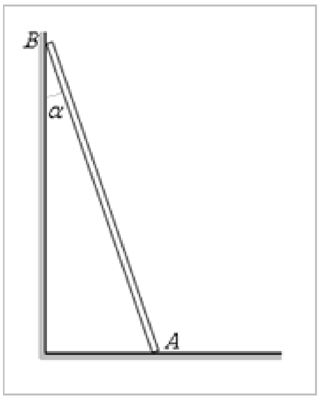
معطيات: $OA = 10\ cm$ / $OB = 70\ cm$ / $\alpha = 30°$

أحسب:

1 - شدة القوة $(A, \vec{F}')$ العمودية التي تطبقها العتلة على المسمار.

2 - شدة القوة $(O, \vec{R})$ التي يطبقها سطح التماس على العتلة.

التمرين 6



يستند سلم AB وزنه $P = 40\ N$ على سطح أفقي و جدار رأسي.
في الطرف A يطبق السطح الأفقي قوة مموضعة $(A, \vec{R})$ تمنع انزلاق الطرف A ، و خط تأثيرها يكون مع الخط الرأسي زاوية φ لا تتعدى قيمتها النهائية φ_0 حتى لا يفقد السلم توازنه، مع $\tan \varphi_0 = 0,25$.
و في الطرف B يطبق الجدار قوة مموضعة $(B, \vec{R}')$ أفقية.
عند حالة التوازن يكون السلم مع الجدار الرأسي الزاوية α بحيث $\tan \alpha = 0,15$

1 - أجرد القوى المطبقة على AB و مثل متجهاتها في الشكل بدون سلم.

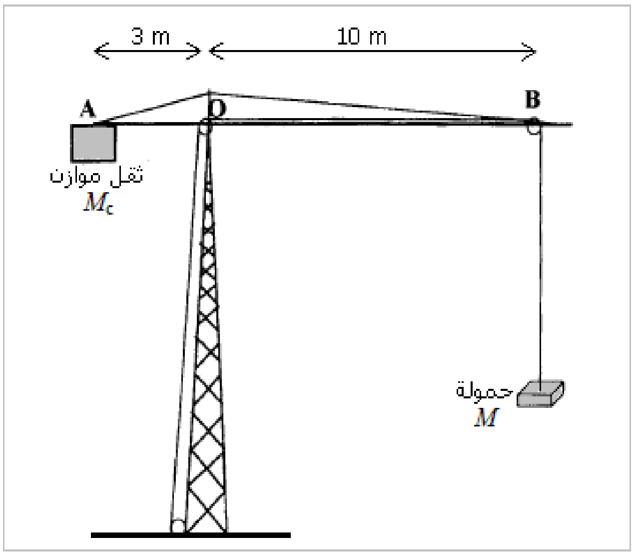
2 - باعتبار أن السلم قابل للدوران حول محور أفقي (Δ) متعامد معه و يمر من نقطة الارتكاز A ، أحسب شدة القوة المطبقة من طرف الجدار.

3 - بإنشاء الخط المضلعي لمتجهات القوى، أحسب شدة القوة التي يطبقها السطح الأفقي و قيمة الزاوية φ .

4 - ما هي القيمة النهائية α_m للزاوية α دون أن يفقد السلم توازنه ؟

التمرين 7

علقت حمولة كتلتها M بطرف حبل رافعة وزنها مهمل، و هي في حالة توازن:



معطيات: $OA = 3\,m$ / $OB = 10\,m$ / $M = 1\,500\,kg$ / $g = 10\,N.kg^{-1}$

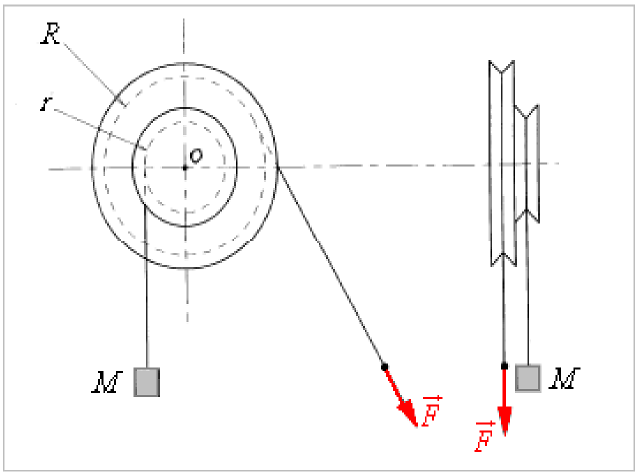
1 - بدراسة توازن الحمولة أحسب شدة توتر الحبل.

2 - أجرد القوى المطبقة على الرافعة.

3 - بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور أفقي مار من O و متعامد مع الذراعين OA و OB، أحسب الكتلة M_C للثقل الموازن.

التمرين 8

لرفع حمولة وزنها $P = 500\,N$ ، تستعمل بكرة ذات مجريين شعاعاهما $r = 5\,cm$ و $R = 10\,cm$.
البكرة قابلة للدوران بدون احتكاك حول محورها الأفقي المار من مركزها O، و كتلتا الحبلين مهملتان.



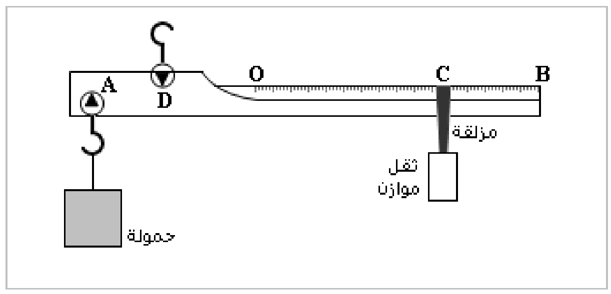
1 - أجرد القوى المطبقة على البكرة.

2 - أحسب شدة القوة $\vec{F}$ لكي تكون البكرة في توازن.

3 - ما الفائدة من هذا التركيب ؟

التمرين 9

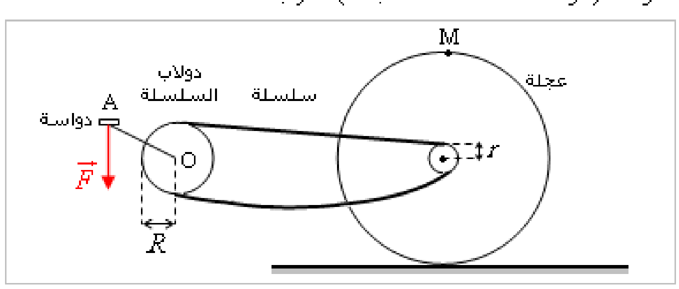
يتكون الميزان الروماني من عاتق AB مدرج و معلق بمحور مار من D . تعلق الحمولة المراد وزنها بمحور مار من A . يمكن إزاحة المزلقة التي تحمل ثقلا موازنا على العاتق المدرج.
في غياب أي حمولة يكون العاتق أفقيا عندما تكون المزلقة في O التي تطابق التدريجة صفر.
و عند تعليق حمولة كتلتها $M = 3\,kg$ ، يتحقق التوازن الأفقي إذا كان $OC = 30\,cm$.
معطيات: $DA = 10\,cm$ / $DO = 5\,cm$ / $g = 10\,N.kg^{-1}$



1 - أحسب كتلة الثقل الموازن m.
2 - عبر عن المسافة $x = OC$ بدلالة M كتلة الحمولة.
3 - علما أن كتلة العاتق AB (بدون الثقل الموازن) هي $m_0 = 1\,kg$ ، حدد المسافة DG التي تحدد موضع G مركز ثقل العاتق.
4 - أحسب شدة القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير محور تعليق العاتق عندما تكون كتلة الحمولة هي $M = 5\,kg$.

التمرين 10

يمثل الشكل التالي المجموعة (دواسة- سلسلة-عجلة) لدراجة.



معطيات: $R = 10\,cm$ / $r = 4\,cm$ / قطر العجلة: $D = 60\,cm$ / $OA = 16\,cm$
يطبق الدراج على الدواسة قوة رأسية $(A,\vec{F})$ شدتها $F = 60\,N$.
1 - أحسب عزم القوة $(A,\vec{F})$ في الحالات التالية:
أ - عندما يكون الذراع OA أفقيا،
ب - عندما يكون الذراع OA رأسيا،
ت - عندما يكون الذراع OA مائلا بالزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للخط الأفقي (هناك إمكانيتان).
2 - نفترض أن الدراج يدوس فقط على الدواسة A ، و نهمل وزن السلسلة. كما نهمل الاحتكاكات بين العجلة و سطح التماس. بدراسة توازن المجموعة (دواسة- دولاب السلسلة) في حالة OA أفقي، أحسب:
أ - شدة توتر الجزء الأعلى للسلسلة (الجزء السفلي غير متوتر)،
ب - شدة قوة الكبح $(M,\vec{F}')$ المطبقة على العجلة و المماسة لها في M .

حل التمرين 1

1 - يتعلق مفعول قوة على دوران جسم بعاملين اثنين هما شدة هذه القوة و المسافة بين خط تأثيرها و محور الدوران.

2 - باعتبار توازن الكتلة المعلمة لدينا العلاقة: $F = m \cdot g$

التجربة	$F\,(N)$	$d\,(m)$	$F \cdot d\,(N \cdot m)$
1	0,245	0,060	0,014 7
2	0,490	0,030	0,014 7
3	0,980	0,015	0,014 7

3 - الجداء $F \cdot d$ ثابت.

4 - عزم قوة مطبقة على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت و متعامد مع خط تأثيرها يساوي جداء شدتها و المسافة الفاصلة بين خط تأثيرها و محور الدوران.

حل التمرين 2

1 - جرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة

تخضع الصفيحة لأربع قوى: $\vec{P}$ وزنها ، $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) ، $\vec{F}_1$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_1 ، و $\vec{F}_2$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_2 .

2 - عزوم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران

خطا تأثير $\vec{P}$ و $\vec{R}$ يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : عزماهما منعدمان: $M_\Delta(\vec{P}) = M_\Delta(\vec{R}) = 0$

$M_\Delta(\vec{F}_1) = +F_1 \cdot d_1 = +m_1 \cdot g \cdot d_1$ و $M_\Delta(\vec{F}_2) = -F_2 \cdot d_2 = -m_2 \cdot g \cdot d_2$

ت.ع.

$$M_\Delta(\vec{F}_1) = +100 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 2,0 \times 10^{-2} = +1,96.10^{-2}\ N.m$$

$$M_\Delta(\vec{F}_2) = -200 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 1,0 \times 10^{-2} = -1,96.10^{-2}\ N.m$$

نستنتج المجموع الجبري لعزوم القوى: $M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{F}_1) + M_\Delta(\vec{F}_2) = 0$

3 - شرط توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (مبرهنة العزوم)

في حالة توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت، المجموع الجبري لعزوم كل القوى المطبقة عليه منعدم،

$$\Sigma M_\Delta(\vec{F}) = 0$$

حل التمرين 3

1 - حرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة

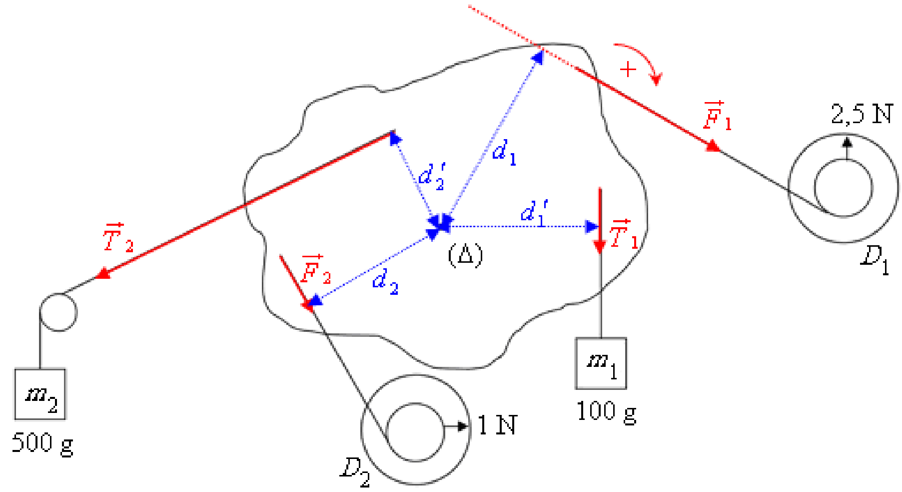
تخضع الصفيحة لست قوى: $\vec{P}$ وزنها ، $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) ، $\vec{F}_1$ تأثير الخيط المرتبط بالدينامومتر D_1 ، $\vec{T}_1$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_1 ، $\vec{F}_2$ تأثير الخيط المرتبط بالدينامومتر D_2 ، و $\vec{T}_2$ تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة m_2 .

2 - تمثيل متجهات القوى المقرونة بتأثيرات الخيوط على الصفيحة باستعمال السلم $1\,cm \leftrightarrow 1\,N$

شداتها هي:

$$T_1 = m_1 \cdot g = 100\times10^{-3}\times10 = 1{,}0\ N \qquad F_1 = 2{,}5\ N$$

$$T_2 = m_2 \cdot g = 500\times10^{-3}\times10 = 5{,}0\ N \qquad F_2 = 1{,}0\ N$$



3 - عزوم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران

- المسافات الفاصلة بين خطوط تأثير القوى و محور الدوران:

$$d'_1 = 2{,}4\ cm \qquad d_1 = 3{,}1\ cm$$

$$d'_2 = 1{,}6\ cm \qquad d_2 = 2{,}3\ cm$$

- عزوم القوى بالنسبة لمحور الدوران:

$$M_\Delta\left(\vec{F}_1\right) = +F_1 \cdot d_1 = +7{,}75.10^{-2}\ N.m$$

$$M_\Delta\left(\vec{F}_2\right) = -F_2 \cdot d_2 = -2{,}3.10^{-2}\ N.m$$

$$M_\Delta\left(\vec{T}_1\right) = +T_1 \cdot d'_1 = +2{,}4.10^{-2}\ N.m$$

$$M_\Delta\left(\vec{T}_2\right) = -T_2 \cdot d'_2 = -8{,}0.10^{-2}\ N.m$$

4 - المجموع الجبري لعزوم القوى

خطا تأثير $\vec{P}$ و $\vec{R}$ يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : عزماهما منعدمان: $M_\Delta\left(\vec{P}\right) = M_\Delta\left(\vec{R}\right) = 0$

نستنتج المجموع الجبري لعزوم القوى:

$$M_\Delta\left(\vec{P}\right) + M_\Delta\left(\vec{R}\right) + M_\Delta\left(\vec{F}_1\right) + M_\Delta\left(\vec{F}_2\right) + M_\Delta\left(\vec{T}_1\right) + M_\Delta\left(\vec{T}_2\right) = -0{,}0015 \approx 0$$

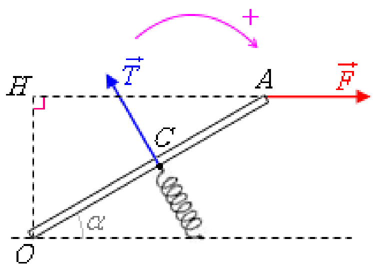
باعتبار الأخطاء في القياسات، يمكن اعتبار مجموع العزوم منعدما تقريبا.

حل التمرين 4

1 - <u>جرد جميع القوى المطبقة على العارضة</u>

تخضع العارضة لأربع قوى: $\vec{P}$ وزنها (مهمل) ، تأثير القوة $\vec{F}$ ، $\vec{T}$ تأثير النابض و $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) ،

2 - <u>شدة القوة التي يطبقها النابض على العارضة</u>



بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ) ، لدينا:

$$M_\Delta(\vec{F})+M_\Delta(\vec{T})+M_\Delta(\vec{R})=0$$

$M_\Delta(\vec{R})=0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_\Delta(\vec{F})=+F\cdot OH=+F\cdot OA\cdot\sin\alpha$$

$$M_\Delta(\vec{T})=-T\cdot OC=-T\cdot\frac{OA}{2}$$

نعوض و نستنتج: $F\cdot OA\cdot\sin\alpha-T\cdot\frac{OA}{2}=0$

$\leftarrow$ $\boxed{T=2F\cdot\sin\alpha}$

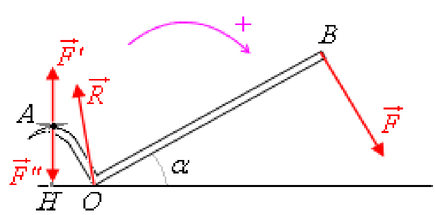
ت.ع. $T=2\times20\times\sin30°=\underline{20\ N}$

حل التمرين 5

1 - <u>شدة القوة</u> $(A,\vec{F}')$ <u>التي تطبقها العتلة على المسمار</u>

بإهمال وزنها تخضع العتلة لثلاث قوى: $(B,\vec{F})$ و $(O,\vec{R})$ و $(A,\vec{F}'')$ تأثير المسمار على العتلة.

حيث: $F''=F'$ حسب مبدأ التأثيرات البينية.



بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ) ، لدينا:

$$M_\Delta(\vec{F})+M_\Delta(\vec{R})+M_\Delta(\vec{F}'')=0$$

$M_\Delta(\vec{R})=0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_\Delta(\vec{F})=+F\cdot OB$$

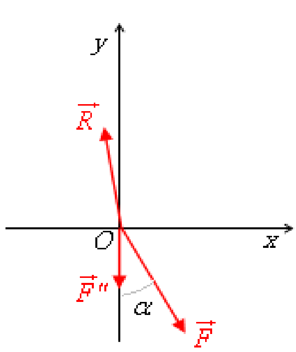
$$M_\Delta(\vec{F}'')=-F''\cdot OH=-F'\cdot OA\cdot\sin\alpha$$

نعوض و نستنتج: $F\cdot OB-F'\cdot OA\cdot\sin\alpha=0$

$\leftarrow$ $\boxed{F'=F\cdot\frac{OB}{OA\cdot\sin\alpha}}$

ت.ع. $F'=200\times\frac{0,70}{0,10\times\sin30°}=\underline{2\ 800\ N}$

2 - <u>شدة القوة</u> $(O,\vec{R})$ <u>التي يطبقها سطح التماس على العتلة</u>



بتطبيق الشرط الآخر للتوازن، لدينا: $\vec{F}+\vec{R}+\vec{F}''=\vec{0}$

ثم إسقاط هذه العلاقة في المعلم (O,x,y) :

$$\begin{cases}F_x+R_x+F_x''=0\\F_y+R_y+F_y''=0\end{cases}\leftarrow\begin{cases}-F\cdot\sin\alpha+R_x+0=0\\-F\cdot\cos\alpha+R_y-F''=0\end{cases}$$

و نستنتج إحداثيتي القوة $(O,\vec{R})$: $\begin{cases}R_x=F\cdot\sin\alpha\\R_y=F\cdot\cos\alpha+F''\end{cases}$

و شدتها هي: $R=\sqrt{{R_x}^2+{R_y}^2}$

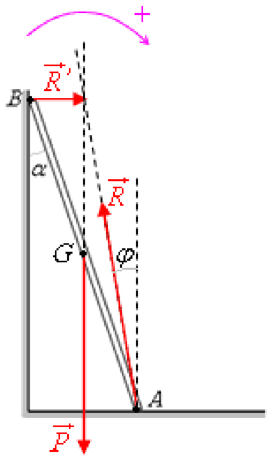
$$\boxed{R=\sqrt{(F\cdot\sin\alpha)^2+(F\cdot\cos\alpha+F')^2}}$$

ت.ع.

$$R=\sqrt{(200\times\sin30°)^2+(200\times\cos30°+2\ 800)^2}=\underline{2\ 975\ N}$$

حل التمرين6

1 - حرد القوى المطبقة على AB و تمثيل متجهاتها



يخضع السلم لثلاث قوى هي:
وزنه $\vec{P}$ و تأثير السطح الأفقي $\vec{R}$ و تأثير الجدار الرأسي $\vec{R}'$.
خطوط تأثير القوى تتلاقى في نقطة تقاطع خط تأثير$\vec{P}$
(العمودي المار من G) و خط تأثير $\vec{R}'$ (الأفقي المار من B).

2 - شدة القوة المطبقة من طرف الجدار

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ)، لدينا: $M_\Delta(\vec{P})+M_\Delta(\vec{R})+M_\Delta(\vec{R}')=0$

$M_\Delta(\vec{R})=0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_\Delta(\vec{P})=-P\cdot\frac{AB}{2}\cdot\sin\alpha$$

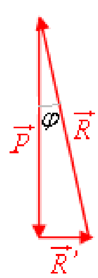
$$M_\Delta(\vec{R}')=+R'\cdot AB\cdot\cos\alpha$$

نعوض و نستنتج: $-P\cdot\frac{AB}{2}\cdot\sin\alpha+R'\cdot AB\cdot\cos\alpha=0$

$\leftarrow$ $\boxed{R'=\frac{P}{2}\cdot\tan\alpha}$

ت.ع. $R'=\frac{40}{2}\times0,15=3\ N$

3 - شدة القوة التي يطبقها السطح الأفقي و قيمة الزاوية φ



الخط المضلعي لمتجهات القوى مثلث قائم الزاوية.

لدينا العلاقة: $\boxed{R=\sqrt{P^2+R'^2}}$

ت.ع. $R=\sqrt{40^2+3^2}\approx 40\ N$

و لدينا العلاقة: $\tan\varphi=\frac{R'}{P}$

و باعتبار العلاقة السابقة: $\boxed{\tan\varphi=\frac{1}{2}\cdot\tan\alpha}$

ت.ع. $\tan\varphi=0,075$ $\leftarrow$ $\varphi=4,3°$

4 - القيمة النهائية α_m للزاوية α دون أن يفقد السلم توازنه

لكي يبقى السلم في حالة التوازن، يجب أن يتحقق الشرط التالي: $\tan\varphi\le\tan\varphi_0$

$\leftarrow$ $\frac{1}{2}\cdot\tan\alpha\le\tan\varphi_0$

$\leftarrow$ $\boxed{\tan\alpha_m=2\tan\varphi_0}$

ت.ع. $\tan\alpha_m=0,50$ $\leftarrow$ $\alpha_m=26,6°$

حل التمرين 7

1 - شدة توتر الحبل

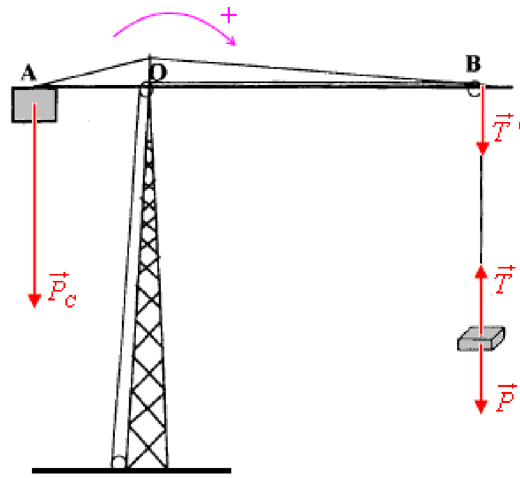
تخضع الحمولة لقوتين هما وزنها $\vec{P}$ و تأثير الحبل $\vec{T}$.

تطبيق شرط التوازن: $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$ ← $T=M\cdot g$

ت.ع. $T=1\,500\times 10=15\,000\,N$

2 - جرد القوى المطبقة على الرافعة

بإهمال وزنها تخضع الرافعة لثلاث قوى هي تأثير الثقل الموازن $\vec{P}_C$ و تأثير الحبل $\vec{T}'$ و تأثير سطح التماس $\vec{R}$



3 - كتلة الثقل الموازن

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور مار من O لدينا: $M_\Delta(\vec{P}_C)+M_\Delta(\vec{R})+M_\Delta(\vec{T}')=0$

$M_\Delta(\vec{R})=0$ لأن خط تأثير $\vec{R}$ يتقاطع مع المحور

$M_\Delta(\vec{P}_C)=-M_C\cdot g\cdot OA$

$M_\Delta(\vec{T}')=+T'\cdot OB=+T\cdot OB$ لأن $T=T'$ حسب مبدأ التأثيرات البينية

نعوض و نستنتج: $-M_C\cdot g\cdot OA+T\cdot OB=0$

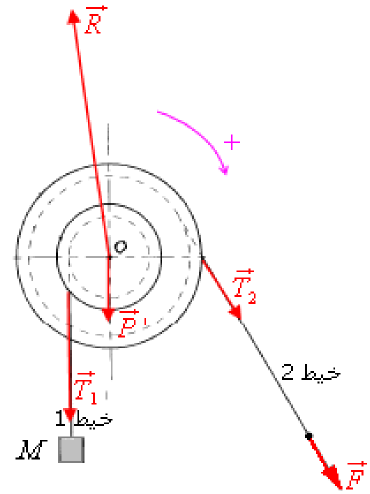
← $M_C=\frac{T}{g}\cdot\frac{OB}{OA}$

ت.ع. $M_C=\frac{15\,000}{10}\times\frac{10}{3}=5\,000\,kg$

حل التمرين 8

1 - <u>جرد القوى المطبقة على البكرة</u>

تخضع البكرة لأربع قوى هي وزنها $\vec{P}'$ و تأثير محورها $\vec{R}$ و تأثير الحبل 1 $\vec{T}_1$، و تأثير الحبل 2 $\vec{T}_2$.



2 - <u>شدة القوة $\vec{F}$ لكي تكون البكرة في توازن</u>

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران، لدينا: $M_\Delta(\vec{P}')+M_\Delta(\vec{R})+M_\Delta(\vec{T}_1)+M_\Delta(\vec{T}_2)=0$

$M_\Delta(\vec{P}')=M_\Delta(\vec{R})=0$ لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع المحور

$M_\Delta(\vec{T}_1)=-T_1\cdot r=-P\cdot r$ لأن $T_1=P$ حسب شرط توازن الحمولة و مبدأ التأثيرات البينية

$M_\Delta(\vec{T}_2)=+T_2\cdot R=+F\cdot R$ لأن $T_2=F$ حسب مبدأ التأثيرات البينية

نعوض و نستنتج: $-P\cdot r+F\cdot R=0$

$\leftarrow$ $\boxed{F=P\cdot\frac{r}{R}}$

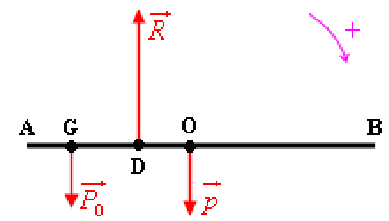
<u>ت.ع</u>. $F=500\times\frac{5}{10}=\underline{250\ N}$

3 - <u>الفائدة من هذا التركيب</u>

يلاحظ أن: $F<P$

يمكن هذا التركيب من رفع حمولة بمجهود أدنى.

حل التمرين 9



1 - كتلة الثقل الموازن

- ندرس توازن العاتق بدون حمولة:

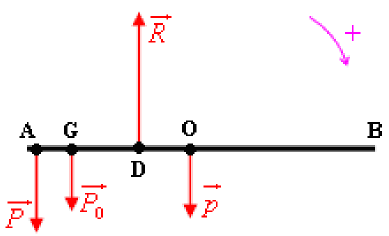
يخضع العاتق لثلاث قوى وزنه $\vec{P_0}$، وزن الثقل الموازن $\vec{p}$ و تأثير المحور $\vec{R}$

تطبيق مبرهنة العزوم: $M_\Delta(\vec{P_0})+M_\Delta(\vec{p})+M_\Delta(\vec{R})=0$

$\leftarrow$ $-P_0\cdot DG+p\cdot DO=0$ (1)

- ندرس توازن العاتق مع الحمولة:

يخضع العاتق لأربع قوى وزنه $\vec{P_0}$، وزن الثقل الموازن $\vec{p}$ ، تأثير المحور $\vec{R}$ و وزن الحمولة $\vec{P}$



تطبيق مبرهنة العزوم: $M_\Delta(\vec{P_0})+M_\Delta(\vec{p})+M_\Delta(\vec{R})+M_\Delta(\vec{P})=0$

$\leftarrow$ $-P_0\cdot DG+p\cdot DC-P\cdot DA=0$ (2)

- بطرح (1) من (2) نستنتج: $p\cdot(DC-DO)-P\cdot DA=0$

$\leftarrow$ $p=P\cdot\dfrac{DA}{OC}$

$\leftarrow$ $m=M\cdot\dfrac{DA}{OC}$

ت.ع. $m=3\times\dfrac{10}{30}=\underline{1\,kg}$

2 - تعبير المسافة $x=OC$ بدلالة M كتلة الحمولة

من العلاقة السابقة نستنتج: $OC=\dfrac{M}{m}\cdot DA$ $\leftarrow$ (cm) $x=10\times\dfrac{M}{m}$

3 - المسافة DG التي تحدد موضع G مركز ثقل العاتق

من العلاقة (1) نستنتج: $DG=\dfrac{p}{P_0}\cdot DO$ $\leftarrow$ $DG=\dfrac{m}{m_0}\cdot DO$

ت.ع. $DG=\dfrac{1}{1}\times 5=\underline{5\,cm}$

4 - شدة القوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير محور تعليق العاتق عندما تكون كتلة الحمولة هي $M=5\,kg$

عند التوازن: $\vec{P_0}+\vec{p}+\vec{R}+\vec{P}=\vec{0}$

بما أن الأوزان قوى عمودية، فإن $\vec{R}$ عمودية و متجهة نحو الأعلى و شدتها: $R=P_0+p+P$

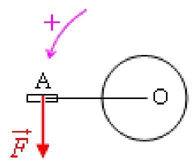
$\leftarrow$ $R=(m_0+m+M)\cdot g$

ت.ع. $R=(1+1+5)\times 10=\underline{70\,N}$

حل التمرين 10

1 - عزم القوة $(A,\vec{F})$ في الحالات التالية:

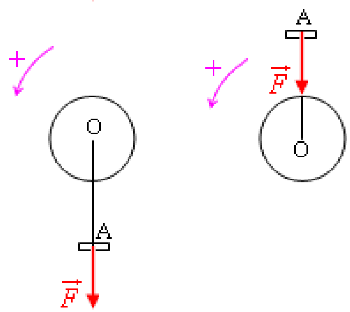
أ - عندما يكون الذراع OA أفقيا



$$M_{\Delta}\left(\vec{F}\right)=F\cdot d=F\cdot OA$$

ت.ع. $M_{\Delta}\left(\vec{F}\right)=60\times 0,16=\underline{9,6\ N.m}$

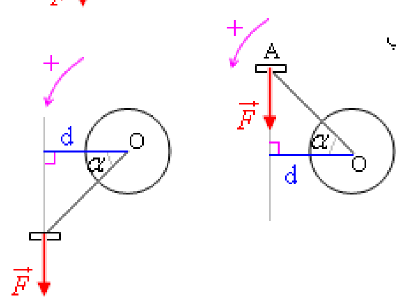
ب - عندما يكون الذراع OA رأسيا



في هذه الحالة خط تأثير القوة $(A,\vec{F})$ يتقاطع مع محور الدوران $(d=0)$

$$M_{\Delta}\left(\vec{F}\right)=0$$

ت - عندما يكون الذراع OA مائلا بالزاوية $\alpha=30°$ بالنسبة للخط الأفقي



في كلتا الحالتين الممكنتين: $d=OA\cdot\cos\alpha$

$$\leftarrow\quad M_{\Delta}\left(\vec{F}\right)=F\cdot OA\cdot\cos\alpha$$

ت.ع. $M_{\Delta}\left(\vec{F}\right)=60\times 0,16\times\cos 30°=\underline{8,3\ N.m}$