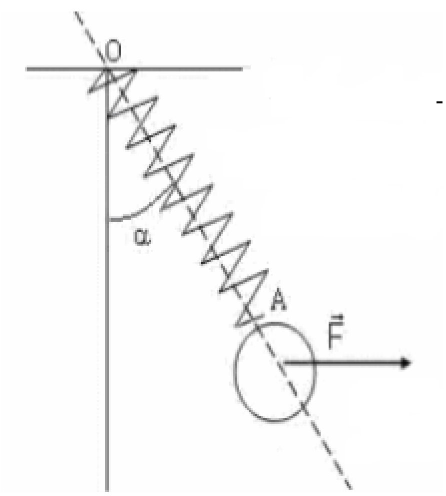
سلسلة تمارين حول توازن جسم تحت تأثير ثلاث قوى

لدراسة توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية بالنسبة لمعلم أرضي:
*تحديدالمجموعة المدروسة.
*جرد القوى المطبقة على المجموعة المدروسة مع تحديد المتجهة المقرونة بكل قوة .
*تمثيل على تبيانة متجهات القوى ذات المميزات المعروفة .
*تطبيق شرطي التوازن على المجموعة المدروسة .
يمكن استغلال شرط التوازن $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=\vec{0}$ بطريقتين مختلفتين :
الطريقة الأولى :الطرقة الهندسية أو المبيانية والتي تعتمد على الخط المضلعي وخطوط التأثير المتلاقية والمستوية .
الطريقة الثانية : الطريقة التحليلية

- تحديد معلم متعامد وممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ م نسقط العلاقة المتجهية على المحورين Ox و Oy .
- نحصل على علاقتين جبريتين بين شدات القوى المطبقة على المجموعة المدروسة .
- من خلال هاتين العلاقتين نجيب على الأسئلة المطروحة .

تمرين 1:

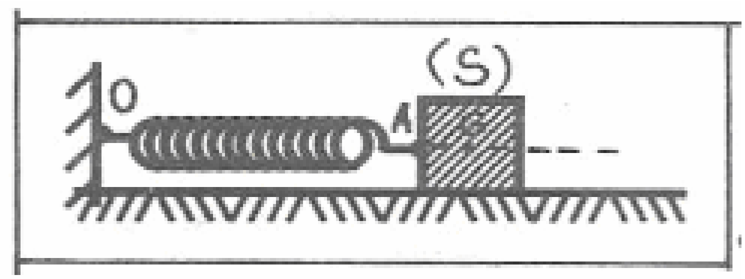


نعتبر كرة متجانسة كتلتها m=500g معلقة بواسطة نابض ذي لفات غير متصلة وصلابته k=100N/m مثبت عند النقطة O. عندمل نطبق قوة$\vec{F}$ أفقية شدتها F=6N على الكرة يصبح طول النابض $OA=\ell=15cm$ والمجموعة في حالة توازن .
أوجد عند التوازن :

1- توتر النابض .
2- الطول الأصلي للنابض ℓ_0 .
3- الزاوية $\propto$ التي يكونها محور النابض OAمع الخط الرأسي المار من O .

تمرين 2:

نعتبر جسما صلبا (S) كتلته m=200g ثبت بالطرف الحر لنابض ثابتة صلابته k=50N/m بينما ثبت الطرف الآخر O بحامل ثابت (أنظر الشكل).



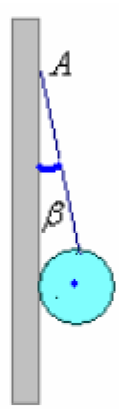
نزيح الجسم S نحو اليمين ، ثم نطلقه ، فيبقى في توازن عند موضع يكون فيه طول النابض هو : $OA=\ell=20cm$

المحور OA للنابض مواز للسطح الأفقي ومار من Gمركز قصور (S) ، والطول الأصلي للنابض هو $\ell_0=14cm$.

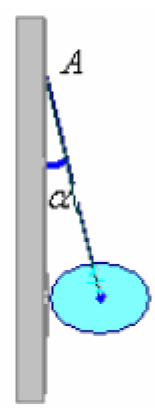
1- أحسب T شدة القوة التي يطبقها النابض على(S) .
2- بين أن اتجاه $\vec{R}$ متجهة القوة التي يطبقها السطح على (S) يمر من G مركز قصور الجسم (S) .
3- 3-1.مثل الخط المضلعي للقوى المطبقة على (S) بالسلم : 1N1cm → واستنتج شدة القوة $\vec{R}$.
3-2.هل التماس بين (S) والمستوى الأفقي يتم باحتكاك ؟علل جوابك .
استنتج قيمة زاوية الإحتكاك φ التي يكونها اتجاه $\vec{R}$ مع الخط الرأسي .

تمرين 3:

نعلق بواسطة خيط كويرة على جدار رأسي عند النقطة A .
يمثل الشكلان اسفله ، وضع الكويرة حيث يكون الخيط زاوية α مع الجدار شكل 1 وزاوية β مع الجدار شكل ب .



شكل 2

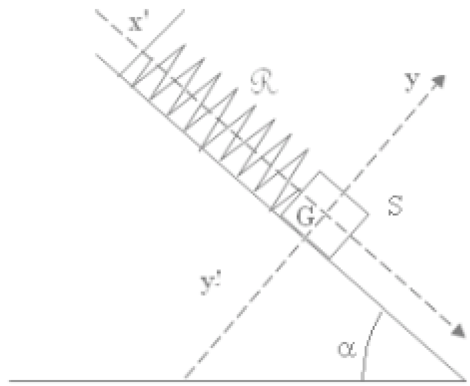


شكل 1

1- أجرد القوى المطبقة على الكويرة في كل حالة .
2- مثل القوى المطبقة على الكويرة في كل حالة .
3- في أي حالة يتم التماس بين الكويرة والجدار باحتكاك ؟ علل جوابك .

تمرين 4:

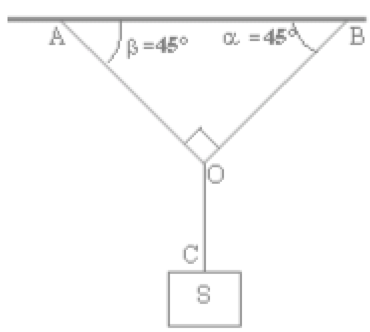
يمثل الكل أسفله توازن جسم صلب S كتلته m=0,5kg فوق مستوى مائل بزاوية $\alpha = 45°$
بالنسبة للمستوى الأفقي ومعلق بالطرف الحر لنابض ذي لفات غير متصلة كتلته مهملة وصلابته
. k=25N/kg



1- أجرد القوى المطبقة على الجسم S .
2- علما أ، شدة توتر النابض F=3Nباعتمادك على الريقة المبيانية أوجد شدة القوة المطبقة من طرف المستوى المائل على الجسم S .
3- استنتج أن التماس يتم باحتكاك بين الجسم S والمستوى المائل .
4- أحسب زاوية الإحتكاك .

تمرين 5:

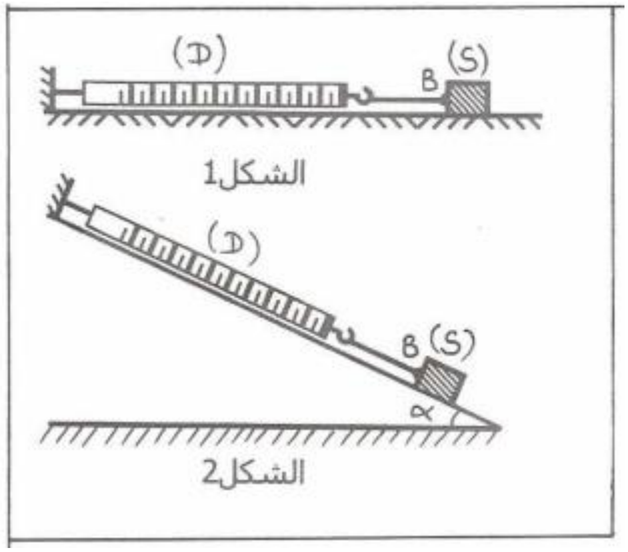
نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل أسفله في حالة توازن حيط الخيوط OA و OB و OC غير قابلة للإمتداد وكتلتها مهملة .



نعطي :
كتلة الجسم (S)m=1kg:
شدة الثقالة : g=10N/kg
1- أوجد مبيانيا توترات الخيوط OA و OB و OC .
2- نفس السؤال باستعمال الطريقة التحليلية .

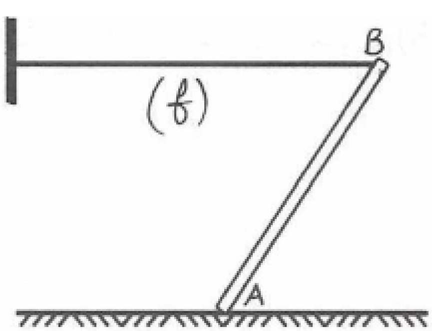
تمرين 6:

يمثل الشكل (1) جسما صلبا (S) كتلته m=0,5kg في توازن على مستوى أفقي .
يرتبط الجسم بدينامومتر (D) حيث يبقى محوره مواز للمستوى الأفقي .
نعطي : g=10N/kg



1- علما أن الإحتكاكات مهملة حدد القيمة التي يشير اليها الدينامومتر .
2- نميل المستوى الأفقي بزاوية $\alpha = 20°$ كما يبين الشكل (2) وتبقى الإحتكاكات مهملة .
2 -1- مثل بدون سلم القوى المطبقة على (S) .
2.2- أنشئ الخط المضلعي لهذه القوى بالسلم : 1cm $\rightarrow 1N$
2.3- استنتج مبيانيا F شدة القوة التي يطبقها الدينامومتر (D) على (S) و R شدة القوة التي يطبقها السطح المائل على (S) .
3- نفترض الأن الإحتكاكات غير مهملة ، نزيل الدينامومتر (D) بحيث يبقى الجسم (S) في توازن فوق المستوى المائل .
3.1 -أحسب الشدة R′ للقوة التي يطبقها السطح المائل على (S) .
3.2- أوجد مبيانيا φ بين متجهة القوة $\overrightarrow{R'}$ والخط العمودي على المستوى المائل .
ما اسم هذه الزاوية ؟

تمرين 7:



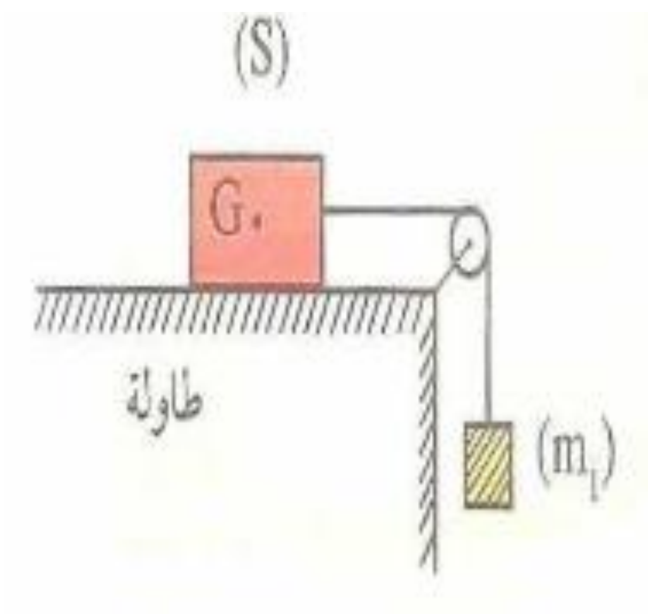
نعتبر ساقا AB متجانسة كتلتها m=1kg مرتكزة على سطح أفقي عند طرفها A ،بينما نشد طرفها الآخر B بواسطة خيط أفقي (f)غير مدود وكتلته مهملة ، كما يبين الشكل .
نعطي : g=10N/kg

1- أجرد القوى المطبقة على العارضة ومثل على الشكل إتجاهات القوى المطبقة على الساق .
2- هل الإحتكاكات بين الساق والسطح مهملة ؟ علل جوابك .

3- علما أن شدة القوة التي يطبقها الخيط على الساق هي : F=6N .
أنشئ الخط المضلعي للقوى المطبقة على الساق بالسلم 1cm →2N
4- استنتج شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها السطح الأفقي على الساق ، واحسب φ زاوية الإحتكاك .

تمرين 8 :

نربط جسما صلبا (S)، كتلته m=1,2kg موضوعا فوق طاولة أفقية ، بأحد طرفي خيط يمر عبر مجرى بكرة (البكرة تغير اتجاه القوة ولا تغير شدتها). نعلق في الطرف الآخر كتلة معلمة m_1 = 100g تبقى المجموعة في توازن (انظر الشكل).
حدد مميزات $\vec{R}$ القوة المطبقة من طرف الطاولة على الجسم الصلب (S) .
نعطي : g=10N/kg



تصحيح تمارين حول توازن جسم تحت تأثير ثلاث قوى

تصحيح تمرين 1:

1- جرد القوى المطبقة على الكرة :

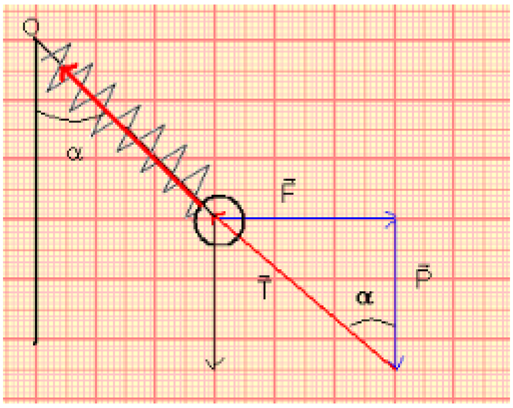
$\vec{P}$: وزن الكرة .

$\vec{T}$: توتر النابض .

$\vec{F}$: القوة الأفقية .

الكرة في توازن تحت تأثير ثلاث قوى شرطي التوازن يتحققان :

- خطوط تأثير القوى الثلاث مستوائية ومتلاقية .
- $\vec{P}+\vec{T}+\vec{F}=\vec{0}$



الخط المضلعي عبارة عن مثلث قائم الزاوية حسب مبرهنة فيتاغورس نكتب :

$$T^2=F^2+P^2 \Leftarrow T=\sqrt{F^2+(mg)^2}$$

تطبيق عددي :

$$=7{,}81N \quad T=\sqrt{6^2+(0{,}5\times 10)^2}$$

2- الطول الأصلي للنابض :

نعلم أن شدة القوة المطبقة من طرف النابض تكتب :

$$T=k(\ell-\ell_0)=k\ell-k\ell_0$$

$$k\ell_0=k\ell-T \Leftarrow \ell_0=\frac{k\ell-T}{k}$$

$$\ell_0=\ell-\frac{T}{k}$$

تطبيق عددي :

$$\ell_0=0{,}15-\frac{7{,}81}{100}=0{,}078m$$

أي : $\ell_0=7{,}8cm$

3- حساب الزاوية α :

لدينا العلاقة المثلثية : $\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{6}{0,5\times10} = 1,2$

بالتالي : $\alpha = 50,2\,^{o}$

تصحيح تمرين 2 :

1- حساب الشدة T :

نعلم أن : $T=k\Delta\ell$ مع $\Delta\ell = \ell-\ell_0$

$\Delta\ell = 20-14 = 6cm = 6.10^{-2}m$

وبالتالي :

$T = 50\times6.10^{-2} = 3,0N$

2- نبين أن إتجاه$\vec{R}$يمر من G :

الجسم (S) في توازن تحت تأثير ثلاث قوى :

- $\vec{P}$ وزن الجسم .
- $\vec{R}$القوة المقرونة بتأثير السطح .
- $\vec{T}$ توتر النابض .

بمأن اتجاه كل من القوتين $\vec{P}$ و $\vec{T}$ يمران من G وحسب شرط التوازن ، فإن متجهات القوى الثلاثة متلاقية في G، الشيء الذي يؤكد أن اتجاه $\vec{R}$ يمر من G .

3- 3-1. الخط المضلعي :

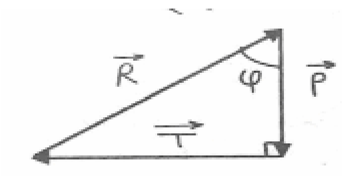
باستعمال السلم : 1cm →1N

نمثل المتجهة $\vec{P}$ بسهم رأسي طوله 2cm

P=mg=0.2x10=2N

نمثل المتجهة $\vec{T}$ بسهم أفقي طوله 3cm

يتبين أن $\vec{P}$ و $\vec{T}$ متعامدان ونغلق الخط المضلعي بسهم يمثل $\vec{R}$ لأن الجسم في توازن .



الخط المضاعي مثلث قائم الزاوية نستعمل مبرهنة فيتاغورس لتحديد R

$R^2 = P^2 + T^2$

$R = \sqrt{P^2 + T^2}$

$R = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3,6N$

2-3.طبيعة التماس :

نلاحظ أن اتجاه $\vec{R}$ غير عمودي على سطح التماس وبالتالي التماس يتم باحتكاك .
تحديد φ زاوية الإحتكاك التي يكونها اتجاه $\vec{R}$ مع اتجاه $\vec{P}$ حسب الخط المضلعي :

$$\tan = \frac{T}{P} = \frac{3}{2} = 1,5$$

وبالتالي :

$$\varphi = 56,3°$$

تصحيح تمرين 3:

1- القوى المطبقة على الكويرة في كل من الحالتين :
$\vec{P}$: وزن الكويرة .
$\vec{T}$: القوة المطبقة من طرف الخيط .
$\vec{R}$: القوة المطبقة من طرف الجدار .
2- بمالأن الكويرة في توازن في الحالتين ،فإن حسب شرط التوازن خطوط تأثير القوى الثلاث متلاقية .

3- في الشكل 2 نلاحظ أن اتجاه $\vec{R}$ ليس عموديا على الجدار وبالتالي فالتماس بين الجدار والكرة يتم باحتكاك .

تصحيح تمرين 4:

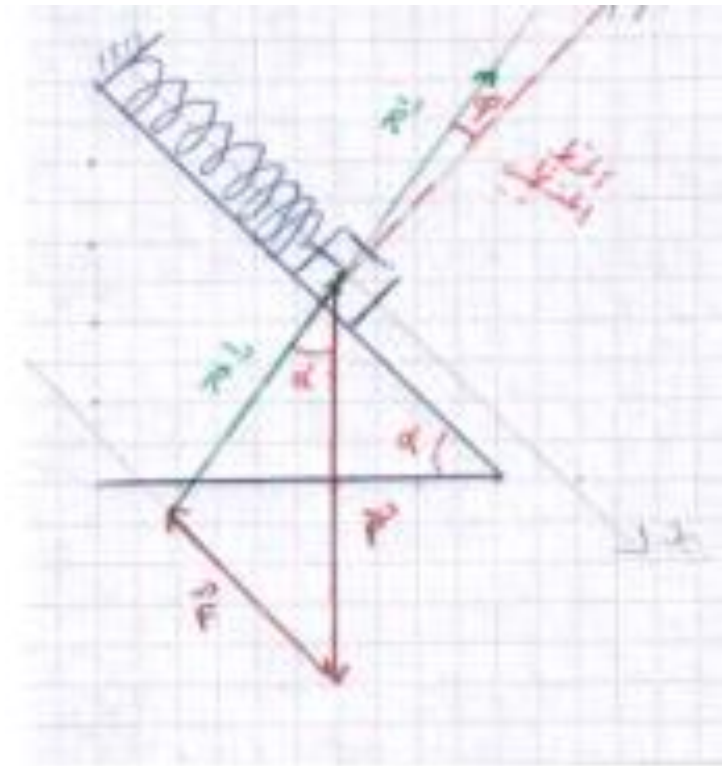
1- جرد القوى المطبقة علىS :
$\vec{P}$: وزن الجسم S .
$\vec{F}$: توتر النابض .
$\vec{R}$: القوة المقرونة بتأثير سطح التماس .
2- نستعمل الطريقة المبيانية :
نحدد مميزات القوى المعروفة :

القوة/المميزات	نقطة التأثير	خط التأثير	المنحى	الشدة
الوزن : $\vec{P}$	G	الخط الرأسي المار من G	نحو أسفل	P=mg=5N
توتر النابض : $\vec{F}$	A	المحور xx′	من x نحو x′	F=3N

نختار السلم : 1cm →1N

نمثل الخط المضلعي للقوى الثلاث وهو مغلق: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$

من خلال التمثيل المبياني نحصل على R ≃3,6N



3- بما أن اتجاه المتجهة $\vec{R}$ غير عمودي على المستوى المائل ، فإن التماس بين الجسم S والسطح المائل والجسم يتم باحتكاك .

4- تحديد φ زاوية الأحتكاك:

نسقط العلاقة المتجهية على المحور xGx′ :

$$P_x+F_x+R_x=0 \Leftarrow P\sin\alpha - F - R\sin\varphi = 0 \Leftarrow -F = P\sin\alpha R\sin\varphi (1)$$

نسقط العلاقة المتجهية على المحور yGy′ :

$$P_y+F_y+R_y=0 \Leftarrow -P\cos\alpha+R\cos\varphi = 0 \Leftarrow R\cos\varphi = P\cos\alpha (2)$$

$$\Leftarrow \frac{(1)}{(2)} \tan\varphi = \frac{R\sin\varphi}{R\cos\varphi} = \frac{P\sin\alpha - F}{P\cos\alpha}$$

تطبيق عددي :

$$\tan\varphi = \frac{5\sin(45°)-3}{5\cos(45°)} = 0{,}15$$

نستنتج : $\varphi = 8{,}53°$

تصحيح تمرين 5:

1- حساب شدات توترات الخيوط باستعمال الطريقة المبيانية :

دراسة توازن الجسم (S)

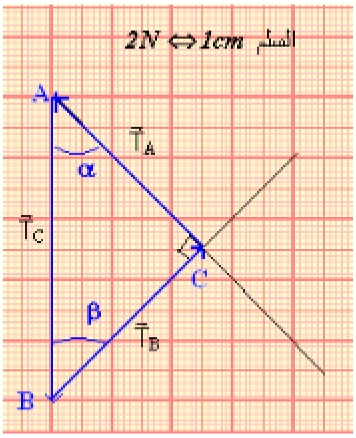
الجسم في توازن تحت تأثير قوتين : $\vec{P}$ و $\vec{T'}_C$

حسب شرطي التوازن : $P = T_C' = mg = 10N$

دراسة توازن النقطة O :

النقطة Oفي توازن تحت تأثير ثلاث قوى : $\vec{T}_A$ و$\vec{T}_B$ و$\vec{T}_C$

حسب شرط التوازن : $\vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{T}_C = \vec{0}$ أي أن الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق .



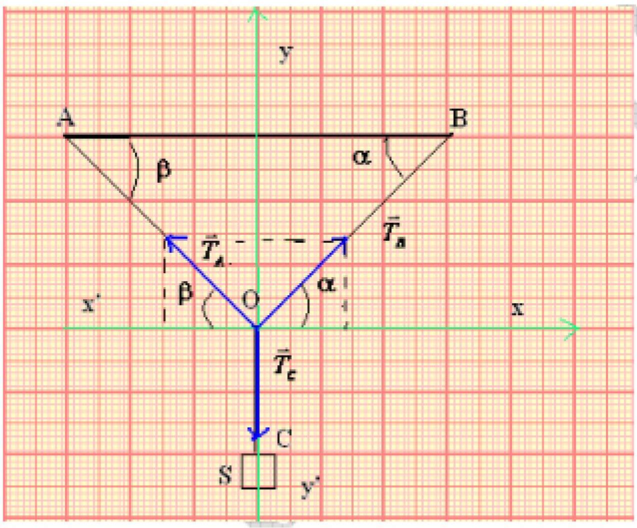
حسب الشكل فإن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في C.

TA=TB و حسب مبرهنة فيتاغورس: $T_C^2 = T_B^2 + T_C^2$ أي $T_C^2 = 2T_B^2$

$T_C = T_B\sqrt{2}$ ومنه : $T_B = \frac{T_C}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2}$=7N

وبالتالي : TA=TB =7N

2- حساب الشدات باستعمال الطريقة التحليلية :



اسقاط العلاقة المتجهية على المحور Ox :

$$T_{Cx} + T_{Bx} + T_{Cx} = 0 \Leftarrow -T_A cos\beta + T_B cos\alpha = 0(1)$$

اسقاط العلاقة المتجهية على المحور Oy :

$$T_{Ay} + T_{By} + T_{Cy} = 0 \Leftarrow T_A sin\beta + T_B sin\alpha - T_C = 0(2)$$

بما أن $\alpha = \beta = 45°$ فإن : $cos\alpha = cos\beta = sin\alpha = sin\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

العلاقة (1) تكتب :

$T_A=T_B$: أي $-T_A+T_B = 0$

والعلاقة (2)تكتب :

$$T_A\frac{\sqrt{2}}{2}+T_B\frac{\sqrt{2}}{2} -T_C = 0$$

$T_A = \frac{T_C}{\sqrt{2}} = \frac{T_C\sqrt{2}}{2} = 7N$: أي $T_A\sqrt{2} = T_C$

تصحيح تمرين 6:

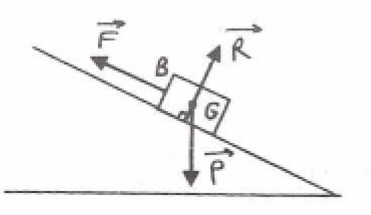
1- القيمة التي يشير اليها الدينامومتر (D) :
الجسم (S) في توازن تحت تأثير ثلاث قوى :
$\vec{P}$:وزنه .
$\vec{F}$: القوة التي يطبقها الدينامومتر .
$\vec{R}$: القوة التي يطبقها السطح .
حسب الشرط الأول للتوازن :

$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$$

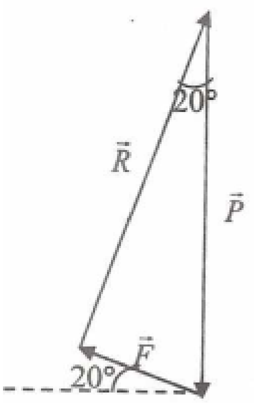
بما أن الإحتكاكات مهملة فإن $\vec{R}$ عمودية على السطح .
بما أن الجسم لاينغرز في المستوى الأفقي فإن : $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$
وبالتالي : $\vec{F}=\vec{0}$
ومنه فإن الدينامومتر يشير إلى قيمة منعدمة .

2.1- تمثيل القوى :

الجسم (S) في توازن تحت تأثير ثلاث قوى :
$\vec{P}$: وزنه
$\vec{F}$: تاثير الدينامومتر
$\vec{R}$: القوة التي يطبقها السطح المائل .($\vec{R}$ عمودية على السطح المائل لان الاحتكاكات مهملة)



2.2- الخط المضلعي :



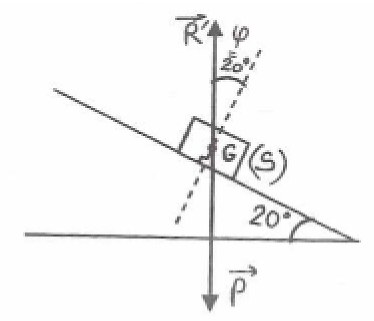
لإنشاء الط المضلغي نتبع الخطوات التالية :
P=mg=0,5x10=5N
نمثل المتجهة $\vec{R}$ بسهم رأسي طوله 5cm.
نمثل اتجاه القوة $\vec{F}$ المكونة لزاوية $\propto=20°$ مع الخط الأفقي المار من رأس السهم الممثل ل $\vec{P}$.
نمثل اتجاه $\vec{R}$ العمودي على اتجاه $\vec{F}$ والمار من أصل السهم الممثل ل $\vec{P}$.

2.3- حساب شدتي القوتين $\vec{F}$ و $\vec{R}$:

نقيس طول سهم المتجهة $\vec{F}$ فنجد 1,7cm باستعمال السلم نجد : F=1,7N
نقيس طول سهم المتجهة $\vec{R}$ نجد 4,7cmاذن : R=4,7N

1.3-حساب الشدة R′ :

عند إزالة الدينامومتر (D) تنعدم شدة القوة $\vec{F}$ويصبح (S) في توازن تحت تأثير قوتين :
$\vec{P}$: وزنه
$\vec{R}$: القوة التي يطبقها السطح المائل .
لدينا حسب شرط التوازن :
$\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$ ومنه : R=P=5N
3.2- حساب الزاوية φ :

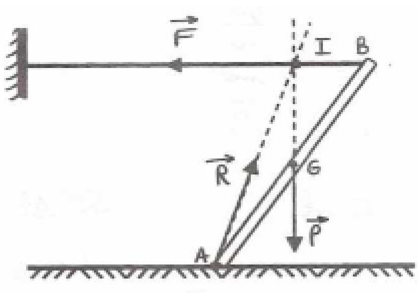


باستعمال المنقلة نجد : $\varphi=\alpha=20°$
نسمي φ زاوية الإحتكاك .

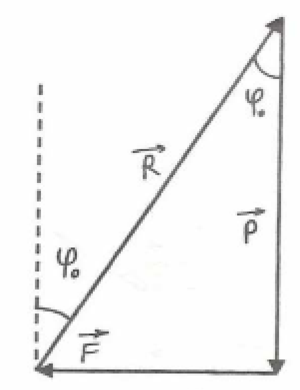
تصحيح تمرين 7:

1- جرد القوى :
تخضع الساق الى ثلاثة قوى :
وزنها $(G,\vec{P})$.
القوة التي يطبقها الخيط $(B,\vec{T})$
القوة التي يطبقها السطح $(A,\vec{R})$
*اتجاه $\vec{P}$ رأسي يمر من G .
*اتجاه $\vec{F}$ أفقي يطابق الخيط ويقاطع اتجاه $\vec{P}$ في نقطة I .

بما أن الساق في توازن فإن خطوط تأثير القوى الثلاثة تتقاطع في نقطة واحدة هي :I، وبالتالي يكون اتجاه $\vec{R}$ يمر من النقطتين A و I .أنظر الشكل .



2- طبيعة التماس :
من خلال الشكل يتبين أن اتجاه $\vec{R}$ غير عمودي على السطح الأفقي وبالتالي فالإحتكاكات غير مهملة .



3- الخط المظلعي :

لدينا : P=mg =1x10=10N (متجهة رأسية نحو الأسفل) نمثل $\vec{P}$ بسهم طوله 5cm

وF=6N (متجهة أفقية نحو اليسار)نمثل$\vec{F}$بسهم طوله 3cm

نغلق الخط المضلعي بسهم ممثل ل $\vec{R}$منحاه نحو الأعلى .

4- حساب شدة القوة R :

نقيس طول سهم المتجهة $\vec{R}$ نجد 5,8cm وبالتالي : F=2x5,8=11,6N

ملحوظة :

يمكن استعمال مبرهنة فيتاغورس R=$\sqrt{P^2+F^2}=\sqrt{10^2+6^2}=11{,}66N$

حساب φ :

باستعمال المنقلة أو بتطبيق العلاقة المثلثية :

$$\tan\varphi=\frac{F}{P}=\frac{6}{10}=0{,}6$$

وبالتالي : $\varphi=31°$