

سلسلة 2	تحليلية الجداء السلمي	السنة 1 بكالوريا علوم رياضية
<p>تمرين 1 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>نعتبر المستقيم: (D): $6x - 3y - 3 = 0$ و الدائرة: (C): $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$</p> <p>1, حدد مركز وشعاع الدائرة (C)</p> <p>2, حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)</p> <p>3, بين أن (C) و (D) يتقاطعان في نقطتين مختلفتين E و F</p> <p>4, أوجد إحداثيتي E و F</p>		
<p>تمرين 2 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>لتكن (m) مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوى بحيث: $x^2 + y^2 + m x - m y - 2m - 2 = 0$</p> <p>حيث m بارامتر حقيقي.</p> <p>1, أدرس حسب قيم العدد m طبيعة المجموعة (m)</p> <p>2, نعتبر فيما يلي أن: $m \neq -2$</p> <p>3, بين أن جميع الدوائر (m) تمر من نقطة ثابتة A محددات إحداثياتها.</p> <p>4, حدد (Δ) مجموعة مراكز الدوائر (m)</p> <p>5, أوجد معادلة المستقيم (L) المار من A و العمودي على (Δ)</p> <p>6, تحقق أن (L) مماس لجميع الدوائر (m) في النقطة A</p>		
<p>تمرين 3 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>نعتبر النقط: $\Omega(4,0)$ و $A(1,0)$ و $B(-1,1)$</p> <p>1, أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) واسط $[AB]$</p> <p>2, أكتب معادلة ديكارتية للدائرة $(')$ ذات المركز Ω والمارة من النقطة A</p> <p>3, ادرس تقاطع $(')$ و (Δ)</p> <p>4, تحقق أن النقطة O توجد خارج الدائرة $(')$</p> <p>5, أكتب معادلة ديكارتية لمماسي الدائرة $(')$ المارين من النقطة O.</p> <p>6, ناقش حسب قيم البارامتر m عدد نقط تقاطع الدائرة $(')$ و المستقيم $(D_m): y = mx$.</p>		
<p>تمرين 4 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>نعتبر الدائرة (C) ذات المعادلة: $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$</p> <p>1, حدد مركز وشعاع الدائرة (C)</p> <p>2, ادرس تقاطع الدائرة (C) مع كل من محور الأفاصيل و محور الأرتيب</p> <p>3, أكتب معادلتى المماسين للدائرة (C) بحيث المتجهة الموجهة لهما هي: $\vec{u}(-3,4)$</p> <p>4, أكتب معادلتى المماسين للدائرة (C) المارين بالنقطة $A(2,1)$</p>		
<p>تمرين 5 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>نعتبر النقط $A(2,1)$ و $B(1,-2)$ و $C(-1,2)$ و $P(3,-4)$ و المستقيم $(\Delta_1): x + 2y + 5 = 0$</p> <p>1, بين أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية في A.</p> <p>2, استنتج معادلة ديكارتية للدائرة $(')$ المحيطة بالمثلث ABC</p> <p>3, بين أن المستقيم (Δ_1) مماس للدائرة $(')$ ثم حدد زوج إحداثيتي نقطة التماس E</p> <p>4, تحقق أن $P \in (\Delta_1)$ ثم حدد معادلة المماس الثاني (Δ_2) للدائرة $(')$ و المار من P.</p>		

سلسلة 2	تحليلية الجداء السلمي حل مقترح	السنة 1 بكالوريا علوم رياضية
تمرين 1: $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ ، $(D): 6x - 3y - 3 = 0$		
1	<p>لدينا : $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 = 3 + 9 + 4 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+2)^2 = 16$ بالتالي (C) دائرة مركزها $\Omega(3;-2)$ و شعاعها $r = \sqrt{16} = 4$</p>	
2	<p>لدينا : $(D): 6x - 3y - 3 = 0$ منه $(D): 3y = 6x - 3$ بالتالي $(D): y = 2x - 1$</p>	
3	<p>لدينا : $d(\Omega; (D)) = \frac{ 2x_\Omega - y_\Omega - 1 }{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{7}{\sqrt{5}} < 4$ إذن (C) و (D) يتقاطعان في نقطتين مختلفتين</p>	
4	<p>لنحل النظامة: $(S) \begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (2x-1)^2 - 6x + 4(2x-1) - 3 = 0 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ $(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x^2 - 4x + 1 - 6x + 8x - 4 - 3 = 0 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 2x - 6 = 0 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ $x_1 = \frac{2 - \sqrt{120}}{10} = \frac{1 - \sqrt{30}}{5}$ و $x_2 = \frac{2 + \sqrt{120}}{10} = \frac{1 + \sqrt{30}}{5}$: منه $\Delta = 4 + 120 = 124 > 0$</p>	
4	<p>منه : $(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{30}}{5} \text{ ou } x = \frac{1 - \sqrt{30}}{5} \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x = \frac{1 + \sqrt{30}}{5} \\ y = \frac{-3 + 2\sqrt{30}}{5} \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} x = \frac{1 - \sqrt{30}}{5} \\ y = \frac{-3 - 2\sqrt{30}}{5} \end{pmatrix}$ بالتالي : $F\left(\frac{1 - \sqrt{30}}{5}; \frac{-3 - 2\sqrt{30}}{5}\right)$ و $E\left(\frac{1 + \sqrt{30}}{5}; \frac{-3 + 2\sqrt{30}}{5}\right)$</p>	
<p>عملية و خصوصا في الفروض نراعي أن تكون النتائج بسيطة، بمعنى أن لا تتضمن جذورا مربعة، لكننا أثرنا أن تتضمن الحلول الجذور المربع حتى يتم استيعاب الطريقة العامة لإيجاد إحداثي نقطتي تقاطع دائرة ومستقيم، وهي حل النظامة المكونة من معادلة الدائرة و المعادلة الديكارتية المختصرة أو التمثيل البارامتري للمستقيم.</p>		
تمرين 2: $(C_m): x^2 + y^2 + m x - m y - 2m - 2 = 0$		
1	<p>لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى ، لدينا : $M \in (C_m) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + m x - m y - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + mx + \frac{m^2}{4} + y^2 - my + \frac{m^2}{4} = 2m + 2 + \frac{m^2}{4} + \frac{m^2}{4}$ $M \in (C_m) \Leftrightarrow \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{m}{2}\right)^2 = \frac{m^2 + 4m + 4}{2} = \left(\frac{m+2}{\sqrt{2}}\right)^2$ إذن ، إذا كان $m = -2$ فإن (C_m) هي النقطة : $\Omega_m\left(\frac{-m}{2}; \frac{m}{2}\right)$ و إذا كان $m \neq -2$ فإن (C_m) هي الدائرة ذات المركز $\Omega_m\left(\frac{-m}{2}; \frac{m}{2}\right)$ و الشعاع $R_m = \left \frac{m+2}{\sqrt{2}}\right > 0$</p>	
<p>أحيانا تكون هذه المجموعة فارغة إذا كان التعبير الموجود في الطرف الأيمن سالبا</p>		

للإجابة عن هذا السؤال سنبحث عن قيمة x و y حيث تكون العبارة :

$$\forall m \in \mathbb{R} \quad x^2 + y^2 + m x - m y - 2m - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \text{ العبارة السابقة تكافئ : } \forall m \in \mathbb{R} \quad x^2 + y^2 - 2 + m(x - y - 2) = 0 \text{ مما يكافئ}$$

لأن العبارة السابقة عبارة دالة تآلفية متغيرها m ، والدالة التآلفية (أو بصفة عامة الحدودية) تنعدم إذا و فقط إذا كانت جميع معاملاتها منعدمة.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 4y + 4 + y^2 - 2 = 0 \\ x = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 + 4y + 2 = 0 \\ x = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 2y + 1 = 0 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y+1)^2 = 0 \\ x = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

هذا يعني أن جميع الدوائر تمر من النقطة : $A(1; -1)$

يمكن إجراء عملية البحث عن النقطة في ورقة للبحث وإثبات أن إحداثياتها تحققان معادلة الدوائر في ورقة التحرير:

$$x^2 + y^2 + m x - m y - 2m - 2 = 1 + 1 + m + m - 2m - 2 = 0$$

كما يمكن اتباع طريقة أخرى وهي حل نظمة دائرتين من هذه الدوائر مثل : (0) و (1) لإيجاد نقطة

تقاطعهما (أو حتى إنشاؤهما لمعرفة نقطة التقاطع) ثم بعد ذلك إثبات أن هذه النقطة تحقق معادلة كل الدوائر كما أشرنا في الملاحظة السابقة.

$$\forall m \in \mathbb{R} \quad \Omega_m \in (\Delta) \quad \text{إذن} \quad y_{\Omega_m} = -x_{\Omega_m} \quad \text{منه} \quad y_{\Omega_m} = \frac{m}{2} \quad \text{و} \quad x_{\Omega_m} = \frac{-m}{2} \quad \text{أي} \quad \Omega_m \left(\frac{-m}{2}; \frac{m}{2} \right)$$

حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة : $y + x = 0$

3

فكرة السؤال هي إيجاد علاقة مباشرة بين أفضول وأرتوب مراكز الدوائر عن طريق التخلص من البارامتر m

لتكن $M(x; y)$ نقطة من المستوى ، ونعتبر المتجهة $\vec{u}(-1; 1)$ الموجهة للمستقيم (Δ) :

$$M \in (L) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -(x-1) + (y+1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 2 = 0$$

بالتالي : $(L): x - y - 2 = 0$

4

$$d(\Omega_m, (L)) = \frac{|x_{\Omega} - y_{\Omega} - 2|}{\sqrt{2}} = \frac{\left| \frac{-m}{2} - \frac{m}{2} - 2 \right|}{\sqrt{2}} = \frac{|-m-2|}{\sqrt{2}} = \frac{|m+2|}{\sqrt{2}} = R_m$$

بالتالي مماس لجميع الدوائر (m) ، وبما أن $A \in (m)$ و $A \in (L)$ فإن نقطة التماس هي النقطة A

5

تمرين 3: $\Omega(4,0)$ و $A(1,0)$ و $B(-1,1)$

لتكن E منتصف $[AB]$ ، منه : $E\left(0, \frac{1}{2}\right)$

لتكن $M(x; y)$ نقطة من المستوى ، لدينا : $\overrightarrow{AB}(-2; 1)$ و $\overrightarrow{EM}\left(x; y - \frac{1}{2}\right)$

1

$$M \in (\Delta) \Leftrightarrow -2x + \left(y - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow -4x + 2y - 1 = 0$$

لدينا : $R = \Omega A = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$ ، إذن المعادلة الديكارتية للدائرة $(')$ ذات المركز Ω والمارة من النقطة A

هي : $(') : (x-4)^2 + y^2 = 9$

2

$$d(\Omega, (\Delta)) = \frac{|4x_{\Omega} - 2y_{\Omega} + 1|}{\sqrt{16+4}} = \frac{17}{\sqrt{20}} > R$$

($\frac{17}{\sqrt{20}} \approx 3,8$)

لدينا : $d(\Omega, (\Delta)) = \frac{17}{\sqrt{20}} > R$ ، إذن $(')$ و (Δ) غير متقاطعين

3

لدينا : $O\Omega = \sqrt{16+0} = 4 > R$ إذن O توجد خارج الدائرة $(')$

4

ليكن (L) أحد مماسي الدائرة (Γ) المارين من النقطة O .
إذا كان (L) موازيا لمحور الأرتاب فإن معادلته هي على الشكل: $x-a=0$ حيث $a \in \mathbb{R}$
وبما أن $O \in (L)$ فإن $0-a=0$ منه $a=0$ منه $x=0$: $(L): x=0$

$$d(\Omega, (L)) = R \Leftrightarrow \frac{|x_\Omega|}{\sqrt{1+0}} = 3 \Leftrightarrow 4=3$$

في هذه الحالة لدينا: $4=3$

مما يعني أن كلا مماسي الدائرة لا يوازيان محور الأرتاب
إذن نستنتج أن (L) غير مواز لمحور الأرتاب إذن له معادلة مختصرة: $(L): y = ax + b$ حيث $(a, b) \in \mathbb{R}^2$
بما أن $O \in (L)$ فإن $0 = 0 + b$ منه $b = 0$ منه $(L): y = ax$ أي: $(L): ax - y = 0$

$$d(\Omega, (L)) = R \Leftrightarrow \frac{|ax_\Omega - y_\Omega|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 3 \Leftrightarrow |4a| = 3\sqrt{a^2 + 1} \Leftrightarrow 16a^2 = 9(a^2 + 1)$$

الآن:

$$d(\Omega, (L)) = R \Leftrightarrow 7a^2 = 9 \Leftrightarrow a = \frac{3}{\sqrt{7}} \text{ ou } a = -\frac{3}{\sqrt{7}}$$

بالتالي مماسا الدائرتين المارين من O هما: $(L_1): y = \frac{3}{\sqrt{7}}x$ و $(L_2): y = -\frac{3}{\sqrt{7}}x$

هناك طرق أخرى لتحديد مماسي دائرة مارين من نقطة معلومة، لكن هذه أفضل طريقة ارتأيتها
قد نجد حالة يكون فيها أحد المماسين موازيا لمحور الأرتاب والآخر غير مواز له

$$d(\Omega, (D_m)) - 3 = \frac{|mx_\Omega - y_\Omega|}{\sqrt{m^2 + 1}} - 3 = \frac{|4m| - 3\sqrt{m^2 + 1}}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{16m^2 - 9(m^2 + 1)}{(4m - 3\sqrt{m^2 + 1})\sqrt{m^2 + 1}}$$

لدينا:

$$d(\Omega, (D_m)) - 3 = \frac{7m^2 - 9}{(4m - 3\sqrt{m^2 + 1})\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{7\left(m - \frac{3}{\sqrt{7}}\right)\left(m + \frac{3}{\sqrt{7}}\right)}{(4m - 3\sqrt{m^2 + 1})\sqrt{m^2 + 1}}$$

إذن:

■ إذا كان: $m = \frac{3}{\sqrt{7}}$ أو $m = -\frac{3}{\sqrt{7}}$ فإن $d(\Omega, (D_m)) = 3$ أي (D_m) يقطع الدائرة (Γ) في نقطة وحيدة

■ إذا كان: $m > \frac{3}{\sqrt{7}}$ أو $m < -\frac{3}{\sqrt{7}}$ فإن $d(\Omega, (D_m)) > 3$ أي (D_m) لا يقطع الدائرة (Γ) في أي نقطة

■ إذا كان: $-\frac{3}{\sqrt{7}} < m < \frac{3}{\sqrt{7}}$ فإن $d(\Omega, (D_m)) < 3$ أي (D_m) يقطع الدائرة (Γ) في نقطتين مختلفتين

تمرين 4: $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 4 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$$

بالتالي (C) دائرة مركزها $\Omega(2; -3)$ و شعاعها $R = 2$

$$d(\Omega; (Oy)) = \frac{|x_\Omega|}{1} = 2 = R \text{ و } d(\Omega; (Ox)) = \frac{|y_\Omega|}{1} = 3 > R$$

لدينا: $(Ox): y = 0$ و $(Oy): x = 0$ ، وبما أن: $d(\Omega; (Ox)) = 3 > R$ و $d(\Omega; (Oy)) = 2 = R$ فإن (Oy) مماس للدائرة (C) إذن فهو يقطعها في نقطة وحيدة، بينما (Ox) لا يتقاطع معها في أي نقطة.

ليكن (Δ) أحد مماسي الدائرة الموجه بالمتجهة $\vec{u}(-3, 4)$ ، إذن له معادلة ديكارتية على شكل:

$$4x + 3y + c = 0 \text{ حيث } c \in \mathbb{R}$$

$$d(\Omega; (\Delta)) = R \Leftrightarrow \frac{|4x_\Omega + 3y_\Omega + c|}{\sqrt{16+9}} = 2 \Leftrightarrow |-1+c| = 10 \Leftrightarrow (-1+c=10) \text{ ou } (-1+c=-10)$$

إذن:

$$d(\Omega; (\Delta)) = R \Leftrightarrow (c=11) \text{ ou } (c=-9)$$

بالتالي: $(\Delta_1): 4x + 3y + 11 = 0$ و $(\Delta_2): 4x + 3y - 9 = 0$ هما مماسا الدائرة (C) بحيث المتجهة الموجهة

لهما هي: $\vec{u}(-3,4)$

ليكن (L) أحد مماسي الدائرة (C) المارين من النقطة $A(2,1)$.
إذا كان (L) موازيا لمحور الأرتاب فإن معادلته هي على الشكل: $x-a=0$ حيث $a \in \mathbb{R}$
وبما أن $A \in (L)$ فإن: $2-a=0$ منه: $a=2$ منه: $(L): x-2=0$

$$d(\Omega, (L)) = R \Leftrightarrow \frac{|x_\Omega - 2|}{1} = 2 \Leftrightarrow 0 = 2$$

في هذه الحالة لدينا: $0=2$
مما يعني أن كلا مماسي الدائرة لا يوازيان محور الأرتاب
إذن نستنتج أن (L) غير مواز لمحور الأرتاب إذن له معادلة مختصرة: $(L): y = ax + b$ حيث
 $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

بما أن $A \in (L)$ فإن: $1 = 2a + b$ منه: $b = 1 - 2a$

منه: $(L): y = ax + (1 - 2a)$ أي: $(L): ax - y + 1 - 2a = 0$

$$d(\Omega, (L)) = R \Leftrightarrow \frac{|ax_\Omega - y_\Omega + 1 - 2a|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 2 \Leftrightarrow |2a + 3 + 1 - 2a| = 2\sqrt{a^2 + 1} \Leftrightarrow 16 = 4(a^2 + 1)$$

$$d(\Omega, (L)) = R \Leftrightarrow 4a^2 = 12 \Leftrightarrow a = \sqrt{3} \text{ ou } a = -\sqrt{3}$$

بالتالي مماسا الدائرتين المارين من A هما: $(L_1): y = \sqrt{3}x + 1 - 2\sqrt{3}$ و $(L_2): y = -\sqrt{3}x + 1 + 2\sqrt{3}$

تمرين 5: $A(2,1)$ و $B(1,-2)$ ، $C(-1,2)$ ، $P(3,-4)$ ، $(\Delta_1): x + 2y + 5 = 0$

لدينا: $\vec{AB}(-1,-3)$ و $\vec{AC}(-3,1)$ ، منه:

$$AC = \|\vec{AC}\| = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10} \text{ و } AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10} \text{ و } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 3 - 3 = 0$$

بالتالي المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في A .

بما أن ABC قائم الزاوية في A فهو محاط بدائرة قطرها هو وتره، أي مركزها منتصف $[BC]$ و شعاعها
 $r = \frac{BC}{2}$

لتكن K منتصف $[BC]$ ، إذن: $K\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ أي: $K(0; 0)$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

منه: $r = \sqrt{5}$ ، بالتالي: معادلة الدائرة $(')$ المحيطة بالمثلث ABC هي: $(x - x_K)^2 + (y - y_K)^2 = r^2$ أي: $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 5$

لدينا: $d(K; (\Delta_1)) = \frac{|5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} = r$ إذن المستقيم $(\Delta_1): x + 2y + 5 = 0$ مماس للدائرة $(')$

لدينا: $P \in (\Delta_2)$ ، إذن: $x_P + 2y_P + 5 = 3 - 8 + 5 = 0$

إذا كان (Δ_2) موازيا لمحور الأرتاب فإن معادلته هي على الشكل: $x-a=0$ حيث $a \in \mathbb{R}$
وبما أن $P \in (\Delta_2)$ فإن: $3-a=0$ منه: $a=3$ منه: $(\Delta_2): x-3=0$

$$d(\Omega, (\Delta_2)) = R \Leftrightarrow \frac{|x_\Omega - 3|}{1} = \sqrt{5} \Leftrightarrow 3 = \sqrt{5}$$

إذن نستنتج أن (Δ_2) غير مواز لمحور الأرتاب إذن له معادلة مختصرة: $(\Delta_2): y = ax + b$ حيث
 $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

بما أن $P \in (\Delta_2)$ فإن: $-4 = 3a + b$ منه: $b = -3a - 4$

منه : $(\Delta_2): y = ax + (-3a - 4)$ أي : $(\Delta_2): ax - y - 3a - 4 = 0$
الآن :

$$d(\Omega, (\Delta_2)) = R \Leftrightarrow \frac{|ax_{\Omega} - y_{\Omega} - 3a - 4|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |-3a - 4| = \sqrt{5}\sqrt{a^2 + 1} \Leftrightarrow 9a^2 + 24a + 16 = 5a^2 + 5$$

$$d(\Omega, (\Delta_2)) = R \Leftrightarrow 4a^2 + 24a + 11 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{-1}{2} \text{ ou } a = -6$$

$$(a_2 = \frac{-24 - 20}{8} = -6 \text{ و } a_1 = \frac{-24 + 20}{8} = \frac{-1}{2} , \Delta = 24^2 - 4 \times 4 \times 11 = 400 : \text{ لأن})$$

بالتالي نجد أن : $(\Delta_2): y = -6x + 14$ (القيمة $\frac{-1}{2}$ تعطينا معادلة المماس الأول).