الجذع المشترك العلمي والتكنلوجي	المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى و النظمات	سلسلة 1

تمرين1 : حل في IR المعادلات :

$2-x=-7x+14$ ، $\frac{x-1}{2}-\frac{2x-3}{4}=3$ ، $\sqrt{2}\,x+5=\sqrt{2}$ ، $|x-3|=4$ ، $|x+3|=|2x-1|$

$\sqrt{x^2+7}=4$ ، $x^3-8+2x(x-2)=0$ ، $x(x-2)+3(x-2)=0$

تمرين2 : حل في IR المتراجحات و النظمات التالية :

$5x-1\le 3x+11$ ، $-2x+1\ge x-3$ ، $\sqrt{2}\,x-5<\sqrt{3}\,x-4$ ، $|x-1|\le\frac{1}{2}$ ، $|2x-3|\ge 1$

$\begin{cases}2x-3>2-3x\\5x-3\le x+9\end{cases}$ ، $\begin{cases}\frac{x-3}{2}\le 1\\x-6\le 2(x-3)\end{cases}$ ، $\begin{cases}x\le 8-3x\\2x>x+7\end{cases}$

تمرين3 : حل في IR المتراجحات :

$(2x-3)(4-x)\ge 0$ ، $(5x-1)(3x+6)>0$ ، $4x^2-9<0$ ، $(2x+1)^2\le(x+3)^2$

تمرين4 :

1) حل في IR^2 المعادلات : $5x+y=3$ ، $x+7y-16=0$ ، $-5x+\sqrt{8}y+2=0$

2) من بين المعادلات السابقة ما هي المعادلة التي يكون الزوج $(-5,3)$ حلا لها ؟

تمرين5 : ـ مزيدا من التفكير ـ

حل في IR المتراجحة : $3\le|x+2|\le 4$

الجذع المشترك العلمي والتكنلوجي	المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى و النظمات حلول مقترحة	سلسلة 1

تمرين 1 :

$2-x=-7x+14$

$-x+7x=-2+14$

لدينا : $6x=12$ بالتالي : $S=\{2\}$

$x=\frac{12}{6}$

$x=2$

$\frac{x-1}{2}-\frac{2x-3}{4}=3$

$\frac{2(x-1)}{4}-\frac{(2x-3)}{4}=\frac{12}{4}$

لدينا : $2(x-1)-(2x-3)=12$ بالتالي: $S=\phi$

$2x-2-2x+3=12$

$1=12$

$\sqrt{2}\,x+5=\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,x=\sqrt{2}-5$

لدينا : $x=\frac{\sqrt{2}-5}{\sqrt{2}}$ بالتالي: $S=\left\{\frac{2-5\sqrt{2}}{2}\right\}$

$x=\frac{2-5\sqrt{2}}{2}$

لدينا : $|x-3|=4$

منه: $x-3=4$ أو $x-3=-4$

منه: $x=4+3$ أو $x=-4+3$

منه: $x=7$ أو $x=-1$

بالتالي: $S=\{7,-1\}$

لدينا : $|x+3|=|2x-1|$

منه: $x+3=2x-1$ أو $x+3=-(2x-1)$

منه: $x-2x=-1-3$ أو $x+3=-2x+1$

منه: $-x=-4$ أو $x+2x=1-3$

منه: $x=4$ أو $3x=-2$

منه: $x=4$ أو $x=\frac{-2}{3}$

بالتالي: $S=\left\{4,\frac{-2}{3}\right\}$

لدينا : $x(x-2)+3(x-2)=0$

منه: $(x-2)(x+3)=0$

منه: $x-2=0$ أو $x+3=0$

منه: $x=2$ أو $x=-3$

بالتالي: $S=\{2,-3\}$

لدينا : $x^3-8+2x(x-2)=0$

$x^3-2^2+2x(x-2)=0$

$(x-2)(x^2+2x+2^2)+2x(x-2)=0$

منه: $(x-2)(x^2+2x+4+2x)=0$

$(x-2)(x^2+4x+4)=0$

$(x-2)(x+2)^2=0$

منه: $x+2=0$ أو $x-2=0$

منه: $x=-2$ أو $x=2$

بالتالي: $S=\{2,-2\}$

لدينا : $\sqrt{x^2+7}=4$

$x^2+7=16$

منه: $x^2=16-7$

$x^2=9$

منه: $x=-3$ أو $x=3$

بالتالي: $S=\{3,-3\}$

نذكر بالقواعد: $|x|=r$ تعني: $x=r$ أو $x=-r$ (حيث $r>0$) و $|x|=|y|$ تعني: $x=y$ أو $x=-y$

و $x^2=r$ تعني: $x=\sqrt{r}$ أو $x=-\sqrt{r}$ (حيث $r>0$) و $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

تمرين 2 : حل في IR المتراجحات و النظمات التالية :

لدينا : $5x-1\le 3x+11$ منه : $5x-3x\le 1+11$ منه : $2x\le 12$ منه : $x\le\frac{12}{2}$ منه : $x\le 6$ بالتالي: $S=]-\infty,6]$

لدينا : $3-x\geq 2x+1$ منه : $-2x-x\geq -3-1$ منه : $-3x\geq -4$ منه : $3x\leq 4$ منه : $x\leq \frac{4}{3}$ بالتالي: $S=\left]-\infty,\frac{4}{3}\right]$

لدينا : $\sqrt{2}x-5<\sqrt{3}x-4$ منه : $\sqrt{2}x-\sqrt{3}x<-4+5$ منه : $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)x<1$ منه : $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x>-1$

منه : $x>\frac{-1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ منه : $x>\frac{-1\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{3-2}$ أي : $x>-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$ بالتالي: $S=\left]-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right).+\infty\right[$

لاحظ أن $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ عدد سالب و مقابله هو $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

لدينا : $\left|x-1\right|\leq\frac{1}{2}$ منه : $\frac{-1}{2}\leq x-1\leq\frac{1}{2}$ منه : $\frac{-1}{2}+1\leq x\leq\frac{1}{2}+1$ منه : $\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{3}{2}$ بالتالي : $S=\left[\frac{1}{2}.\frac{3}{2}\right]$

لدينا : $\left|2x-3\right|\geq 1$ منه : ($2x-3\geq 1$ أو $2x-3\leq -1$) منه : ($x\geq 2$ أو $x\leq 1$)

بالتالي: $S=\left]-\infty;1\right]\cup\left[2;+\infty\right[$

لدينا : $\begin{cases}2x-3>2-3x\\5x-3\leq x+9\end{cases}$ يعني : $\begin{cases}5x>5\\4x\leq 12\end{cases}$ يعني : $\begin{cases}x>1\\x\leq 3\end{cases}$ يعني: $1<x\leq 3$ بالتالي : $S=\left]1;3\right]$

لدينا : $\begin{cases}\frac{x-3}{2}\leq 1\\x-6\leq 2(x-3)\end{cases}$ يعني: $\begin{cases}x-3\leq 2\\x-6\leq 2x-6\end{cases}$ يعني: $\begin{cases}x\leq 5\\-x\leq 0\end{cases}$ يعني: $\begin{cases}x\leq 5\\x\geq 0\end{cases}$ يعني: $0\leq x\leq 5$

بالتالي: $S=\left[0;5\right]$

لدينا : $\begin{cases}x\leq 8-3x\\2x>x+7\end{cases}$ يعني: $\begin{cases}x\leq 2\\x>7\end{cases}$ يعني: $7<x\leq 2$ وهذا غير ممكن بالتالي: $S=\phi$

تمرين 3 :

لنحل في IR المتراجحة : $(2x-3)(4-x)\geq 0$

لدينا: $2x-3=0$ تعني : $x=\frac{3}{2}$ و $4-x=0$ تعني : $x=4$

منه جدول إشارات الحدودية : $(2x-3)(4-x)$ هو :

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		4		$+\infty$
$2x-3$		-	0	+		+	
$4-x$		+		+	0	-	
$(2x-3)(4-x)$		-	0	+	0	-	

و بالتالي حل المتراجحة : $(2x-3)(4-x)\geq 0$ هو: $S=\left[\frac{3}{2};4\right]$

للتذكير ، لتحديد إشارة حدانية: $ax+b$ ، نبحث أولا عن جذرها أي نحل المعادلة: $ax+b=0$ ، فتكون لها نفس إشارة a يمين الجذر و عكس إشارة a يساره.

لاحظ أن : $4-x=-x+4$ أي أن: $a=-1<0$

لنحل في IR المتراجحة : $(5x-1)(3x+6)>0$

لدينا: $5x-1=0$ تعني : $x=\frac{1}{5}$ و $3x+6=0$ تعني: $x=-2$ ، منه جدول إشارات الحدودية : $(5x-1)(3x+6)$ هو :

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{5}$		$+\infty$
$5x-1$	-		-	0	+		
$3x+6$	-	0	+		+		
$(5x-1)(3x+6)$	+	0	-	0	+		

و بالتالي حل المتراجحة: $(5x-1)(3x+6)>0$ هو: $S=]-\infty;-2[\cup]\frac{1}{5};+\infty[$

لنحل في IR المتراجحة: $4x^2-9<0$ أي: $(2x+3)(2x-3)<0$

لدينا: $2x+3=0$ تعني: $x=\frac{-3}{2}$ و $2x-3=0$ تعني: $x=\frac{3}{2}$، منه جدول إشارات الحدودية: $(2x+3)(2x-3)$ هو:

x	$-\infty$		$\frac{-3}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$	-		-	0	+		
$2x+3$	-	0	+		+		
$4x^2-9$	+	0	-	0	+		

و بالتالي حل المتراجحة: $4x^2-9<0$ هو: $S=]\frac{-3}{2};\frac{3}{2}[$

لنحل في IR المتراجحة: $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$

لدينا: $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$ تعني: $(2x+1)^2-(x+3)^2\leq 0$ تعني: $[(2x+1)-(x+3)][(2x+1)+(x+3)]\leq 0$

تعني: $(x-2)(3x+4)\leq 0$، ولدينا: $x-2=0$ تعني: $x=2$ و $3x+4=0$ تعني: $x=\frac{-4}{3}$

منه جدول إشارات الحدودية: $(x-2)(3x+4)\leq 0$ هو:

x	$-\infty$		$\frac{-4}{3}$		2		$+\infty$
$x-2$	-		-	0	+		
$3x+4$	-	0	+		+		
$(x-2)(3x+4)$	+	0	-	0	+		

و بالتالي حل المتراجحة: $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$ هو: $S=[\frac{-4}{3};2]$

إيجاد الجدول لا يعني نهاية الحل، بل يجب الرجوع للمتراجحة لتحديد المجال المناسب، فالكتابة $0\leq$ ... تعني البحث عن المجال الذي تكون فيه الحدودية سالبة و الحالة الأخرى عندما تكون موجبة.

يمكنك البدء في الجدول بأي حدانية من حدانيتي الجذاء

لحل متراجحة ليست من الدرجة الأولى يجب دائما جعل إحدى الطرفين منعدما و تعميل الطرف الآخر مثل المتراجحة أعلاه.

تمرين 4 :

1 لنحل في IR^2 المعادلة: $5x+y=3$

لدينا: $5x+y=3$ تعني: $y=-5x+3$ بالتالي: $\boxed{S=\{x\in IR/\ y=-5x+3\}}$

لنحل في IR^2 المعادلة: $x+7y-16=0$

لدينا: $x+7y-16=0$ تعني: $x=-7y+16$ بالتالي: $\boxed{S=\{x\in IR/\ x=-7x+16\}}$

لنحل في IR^2 المعادلة: $-5x+\sqrt{8}y+2=0$

لدينا: $-5x+\sqrt{8}y+2=0$ تعني: $-5x=-\sqrt{8}y-2$ تعني: $x=\frac{\sqrt{8}}{5}y+\frac{2}{5}$

بالتالي: $\boxed{S=\left\{x\in IR/\ x=\frac{\sqrt{8}}{5}y+\frac{2}{5}\right\}}$

2

إيجاد الحلول لمثل هذه المعادلات يعني لإيجاد أحد المجهولين بدلالة الآخر، و يمكنك الاختيار، لكن يستحسن اختيار الحالة التي نتجنب من خلالها الكسور مثل المثالين الأولين، أما المثال الثالث فحاولنا اختيار الحالة التي لا يكون فيها الجذر المربع في المقام

الحلول هي عبارة عن مجموعة أزواج غير منتهية، لذلك يتم التعبير عنها باستعمال الكتابة بإدراك و ليس بتفصيل.

تمرين 5 : ـ مزيدا من التفكير ـ

$4\le|x+2|\le 3$ تعني : ($|x+2|\le 4$ و $|x+2|\ge 3$)

تعني : ($-4\le x+2\le 4$ و ($x+2\ge 3$ أو $x+2\le -3$))

تعني : ($-6\le x\le 2$ و ($x\ge 1$ أو $x\le -5$))

تعني : $x\in[-6;2]\cap(]-\infty;-5]\cup[1;+\infty[)$

تعني : $x\in[-6;-5]\cup[1;2]$

بالتالي : $S=[-6;-5]\cup[1;2]$

أثناء الانتقال لتحديد مجال : "الواو" تصبح تقاطعا و "أو" تصبح اتحادا