تمارين طاقة الوضع الثقالية

ıh.c(n

نأخذ في جميع التمارين : $g = 9{,}8N.kg^{-1}$

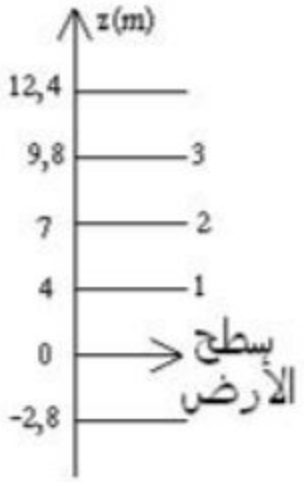
تمرين 1 :

نعتبر جسما صلبا نقطيا M كتلته m=2kg يمكنه أن ينتقل راسيا فيحتل بذلك مختلف المواضع على المحور Oz الرأسي و الموجه نحو الأعلى والمدرج بالمتر.

1- نأخذ كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية النقطة ذات الأنسوب z=2 .
أحسب طاقة الوضع الثقالية عندما يكون في الموضع z_1=6 و z_2=-4 .

2- نأخذ كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية النقطة ذات الأنسوب z=-1 .
أحسب طاقة الوضع الثقالية عندما يكون الجسم في المواضع التالية : z_1=-4 و z_2=0 و z_3=-1 .

تمرين 2:



يوجد طفل كتلته m=50kg في بناية تتكون من طابق سفلي وثلاث طبقات فوق الطابق الأرضي .

1- نعتبر سطح الأرض الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية .
أحسب طاقة الوضع الثقالية للطفل عندما يوجد :
1.1- في الطابق السفلي .
1.2- في الطابق الثاني .

2- نعتبر الطابق الثاني مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .
أحسب Epp طاقة الوضع الثقالية عندما يوجد الطفل :
2.1- في الطابق السفلي .
2.2- في الطابق الثالث .

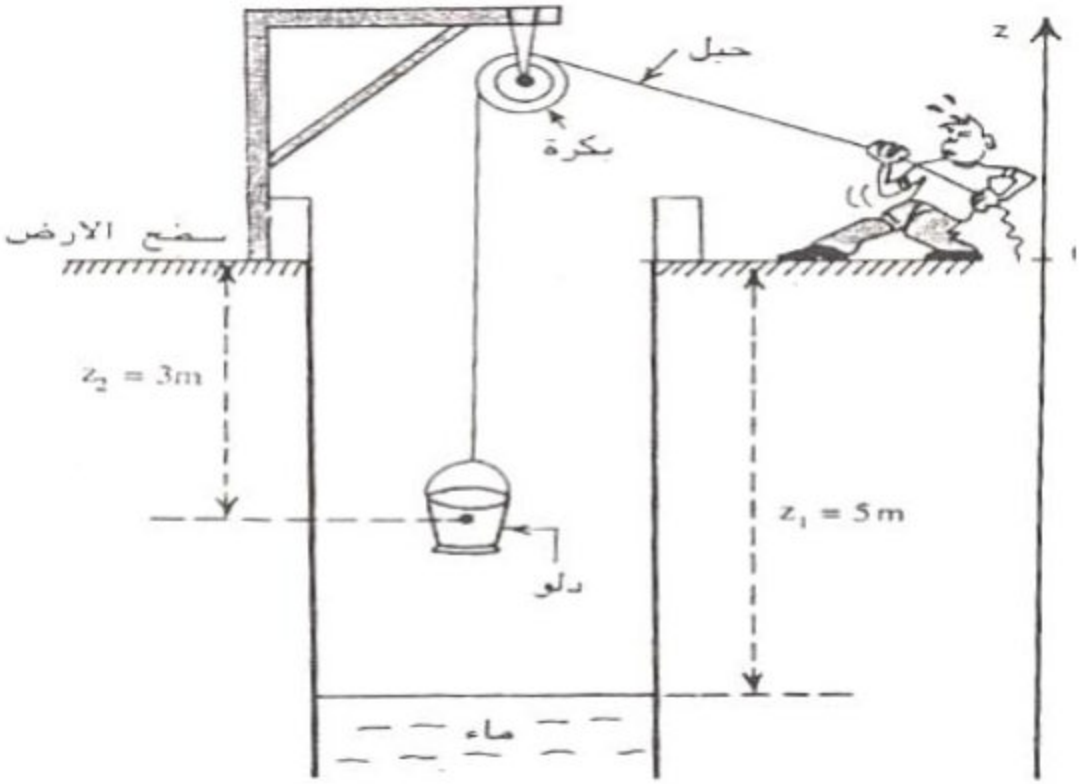
تمرين 3 :

نعلق بحامل كرة فلزية متجانسة وغير مجوفة : كتلتها M=500g وشعاعها r=5cm ،
بواسطة حبل OA طوله L=50cm وكتلته m=50g أنظر الشكل جانبه
نزيح المجموعة المكونة من الحبل و الكرة عن موضع توازنها المستقر بزاوية $\theta = 20°$
بكم تتغير أثناء هذه الإزاحة ، طاقة الوضع الثقالية :

1- للكرة .
2- للحبل .
3- للمجموعة .

تمرين 5:

نريد الحصول على ماء من بئر بواسطة دلو معلق بحبل يمر عبر مجرى بكرة كما يوضح الشكل أسفله.



نختار سطح الأرض أصلا لمحور الأناسيب .

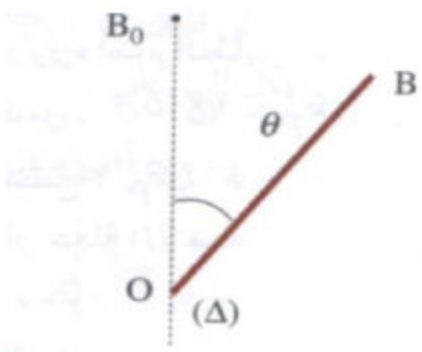
1- أحسب طاقة الوضع الثقالية للدلو ، عندما يأخذ الموضع في الشكل ، في الحالتين التاليتين :

- عندما نختار سطح الأرض كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية .
- عندما نختار مستوى الماء كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية .

2- أحسب تغير طاقة الوضع الثقالية عندما ينتقل مركز قصور الدلو من مستوى الماء الى سطح الأرض في كل من الحالتين أعلاه . ماذا تستنتج؟

نعطي كتلة الدلو: m=10kg .

تمرين 6 :



يمكن لساق متجانسة OB ، طولها ℓ=50cm وكتلتها m=600g ، أن تدور في مجال الثقالة ، حول محور (Δ) ثابت أفقي يمر بطرفها O .

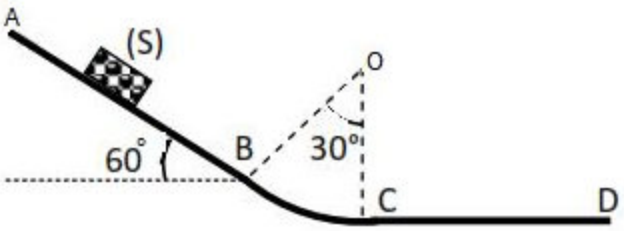
نضع الساق في موضع توازنها غير المستقر حيث مركز قصورها G فوق المحور (Δ) ، ثم نزيحها قليلا عن هذا الموضع بدون سرعة بدئية .

1- عبر عن طاقة الوضع الثقالية Epp للساق بدلالة الزاوية θ التي تكونها الساق مع الخط الرأسي المار من (Δ) .
نختار الموضع البدئي G_0لمركز قصور الساق أصلا لمحور الأناسيب الموجه نحو الأعلى و Epp=0 عند هذا الموضع .
2- أحسب تغير طاقة الوضع الثقالية عندما تمر θ من القيمة $\theta_1 = 15°$ الى القيمة $\theta_2 = 150°$.

تمرين 7:

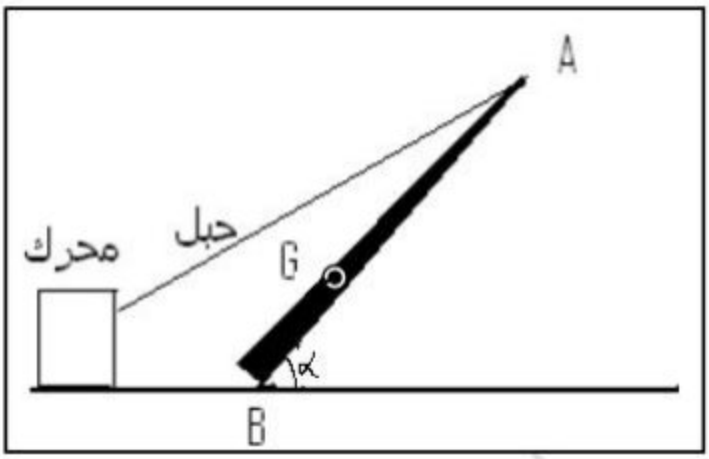
ينتقل جسما صلبا (S) كتلته m=400g فوق مدار ABCD يتكون من:
- جزء مستقيم AB طوله AB=3m.
- جزء دائري CBشعاعه R=50cm .
- جزء مستقيم طوله CD=2m .

نطلق الجسم (S) من الموضع Aبدون سرعة بدئية (نهمل الإحتكاكات على الجزء ABC). نختار Epp=0 عند الموضع C حيث أصل الأناسيب z=0 .



1- عبر عن V_Bسرعة (S) في الموضع B بدلالة g و AB و sin60° واحسب قيمتها .
2- أحسب طاقة الوضع الثقالية في كل من الموضعين B و C .
3- باستعمال مبرهنة الطاقة الحركية أحسب الطاقة الحركية في الموضع C .
4- إذا كانت سرعة الجسم (S) في النقطة D منعدمة ،أحسب شغل قوة الأحتكاك بين الموضعين C و D .

تمرين 8:

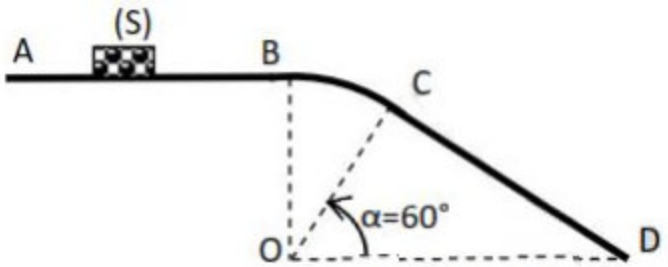


نريد أن نجعل عمودا هاتفيا ، كتلته m=150kg وطوله L=3m في وضع رأسي بعد أن كان في البداية ملقى على السطح الأفقي للأرض .
لتحقيق ذلك نربط طرفه A بمحرك . نعتبر أن مركز قصور العمود يبعد عن A بالمسافة GA حيث $GA=\frac{2L}{3}$. نعطي : g=9,81N/kg

يمكن للطرف Bللعمود أن يدور حول نقطة B ثابتة فوق السطح . نختار السطح الأفقي للأرض مرجعا لطاقة الوضع الثقالية وأصلاللأناسيب .
أوجد طاقة الوضع الثقالية للعمود في الحالتين :
- عندما يكون العمود زاوية $\alpha = 60°$ مع المستوى الأفقي .
- عندما يكون العمود في وضع رأسي .

تمرين 9:

ينتقل جسما صلبا (S) كتلته m=200g فوق مدار ABCD يتكون من جزء مستقيم AB طوله AB=2m وجزء دائري CB شعاعه r=3mوجزء مستقيم CD .



ينطلق (S) من الموضع A بسرعة $v_A = 3m.s^{-1}$ فيصل الى الموضع B بسرعة $v_B = 2m.s^{-1}$.
نأخذ المستوى الأفقي المار من O كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية .
1- ما طبيعة التماس بين (S) والجزء AB .
2- علما أن قوة الاحتكاك مكافئة لقوة $\vec{f}$ ثابتة وموازية للجزء AB أوجد شدتها .
نأخذ : $g=10N.kg^{-1}$
3- احسب طاقة الوضع الثقالية في كل من المواضع B و C و D .
4- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد قيمة الطاقة الحركية عند الموضع D استنتج سرعة الجسم (S) عند D .

تصحيح تمارين طاقة الوضع الثقالية
الطاقة الميكانيكية

تمرين 1:

التعبير العام لطاقة الوضع الثقالية :

$$Epp = mgz + C$$

m: كتلة الجسم
g:شدة الثقالة
z: أنسوب مركز قصور الجسم
C : ثابتة تحدد بالحالة المرجعية

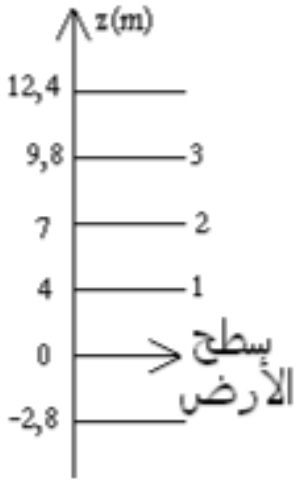
1- الحالة المرجعية z=2 :
لدينا عند z=2Epp=0
0=mg×2+C⇒ $C = -2mg$
Epp=mgz-2mg
Epp=mg(z-2)

- عند : z_1=6 لدينا : $Epp(z_1)=mg(z_1-2)$
ت.ع: $Epp(z_1)=2x9,8x(6-2)=78,4J$
- عند : z_2=-4 لدينا : $Epp(z_2)=mg(z_2-2)$
ت.ع: $Epp(z_2)=2x9,8x(-4-2)=-117.6J$

2- الحالة المرجعية z=-1 :
لدينا عند z=-1Epp=0
0=mg(-1)+C ⇒ $C = mg$
Epp=mgz+mg
Epp=mg(z+1)

- عند z_1=-4 لدينا :
Epp=2x9,8x(-4+1)=-58,8J
- عند z_2=0
Epp=2x9,8x(0+1)=19,6J
- عند z_3=-1 لدينا :
Epp=0(الحالة المرجعية)

تمرين 2 :



1- الحالة المرجعية : سطح الأرض z=0

Epp=mgx0+C=0 $\Rightarrow C = 0$

تعبير Epp يصبح :

Epp=mgz

1.1- عندما يكون الطفل في الطابق السفلي: z=-2,8m

Epp=mg(-2,8)=50x9.8x(-2,8)

Epp=-1372J

1.2- عندما يكون الطفل في الطابق الثاني: z=7m

Epp=50x9,8x7

Epp=3430J

2- الحالة المرجعية : الطابق الثاني : z=7m

Epp=mg(7)+C=0 $\Rightarrow C = -7mg$

تعبير Epp يصبح :

Epp=mgz-7mg

Epp=mg(z-7)

2.1- عندما يكون الطفل في الطابق السفلي: z=-2,8m

Epp=50x9,8x(-2,8-7)

Epp=-4802J

2.2- عندما يكون الطفل في الطابق الثالث : z=9,8m

Epp=50x9,8x(9,8-7)

Epp=1372J

تمرين 3 :

تعبير تغير طاقة الوضع الثقالية :

في الحالة النهائية : $Epp_f = mgz_f + C$

في الحالة البدئية: $Epp_i = mgz_i + C$

تغير طاقة الوضع : $\Delta Epp = Epp_f - Epp_i$

$$\Delta Epp = mgz_f - mgz_i = mg(z_f - z_i)$$

$$\Delta Epp = mg\Delta z$$

- بالنسبة للكرة كتلتها M:

$$\Delta z = OG_0 - OG' = L + r - (L + r)cos\theta$$

$$\Delta z = (L + r)(1 - cos\theta)$$

نحصل على :

$$\Delta Epp_1 = Mg(L + r)(1 - cos\theta)$$

ت.ع: $\Delta Epp_1 = 500.10^{-3} \times 9{,}8 \times (50.10^{-2} + 5.10^{-2})(1 - cos20°)$

$\Delta Epp_1 = 1{,}62.10^{-1} J$

- بالنسبة للحبل كتلته m:

$\Delta Epp_2 = mg\Delta z'$ مع : $\Delta z' = \frac{L}{2} - \frac{L}{2}cos\theta = \frac{L}{2}(1 - cos\theta)$

نحصل على:

$$\Delta Epp_2 = mg\frac{L}{2}(1 - cos\theta)$$

ت.ع: $\Delta Epp_2 = 50.10^{-3} \times 9{,}8 \times \frac{50.10^{-2}}{2}(1 - cos20°)$

$\Delta Epp_2 = 7{,}39.10^{-3} J$

- بالنسبة للمجموعة {حبل + كرة}:

$$\Delta Epp = \Delta Epp_1 + \Delta Epp_2$$

ت.ع: $\Delta Epp = 1{,}62.10^{-1} + 7{,}39.10^{-3}$

$\Delta Epp = 1{,}69.10^{-1} J$

تمرين 4 :

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم (S) :

لدينا : Epp=mgz+C

الحالة المرجعية مطابقة مع أصل الأناسيب :Epp=0 عند z=0

Epp=mgx0+C=0 $\Rightarrow C = 0$

نحصل على : Epp=mgz

حسب الشكل لدينا : $\sin\alpha = \frac{z}{x} \Rightarrow z = x.sin\alpha$

نستنتج :

$$Epp = m.g.x.sin\alpha$$

2- حساب طاقة الوضع :

- عند بداية الحركة :

الجسم يوجد في الحالة المرجعية: Epp=0

(يمكن تعويض x ب 0 في تعبير طاقة الوضع الثقالية فنحصل على Epp=0)

- عندما ينتقل الجسم (S) ب x=-2m نحصل على :

$$Epp = 700.10^{-3} \times 9{,}8 \times (-2) \times sin20° = -4{,}69J$$

لاحظ الجسم يوجد تحت الحالة المجعية لطاقة الوضع الثقالية فطاقة وضعه سالبة .

تمرين 5:

1- حساب طاقة الوضع الثقالية للدلو :

- سطح الماء حالة مرجعية و هو يطابق أصل الأناسيب : Epp=0 عند z_1=0

وبالتالي : C=0

تعبير Epp هو :

Epp=mgz

ت.ع:

$$Epp = 10 \times 9{,}8 \times (-3) = -294J$$

- مستوى الماء حالة مرجعية وهو يطابق z_2=-5m :
Epp=mgz_2+C=0 ⇒C=-mgz_2
تعبير Epp هو :

Epp=mgz(z-z_2)

ت.ع: $Epp = 10 \times 9{,}8 \times \langle(3) - (-5)\rangle = 196J$

2- تغير طاقة الوضع الثقالية عندما يتغير مركز قصور الدلو من مستوى الماء الى مستوى الأرض :

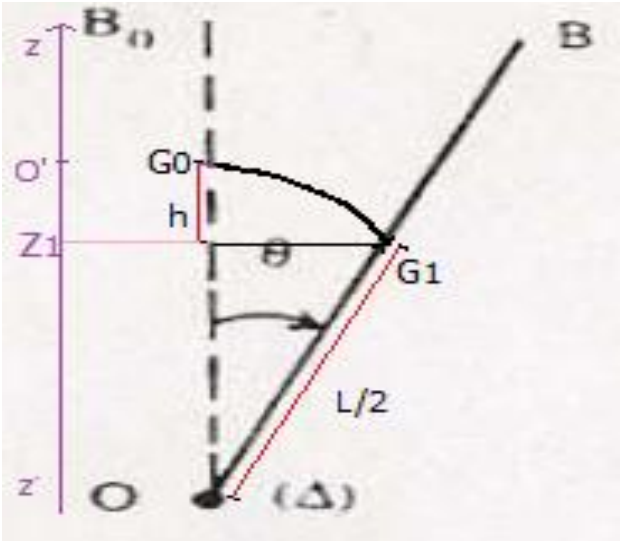
- الحالة المرجعية مستوى سطح الأرض :
-عند سطح الماء(z_i=-5):
Epp(z_i)=mgz_i=10x9,8x(-5)=-490J
-عند سطح الارض(z_f=0) :
Epp(z_f)=mgz_f=10x9,8x0=0
-تغير طاقة الوضع الثقالية :
$$\Delta Epp = Eppz_f - Eppz_i = 0 - (-490) = 490J$$

- الحالة المرجعية سطح الأرض :
-عند سطح الماء (z_i=-5):
Epp(zi)=mg(z_i-z_2)=10x9,8x[(5)-(-5)]
-عند سطح الأرض (z_f=0)
Epp=mg(z_f –z_2)=10x9,8x[0-(-5)]=490J
-تغير طاقة الوضع الثقالية :
$$\Delta Epp = Eppz_f - Eppz_i = 490 - 0 = 190J$$

- نستنتج أن تغير طاقة الوضع الثقالية ثابتة $\Delta Epp = cte$ وهي لا تتعلق بالحالة المرجعية .

تمرين 6 :

1- (تعبير Epp بدلالة θ :
لدينا : Epp(z_1)=mgz_1-mg$z_{Ep=O}$
الحالة المرجعية لEpp مطابقةلأصل الأناسيب ومنه mg$z_{Ep=0}$=0
ومنه : Epp(z_1)=mgz_1



لدينا :

$h=\frac{\ell}{2}cos\theta$ و $z_1=\frac{\ell}{2}-h$

وبالتالي : $z_1=\frac{\ell}{2}-\frac{\ell}{2}\cos\theta=\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)$

تعبير Epp يكتب :

$$Epp=-mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)$$

ت.ع: $Epp=-600.10^{-3}\times 9{,}8\times\frac{50.10^{-2}}{2}(1-\cos\theta)$

$$Epp=-1{,}47(1-\cos\theta)$$

2- حساب ΔEpp تغير طاقة الوضع :

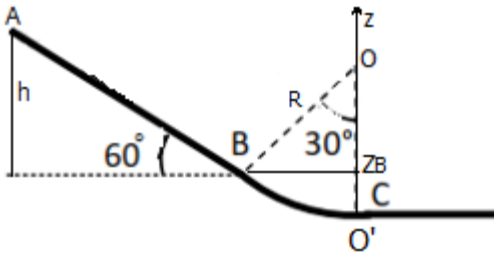
$$Epp_1=-1{,}47(1-\cos\theta_1)$$
$$\Delta Epp_2=-1{,}47(1-\cos\theta_2)$$
$$\Delta Epp=Epp_2-Epp_1=1{,}47(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$$
$$\Delta Epp=1{,}47[\cos(150°)-\cos(15°)]$$
$$\Delta Epp=-2{,}69J$$

تمرين 7:

1- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S بين الموضعين A و Bنكتب :

$$Ec_B-Ec_A=W_{A\to B}(\vec{P})+W_{A\to B}(\vec{R})$$

لدينا $v_A=0$ وبالتالي : $Ec_A=0$



الاحتكاكات مهملة : $W_{A\to B}(\vec{R})=0$

$W_{A\to B}(\vec{P})=mgh$ مع $h=AB.sin\alpha$

المبرهنة تكتب :

$$\frac{1}{2}mv_B^2=mg.ABsin\alpha$$
$$v_B^2=2gAB.sin\alpha$$
$$v_B=\sqrt{2gAB.sin\alpha}$$

ت.ع: $v_B=\sqrt{2\times 9{,}8\times 3\times sin60°}$

$$v_B=7{,}1m/s$$

2- حساب طاقة الوضع الثقالية في كل من B و C :

تعبير طاقة الوضع الثقالية :

الحالة المرجعية Epp=0 عند z=0 ومنه C=0

Epp=mgz

عند الموضع B لدينا : $Epp(B) = mgz_B$

بالاعتماد على الشكل : $z_B = R - Rcos30°$

$z_B = R(1 - cos30°)$

$\mathrm{Epp(B)} = \mathrm{mgR}(1 - \cos 30°)$

ت.ع: $Epp(B) = 400.10^{-3} \times 9{,}8 \times 0{,}5(1 - cos30°)$

$Epp(B) = 0{,}26J$

عند الموضع C :

الجسم يوجد في الحالة المرجعية وبالتالي : Epp(C)=0

3- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S بين B و C :

$Ec(C) - Ec(B) = W_{B\to C}(\vec{P}) + W_{B\to C}(\vec{R})$

لأن الاحتكاكات مهملة $W_{B\to C}(\vec{R}) = 0$

لأن $W_{B\to C}(\vec{P}) = mg(z_B - z_C) = mgz_B$ $z_C = 0$

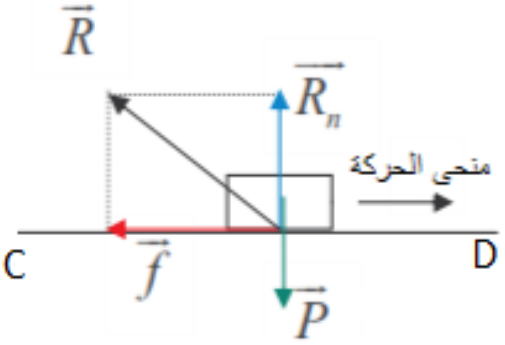
$Ec(C) = Ec(B) + mgz_B$

$Ec(C) = mgABsin60° + Epp(B)$

ت.ع: $Ec(C) = 0{,}4 \times 9{,}8 \times 3 \times sin60° + 0{,}26$

$Ec(C) = 10{,}44J$

4- حساب شغل قوة التحتكاك بين C و D :



مبرهنة الطاقة الحركية تكتب:

$Ec(D) - Ec(C) = W_{C\to D}(\vec{P}) + W_{C\to D}(\vec{R})$

لدينا : Ec(D)=0 لأن الجسم يتوقف .

$W_{C\to D}(\vec{P}) = 0$ لأن اتجاه $\vec{P}$ عمودي على متجهة الانتقال $\overrightarrow{CD}$.

$W_{C\to D}(\vec{R}) = W_{C\to D}(\vec{f}) + W_{C\to D}(\overrightarrow{R_N})$

$W_{C\to D}(\overrightarrow{R_N}) = 0$ لأن اتجاه $\vec{R}_N$عمودي على متجهة الانتقال $\overrightarrow{CD}$.

نستنتج :

$W_{C\to D}(\vec{f}) = W_{C\to D}(\vec{R}) = -Ec(C))$

$W_{C\to D}(\vec{f}) = -10{,}44J$

تمرين 8:

طاقة الوضع الثقالية للعمود :

- عندما يكون زاوية $\alpha = 60°$ مع المستوى الأفقي :

نختار الحالة المجعية لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المر من B والذي نعتبره أصلا للأفاصيل .

Epp=0 عند z=0 ومنه C=0

تعبير Epp هو: $Epp = mgz$

نحدد أنسوب G حيث : $z_G = BGsin\alpha$ مع $BG = AB - AG = L - \frac{2L}{3} = \frac{L}{3}$

$$Epp = mg\frac{L}{3}sin\alpha$$

ت.ع:

$$Epp = 150 \times 9{,}81 \times \frac{3}{2} \times \sin(60°)$$

$$Epp = 1911{,}5N$$

- عندما يكون العمود في وضع رأسي :

في هذه الحالة تساوي الزاوية $\alpha = 90°$

طاقة الوضع الثقالية تساوي :

$$E'pp = 150 \times 9{,}81 \times \frac{3}{2} \times \sin(90°)$$

$$E'pp = 2207{,}2N$$

تمرين 9:

1- طبيعة التماس بين (S) والجزء AB :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين A و B :

يخضع الجسم الى قوتين :

-وزنه $\vec{P}$

- تأثير السطح الأفقي$\vec{R}$

$$Ec_B - Ec_A = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R})$$

$W_{A\to B}(\vec{P}) = 0$ لأن المتجهة $\vec{P}$ عمودية على متجهة الانتقال $\overrightarrow{AB}$.

ومنه :

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

ت.ع: $W_{A\to B}(\vec{R}) = \frac{1}{2} \times 200.10^{-3} \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 200.10^{-3} \times 3^2$

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = -0{,}5J$$

بما أن $W_{A\to B}(\vec{R}) < 0$ فإن التماس يتم باحتكاك بين الجسم والسطح AB .

2- شدة قوة الأحتكاك :

نفكك القوة $\vec{R}$ الى مركبتين :

$\vec{f}$: المركبة المماسية وتسمى قوة الاحتكاك .

$\vec{R}_N$: المركبة المنظمية .

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = W_{A\to B}(\vec{f}) + W_{A\to B}(\vec{R}_N)$$

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{f}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{R_N}.\overrightarrow{AB}$$

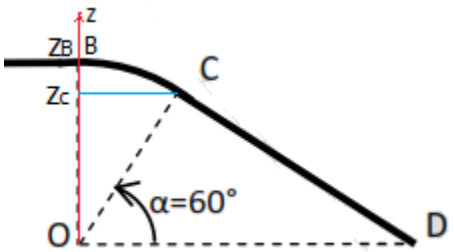
$$W_{A\to B}(\vec{R}) = -f.AB + 0$$

$$f = -\frac{W_{A\to B}(\vec{R})}{AB}$$

ت.ع: $f = -\frac{(-0,5)}{2} = 0,25N$

3- حساب طاقة الوضع الثقالية في كل من المواضع B و C و D :

باعتبار الحالة المرجعية المستوى الافقي المار من O الذي نتخذه أصلا لمحور الأناسيب .



لدينا C=0 وتعبير طاقة الوضع هو : $Epp = mgz$

عند الموضع B : لدينا z_B=r ومنه : $Epp_B = mgr$

$$Epp_B = 0,2 \times 10 \times 3 = 6J$$

عند الموضع C :لدينا z_C=rsinα ومنه : $Epp_C = mgr.sin\alpha$

$$Epp_C = 0,2 \times 10 \times 3 \times \sin(60°) = 5,2J$$

عند الموضع D : لدينا : z_D=0 ومنه : $Epp_D = 0$

4- حساب سرعة الجسم عند النقطة D :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين B و D :

$$Ec_D - Ec_B = W_{B\to D}(\vec{P}) + W_{B\to D}(\vec{R})$$

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن : $W_{B\to D}(\vec{R}) = 0$

$$W_{B\to D}(\vec{P}) = mg(z_B - z_D)$$

$$W_{B\to D}(\vec{P}) = mg(mgr - 0) = mgr$$

العلاقة السابقة تكتب :

$$Ec_D = Ec_B + mgr$$

$$Ec_D = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgr = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 2^2 + 0,2 \times 10 \times 3$$

$$Ec_D = 6,4J$$

$$Ec_D = \frac{1}{2} m v_D^2$$

$$v_D^2 = \frac{2Ec_D}{m}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2Ec_D}{m}}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \times 6{,}4}{0{,}2}}$$

$$v_D = 8m.s^{-1}$$