

سلسلة التمارين 3 ( الأولى بكالوريا علوم رياضية وتجريبية )  
2008 - 2007  
مبرهنة الطاقة الحركية

**تمرين 1**

سيارة كتلتها  $m = 900\text{kg}$  انطلقت على طريق مستقيمي بسرعة بدئية  $V_0 = 100\text{km/h}$  وعند قطعها مسافة  $d = 97,0\text{m}$  خلال المدة الزمنية  $\Delta t = 6,54\text{s}$  ، توقفت عجلاتها بشكل مفاجئ .

- 1 - أحسب الطاقة الحركية البدئية للسيارة . حدد المرجع الذي اخترته لحساب هذه الطاقة .
- 2 - نعتبر أن قوة الاحتكاك المطبقة من طرف الطريق على العجلات شدتها ثابتة .  
أ - اجرد القوى المطبقة على السيارة  
ب - أحسب شدة قوة الاحتكاك المطبقة من طرف الطريق على العجلات .
- 3 - أحسب القدرة المتوسطة لقوة الاحتكاك خلال الكبح .

أجوبة : 1 -  $E_c = 347\text{kJ}$  2 - ب -  $f = 3580\text{N}$  3 -  $\mathcal{P}_m(\vec{f}) = -53\text{kW}$

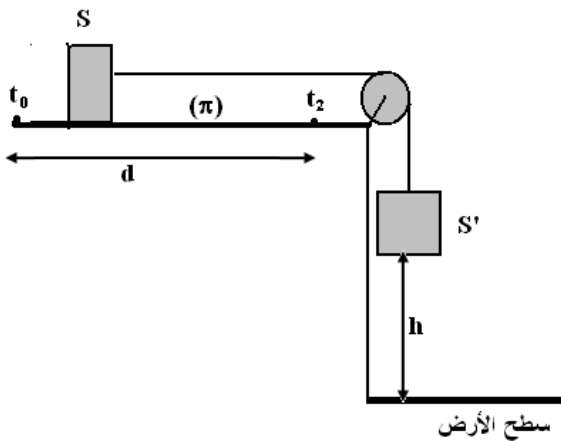
**تمرين 2**

سيارة كتلتها  $m = 800\text{kg}$  وسرعتها  $72\text{km/h}$  في حركة هبوط مستقيمي على طريق مائلة بزاوية  $\alpha = 4^\circ$  بالنسبة لسطح الأرض ، فوجئ السائق بحاجز يوجد في نقطة B ، فاضطر فرملة السيارة انطلاقا من نقطة A ، بحيث أن المسافة  $d = AB = 92,0\text{m}$  .

- 1 - اجرد القوى المطبقة على السيارة .
- 2 أوجد تعبير شغل هذه القوى خلال انتقال السيارة من A إلى B . واستنتج شدة قوة الاحتكاك التي نعتبرها ثابتة خلال هذه المرحلة . وقارنها بشدة وزن السيارة .

**تمرين 3**

نعتبر جسمين S و S' كتلتهما على التوالي M و M' مرتبطين بواسطة خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة يمر من مجرى بكرة P بدون احتكاك وكتلتها مهملة . عند اللحظة  $t_0 = 0$  المجموعة  $\{S, S'\}$  في حالة سكون ويوجد S' على ارتفاع h من السطح الأفقي . نترك S' في سقوط رأسي بدون سرعة بدئية فينزل الجسم S على المستوى ( $\pi$ ) . نعتبر أن حركة الجسم على المستوى ( $\pi$ ) تتم بالاحتكاك وأن القوة المقرونة بالاحتكاك تبقى ثابتة خلال الحركة . وأن المسافة المقطوعة من طرف الجسم S قبل توقفه نتيجة الاحتكاكات هي  $d$  ( $d > h$ ) . نهمل تأثيرات الهواء .



- 1 - صف ما سيحدث خلال سقوط S' نحو السطح الأفقي .

- 2 - اجرد القوى المطبقة على الجسم S' خلال السقوط . بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين اللحظتين  $t_0$  و  $t_1$  ( لحظة وصول الجسم إلى السطح الأفقي ) أوجد تعبير السرعة  $v$  بدلالة  $M', g, h, T$  . سرعة الجسم S' عند وصوله إلى السطح الأفقي . T شدة توتر الخيط قبل توقف الجسم S' .
- 3 - اجرد القوى المطبقة على الجسم S خلال انزلاقه على المستوى ( $\pi$ ) في كل مرحلة .

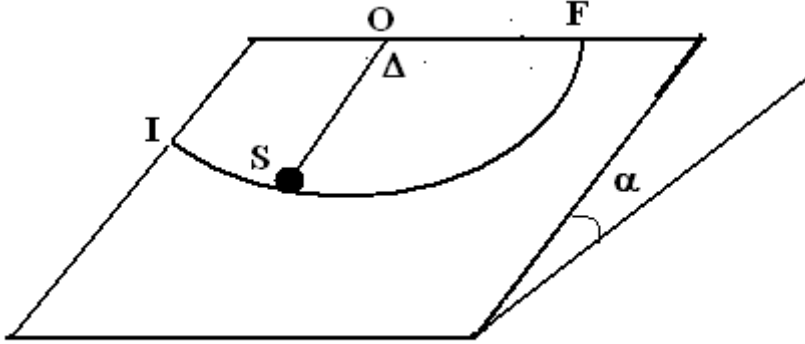
- 4 - بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين اللحظتين  $t_1$  و  $t_0$  وبين  $t_2$  و  $t_1$  بين أن شدة قوة الاحتكاك المطبقة من طرف المستوى على الجسم خلال حركة S هي كالتالي :

$$f = \frac{MM'gh}{M'(d-h) + Md}$$

بحيث أن اللحظة التي سيتوقف فيها الجسم  $S$  على المستوى ( $\pi$ ) نتيجة الاحتكاكات

#### تمرين 4

نعتبر الجسم  $S$  كنقطة مادية كتلتها  $m = 0,690\text{kg}$  يتحرك على مستوى مائل يكون زاوية  $\alpha = 20^\circ$  مع المستوى الأفقي . الجسم مرتبط بنقطة  $O$  ، توجد في أعلى المستوى المائل ، بواسطة خيط كتلته مهملة وغير قابل للامتداد واتجاهه عمودي على المحور الذي يمر منها . طول الخيط  $\ell = 0,500\text{m}$  نأخذ  $g = 9,80\text{N/m}$  .



ينطلق الجسم من النقطة  $I$  بسرعة بدئية  $v_I$  كما نعتبر أن الخيط يبقى متوترا خلال الحركة . نعتبر المرجع الذي تدرس فيه الحركة المرتبط بالأرض مرجعا غاليليا .

- 1 - ما هو شكل مسار حركة الجسم  $S$  ؟
- 2 - نعتبر أن الاحتكاكات مهملة بين الجسم والمستوى المائل . عندما يمر الجسم من موضع توازنه المستقر  $O$  تكون سرعة مركز قصوره قيمتها هي  $v_0 = 2\text{m/s}$  . أجرد القوى المطبقة على الجسم ومثلها على التبيانة باعتماد اتجاهات هذه القوى . عند وصول الجسم النقطة  $F$  ، أحسب سرعته في هذه النقطة ؟
- 3 - في الحقيقة هناك الاحتكاكات بين الجسم والمستوى المائل ، حيث تكون قيمة سرعته المقاسة في النقطة  $F$  هي  $v_F = 0,500\text{m/s}$  . نقرن قوى الاحتكاك بقوة شدتها  $f$  تبقى ثابتة خلال الحركة . أحسب شدتها .

#### تمرين 5

للأرض حركة دائرية حول الشمس ، شعاع هذا المسار الدائري هو  $R = 1,5 \cdot 10^8\text{km}$  . نعطي كتلة الأرض  $M_T = 6 \cdot 10^{24}\text{kg}$  وشعاعها  $R_T = 6380\text{km}$  . نعتبر أن الأرض كرة متجانسة شعاعها  $R_T$  وكتلتها  $M_T$  ، أحسب عزم قصورها بالنسبة لمحور القطبين تم طاقتها الحركية للدوران عند دورانها حول هذا المحور .

- 2 - نعتبر الآن الأرض نقطة في حركتها حول الشمس أحسب طاقتها الحركية للإزاحة .

#### تمرين 6

تدور أسطوانة ذات عزم قصور  $J_\Delta = 3 \cdot 10^2\text{kg.m}^2$  بسرعة توافق  $45\text{tr/min}$  . عندما نوقف المحرك تتوقف الأسطوانة تحت تأثير مزدوجة الاحتكاك بعد أن تنجز 120 دورة .

- 1 - عين عزم مزدوجة الاحتكاك الذي نعتبره ثابتا .
- 2 - نشغل من جديد المحرك ، فتدور الأسطوانة بسرعة ثابتة تساوي  $45\text{tr/min}$  . استنتج شغل المحرك خلال دقيقة وكذا قدرته .

#### تمرين 7

تتكون المجموعة الممثلة في الشكل جانبه من :

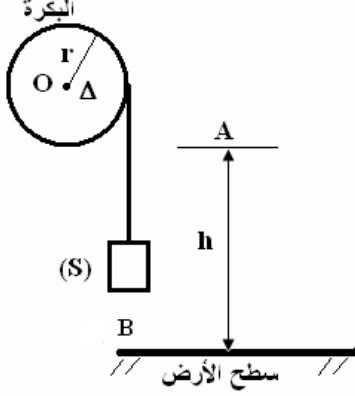
\* بكرة متجانسة شعاعها  $r$  وكتلتها  $M$  قابلة للدوران حول محور  $\Delta$  أفقي منطبق مع محور

$$J_{\Delta} = \frac{1}{2}Mr^2 \text{ هو } (\Delta) \text{ تماثلها ، عزم قصورها بالنسبة لمحور الدوران}$$

\* جسم صلب  $S$  نقطي ، كتلته  $m$  معلق بطرف خيط غير ممدود ، ملفوف على مجرى البكرة ، ونعتبر أن الخيط لا ينزلق على مجرى البكرة أثناء الحركة وأن كتلته مهملة .

1 - نحرر  $S$  بدون سرعة بدئية انطلاقاً من النقطة  $A$  والتي توجد على ارتفاع  $h$  من سطح الأرض عند اللحظة  $t_0 = 0$

نعتبرها أصلاً للتواريخ .



1 - 1 أوجد النسبة  $b = \frac{E_{C2}}{E_{C1}}$  حيث  $E_{C1}$  و  $E_{C2}$  الطاقة

الحركية عند اللحظة  $t$  بالتتابع للجسم  $(S)$  والبكرة .

1 - 2 أوجد تعبير الطاقة الحركية للمجموعة { بكرة ،  $S$  } عند اللحظة  $t$  بدلالة  $m, M, E_{C1}$  .

2 - بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة ثم على  $(S)$  بين اللحظتين  $t_A$  و  $t_B$  ، أوجد تعبير سرعة الجسم

$(S)$  عند اللحظة  $t_B$  بدلالة  $m, M, g, AB$  .

3 - نفصل الجسم  $(S)$  من الخيط ونطلقه من النقطة  $A$  بدون سرعة بدئية فيسقط ويصطدم بسطح الأرض عند النقطة  $C$  بسرعة  $\vec{v}_0$  حيث يرتد نحو الأعلى بسرعة  $\vec{v}_1 = -e\vec{v}_0$  مع  $0 < e < 1$  .

3 - 1 أوجد بدلالة  $e, h$  الارتفاع القصوي الذي يصل إليه الجسم  $(S)$  بعد الارتداد الأول .

3 - 2 أوجد بدلالة  $e, h$  الارتفاع  $h_2$  القصوي الذي يصل إليه الجسم بعد الارتداد الثاني .

3 - 3 استنتج بدلالة  $e, h, n$  الارتفاع القصوي الذي يصل إليه الجسم بعد الارتداد الرقم  $n$  . أحسب  $h_5$  في حالة  $n = 5$  علماً أن :  $e = 0,9$  و  $h = 1m$  .

**تصحيح تمارين السلسلة 3**  
**الشغل والطاقة الحركية**  
**الأولى بكالوريا علوم رياضية وتجريبية 2007-2008**

**تمرين 1**

1 - الطاقة الحركية البدئية :  $E_C = \frac{1}{2} m V_0^2$  بحيث أن  $V_0 = 27,8 m/s$  أي أن  $E_{C_0} = 347 kJ$   
المرجع الذي تم اختياره مرجع غاليلي المرتبط بالأرض .

2 - جرد القوى المطبقة على السيارة :  $\vec{P}, \vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$  بحيث أن  $\vec{f}$  قوة الاحتكاك .  
ب - شدة قوة الاحتكاك المطبقة من طرف الطريق على العجلات :  
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة الانطلاق ولحظة التوقف المفاجئ .

$$\Delta E_C = \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{F}_i) \Leftrightarrow E_{C_f} - E_{C_i} = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$W(\vec{P}) = 0 \quad W(\vec{R}) = W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$$

$$W(\vec{R}_N) = 0 \quad W(\vec{f}) = -f \cdot \Delta \ell$$

$$E_{C_f} = 0 \quad E_{C_i} = E_{C_0}$$

$$-E_{C_0} = -f \cdot \Delta \ell$$

$$f = \frac{E_{C_0}}{\Delta \ell} \text{ وبالتالي فإن}$$

$$f = 3580 N \text{ : تطبيق عددي}$$

3 - حساب القدرة المتوسطة لقوة الاحتكاك خلال الكبح .

$$\mathcal{P} = \frac{W(\vec{f})}{\Delta t} \Leftrightarrow \mathcal{P} = -\frac{f \cdot \Delta \ell}{\Delta t}$$

$$\mathcal{P} = -53 kW \text{ : تطبيق عددي}$$

**تمرين 2**

1 - القوى المطبقة على السيارة :  $\vec{P}, \vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$  بحيث أن  $\vec{f}$  قوة الاحتكاك  
2 - تعبير شغل القوى المطبقة على السيارة عند انتقاله من A إلى B :

$$\sum W(\vec{F}_i) = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$= mgAB \sin \alpha - f \cdot AB$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم عند انتقاله من A إلى B

$$E_{CB} - E_{CA} = \sum W(\vec{F}_i) \Leftrightarrow -\frac{1}{2} m v_A^2 = mgAB \sin \alpha - f \cdot AB$$

$$f = \frac{m v_A^2}{2AB} + mg \sin \alpha$$

تطبيق عددي :  $f = 2286 N$  عند مقارنتها نستنتج أن قوة الاحتكاك أقل شدة من وزن الجمع بأربع مرات .

**تمرين 3**

1 - عند وصول الجسم S' إلى سطح الأرض يقطع الجسم S نفس المسافة h بنفس السرعة لأن الخيط متوتر وغير قابل الامتداد وكتلة البكرة مهملة .

إذا انتقل الجسم S بمسافة  $\Delta \ell$  فإن الجسم S' يسقط ب  $\Delta h$  بحيث أن  
 $\Delta \ell = \Delta h \Leftrightarrow v = v'$

أي أن لهما نفس السرعة .

عندما يتوقف الجسم S' ، يتابع الجسم S حركته على المستوى  $\pi$  ويكون توتر الخيط منعدم .

2 - جرد القوى المطبقة على الجسم S' :

$\vec{P}'$  و  $\vec{T}'$  .

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S' خلال سقوطه بمسافة h :

$$\frac{1}{2}M'v^2 - \frac{1}{2}M'v_0^2 = W(\vec{P}') + W(\vec{T}')$$

$$\frac{1}{2}M'v^2 = M'gh - T'h$$

$$v = \sqrt{2gh - \frac{2T'h}{M'}} \quad (1)$$

3 - جرد القوى المطبقة على S :

$\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}$  في المرحلة الأولى أي عند قطعه المسافة h

في المرحلة الثانية القوى المطبقة عليه :  $\vec{P}, \vec{R}$

4 - نطبق مبرهنة الطاقة الحركية في المرحلة الأولى :

$$\frac{1}{2}Mv^2 - 0 = T.h - f.h \Leftrightarrow \frac{1}{2}Mv^2 = T.h - f.h \quad (2)$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية في المرحلة الثانية :

$$0 - \frac{1}{2}Mv^2 = -f(d-h) \Leftrightarrow \frac{1}{2}Mv^2 = f(d-h) \quad (3)$$

من العلاقة (2) و (3) نستنتج أن (4)  $f.d = T.h$

في العلاقة (2)

$$\frac{1}{2}Mv^2 = f(d-h)$$

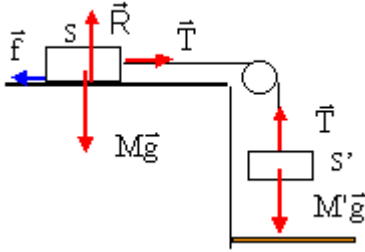
$$v^2 = \frac{2f(d-h)}{M}$$

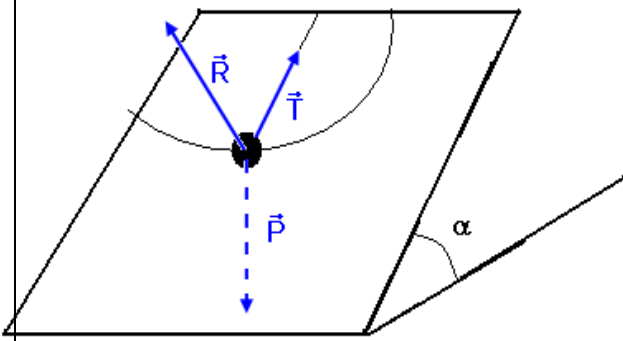
في العلاقة (1)

$$v^2 = 2gh - \frac{2T.h}{M'} \Leftrightarrow \frac{2f(d-h)}{M} = 2gh - \frac{2fd}{M'}$$

$$f \left( \frac{2(d-h)}{M} + \frac{2d}{M'} \right) = 2gh \Leftrightarrow f = \frac{gh}{\left( \frac{(d-h)}{M} + \frac{d}{M'} \right)}$$

$$f = \frac{ghMM'}{M'(d-h) + Md}$$





#### تمرين 4

- 1 - مسار حركة الجسم S هو عبارة عن قوس دائري .
- 2 - جرد القوى المطبقة على الجسم S :  $\vec{P}, \vec{T}, \vec{R}$   
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين موضع توازنه المستقر O والنقطة F :

$$\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = W(\vec{R}) + W(\vec{T}) + W(\vec{P})$$

$$W(\vec{R}) = 0, W(\vec{T}) = 0$$

لأن  $\vec{R}$  و  $\vec{T}$  متعامدين على المسار .

$$\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = -mg\ell \sin \alpha$$

$$v_F = \sqrt{v_O^2 - 2g\ell \sin \alpha}$$

تطبيق عددي :  $v_F = 0,805 \text{ m/s}$

- 3 - عند وجود الاحتكاكات تكون  $\vec{R}$  مع الخط المنظمي على المستوى المائل زاوية احتكاك ومنحائها معاكس لمنحى الحركة أي يمكن أن نفككها إلى مركبتين مركبة مماسة للمسار وهي قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  ومركبة

منظمية عمودية على المسار  $\vec{R}_N$  وشغلها منعدم

وبالتالي نتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv_{F(\text{mesurer})}^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) \quad (1)$$

وفي السؤال الأول قمنا بحساب السرعة في حالة غياب الاحتكاكات أي أن :

$$\frac{1}{2}mv_{F(\text{calculer})}^2 - \frac{1}{2}mv_O^2 = W(\vec{P}) \quad (2)$$

$$(1) - (2) \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_{F(\text{mesurer})}^2 - \frac{1}{2}mv_{F(\text{calculer})}^2 = W(\vec{f})$$
 وبالتالي

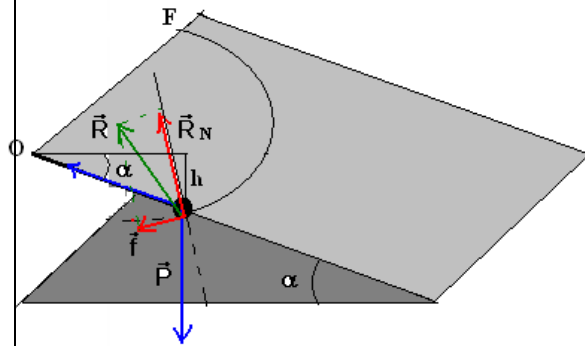
شغل قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  هو :  $W(\vec{f}) = -f \cdot \widehat{OF} = -f \cdot \ell \cdot \frac{\pi}{2}$

$$\frac{1}{2}mv_{F(\text{mesurer})}^2 - \frac{1}{2}mv_{F(\text{calculer})}^2 = -f \cdot \ell \cdot \frac{\pi}{2}$$

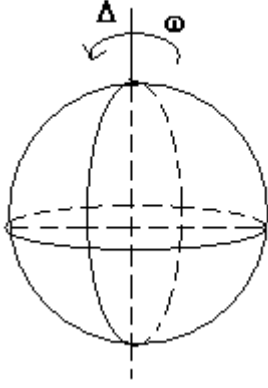
$$f = \frac{mv_{F(\text{calculer})}^2 - mv_{F(\text{mesurer})}^2}{\pi \ell} = 0,175 \text{ N}$$

#### تمرين 5

- 1 - نطبق العلاقة التالية :  $E_C = \frac{1}{2}J_A \omega^2$  بحيث أن



مقطع للمستوى المائل عند موضع التوازن



$$J_{\Delta} = \frac{2}{5} M_T R_T^2 = 9,77.10^{37} \text{ kg.m}^2$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7,27.10^{-5} \text{ rad / s}$$

تطبيق عددي :  $E_C = 2,58.10^{27} \text{ J}$

2 - طاقتها الحركية عندما تدور حول الشمس :

$$E_C = \frac{1}{2} M_T V^2$$

$$V = R \cdot \Omega$$

بحيث أن  $\Omega$  السرعة الزاوية التي تدور بها الأرض حول الشمس :

$$\Omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta T} = \frac{2\pi}{365 \times 24 \times 3600} = 1,99.10^{-7} \text{ rad / s}$$

وبالتالي ف  $E_C = 2,68.10^{33} \text{ J}$

### تمرين 6

1 - عزم مزدوجة الاحتكاك

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة توقف المحرك وتوقف الأسطوانة :

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_f^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_i^2 = \mathcal{M} \Delta\theta$$

$$\omega_f = 0, \omega_i = \omega(\text{moteur}) = \frac{45.2\pi}{60} = 4,71 \text{ rad / s}$$

$$-\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_0^2 = \mathcal{M} \Delta\theta \Leftrightarrow \mathcal{M} = -\frac{J_{\Delta} \omega_0^2}{2 \Delta\theta}$$

تطبيق عددي :  $\mathcal{M} = -4,4.10^{-4} \text{ N.m}$

2 - عند تشغيل من جديد المحرك يجب اعتبار مزدوجة الاحتكاك وبما أن المحرك يدور بسرعة ثابتة أي أن تغير الطاقة الحركية منعدم

$$\Delta E_C = \mathcal{M}_+ \mathcal{M}_- = 0 \Leftrightarrow \mathcal{M}_- = -\mathcal{M}_+ = 4,4.10^{-4} \text{ N.m}$$

وبالتالي فشغل المحرك :

$$W = \mathcal{M} \Delta\theta \Leftrightarrow W = \mathcal{M} \omega \Delta t$$

تطبيق عددي :

$$W = 0,124 \text{ J}$$

والقدرة هي :  $\mathcal{P} = \mathcal{M} \omega$

تطبيق عددي :  $\mathcal{P} = 2,07.10^{-3} \text{ W}$

### تمرين 7

$$1- \text{ b} = \frac{E_{C2}}{E_{C1}} \text{ .}$$

تعبير الطاقة الحركية لجسم في حركة إزاحة :  $E_{C1} = \frac{1}{2} m V^2$

نعبر عن الطاقة الحركية للبكرة في حالة الدوران حول محورها بالعلاقة التالية :

$$E_{C2} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 = \frac{1}{4} Mr^2 \cdot \frac{V^2}{r^2}$$

$$E_{C2} = \frac{MV^2}{4}$$

$$b = \frac{E_{C1}}{E_{C2}} = \frac{M}{2m} \text{ : وبالتالي}$$

1 - 2 تعبير الطاقة الحركية  $E_C$  للمجموعة { بكرة ، (S) }

$$E_C = E_{C1} + E_{C2}$$

$$E_C = E_{C1} \left( 1 + \frac{M}{2m} \right) \text{ من السؤال السابق لدينا : } E_{C2} = bE_{C1} \text{ أي أن}$$

2 - تعبير سرعة (S) .

القوى المطبقة على S خلال سقوطه :  $\vec{P}, \vec{T}$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على S بين اللحظتين  $t_A$  و  $t_B$

$$\frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} mv_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2} m(v_B^2 - v_A^2) = mgAB - T \cdot AB$$

$$v_A = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} mv_B^2 = mgAB - T \cdot AB \quad (1)$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة :

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} (\omega_B^2 - \omega_A^2) = W(\vec{P}') + W(\vec{R}') + W(\vec{T}')$$

$$W(\vec{P}') = 0, W(\vec{R}') = 0, \omega_A = 0$$

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_B^2 = W(\vec{T}')$$

$$W(\vec{T}') = -W(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_B^2 = -W(\vec{T}) \quad (2)$$

من العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن :  $\frac{1}{2} mv_B^2 + \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_B^2 = mgAB$

وحسب السؤال الأول توصلنا أن الطاقة الحركية للدوران البكرة هو :

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_B^2 = \frac{MV_B^2}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} mV_B^2 + \frac{MV_B^2}{4} = mg \cdot AB$$

$$V_B^2 = \left( \frac{2mg \cdot AB}{m + \frac{M}{2}} \right) \Leftrightarrow V_B = \sqrt{\left( \frac{2mg \cdot AB}{m + \frac{M}{2}} \right)}$$



3 - 1 تعبير  $h_1$

يصطدم الجسم أول مرة بسطح الأرض بسرعة  $\vec{V}_0$  حيث أنه حسب مبرهنة الطاقة الحركية :

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = mg.h \Leftrightarrow V_0^2 = 2gh$$

يرتد الجسم نحو الأعلى بسرعة  $V_1$  حيث يصل الجسم بعد الاصطدام الأول إلى ارتفاع  $h_1$

$$0 - \frac{1}{2}mV_1^2 = -mgh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{V_1^2}{2g}$$

لدينا حسب المعطيات  $V_1 = -eV_0$  وبالتالي أن  $h_1 = \frac{e^2V_0^2}{2g}$  وبما أن  $V_0^2 = 2gh$  فإن  $h_1 = e^2h$

3 - 2 تعبير  $h_2$

بنفس الطريقة نتوصل إلى :  $h_2 = e^2h_1 = e^4h$

3 - 3 حساب  $h_5$

من الملاحظة التالية وهي :

$$h_1 = e^{2 \times 1} h$$

$$h_2 = e^{2 \times 2} h$$

.

.

$$h_n = e^{2 \times n} h$$

وبالتالي ف  $h_5 = e^{2 \times 5} h = 34,7 \text{ cm}$