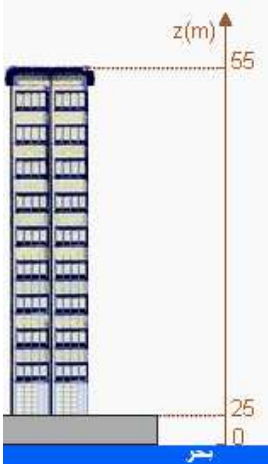


في جميع التمارين:  $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$



### تمرين 1

- توجد كرة كتلتها  $m = 0,5 \text{ kg}$  على سطح عمارة. أنظر الشكل جانبه.
- أحسب طاقة الوضع الثقالية للكرة إذا اختيرت الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية عند:
    - سطح البحر،
    - سطح الأرض.
  - أحسب تغير طاقة الوضع للكرة عند سقوطها على سطح الأرض.
  - علما أن الكرة سقطت بدون سرعة بدئية و أن كل طاقة الوضع لديها تحولت إلى طاقة حركية، أحسب سرعتها عند وصولها سطح الأرض.

### تمرين 2

- خلال سقوط بدون سرعة بدئية لجسم كتلته  $m = 3,00 \text{ kg}$  على الأرض، تغيرت طاقة الوضع لديه من القيمة  $Ep_1 = 500 \text{ J}$  إلى القيمة  $Ep_2 = -900 \text{ J}$ .
- على أي ارتفاع سقط ؟
  - ما موضع الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية بالنسبة لموضعه البدئي ؟
  - ما سرعته عند مروره من هذه الحالة المرجعية ؟

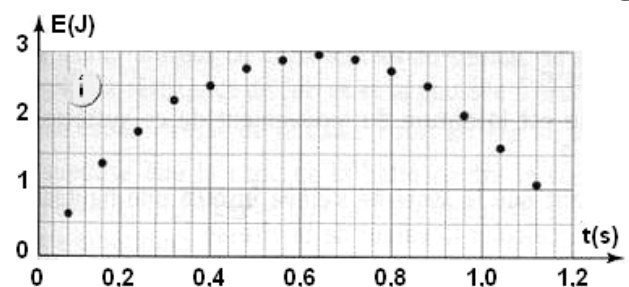
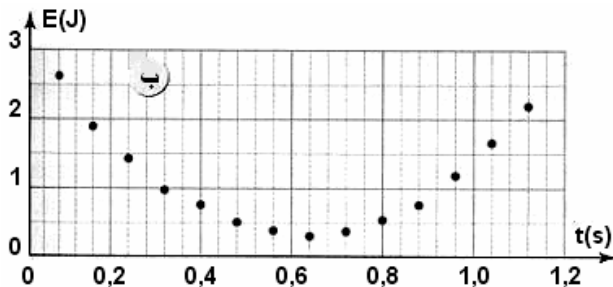
### تمرين 3



- في رياضة القفز العالي استطاع رياضي، كتلته  $m = 85,0 \text{ kg}$  وطول قامته  $L = 1,93 \text{ m}$ ، تجاوز العارضة على ارتفاع  $h = 2,45 \text{ m}$ . نقبل أن مركز قصور الرياضي يطابق منتصف طول قامته، و خلال القفز يمر  $G$  على بعد  $10 \text{ cm}$  من العارضة.
- أحسب تغير طاقة الوضع الثقالية للرياضي خلال القفز.
  - يصل الرياضي أمام العارضة بالسرعة  $v = 21,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . أحسب الارتفاع الأقصى النظري الذي يمكنه وصوله بافتراض أن طاقته الحركية تحولت كليا إلى طاقة وضع ثقالية.
  - في الواقع عندما يصل الرياضي العارضة بالسرعة  $v = 21,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ، يتجاوزها بالسرعة  $v' = 3,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . قارن مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي قبل القفز و بعد تجاوز العارضة. أعط استنتاجا.

### تمرين 4

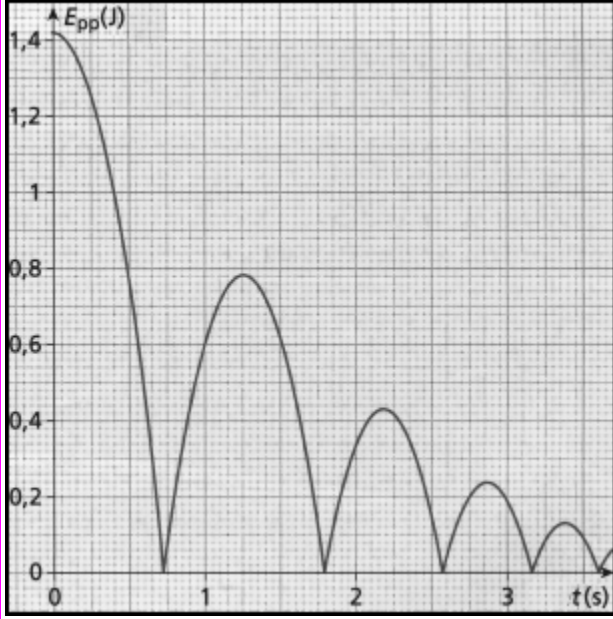
المبيانات التاليان يمثلان التغيرات بدلالة الزمن للطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية لكرة كتلتها  $m = 100 \text{ g}$  قذفت نحو الأعلى عند اللحظة  $t = 0$ .



- أ) أي المنحنيين يمثل مخطط الطاقة الحركية ؟ علل جوابك.
- ب) أي المنحنيين يمثل مخطط طاقة الوضع الثقالية؟ علل جوابك.
- مثل مخطط الطاقة الميكانيكية. ماذا تستنتج ؟
- حدد سرعة الكرة عندما تصل قمة مسارها.
- ما هو ارتفاعها عند قمة مسارها بالنسبة لسطح الأرض الذي اتخذ حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية ؟

### تمرين 5

يمثل المبيان جانبه مخطط طاقة الوضع الثقالية لكرة مضرب كتلتها  $m = 57 \text{ g}$  حررت بدون سرعة بدئية على ارتفاع  $z_0$  من سطح الأرض.



- 1- في أي لحظة تصل الكرة سطح الأرض للمرة الأولى؟ علل أن سطح الأرض اتخذ حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.
- 2- باستغلال المبيان حدد قيمة  $z_0$ .
- 3- في أي لحظة، بعد الارتداد الأول، تصل الكرة الارتفاع الأقصى؟ حدد هذا الارتفاع.
- 4- أحسب قيمة الطاقة الميكانيكية  $E_0$  البدئية للكرة، وقيمة طاقتها الميكانيكية  $E_1$  بعد الارتداد الأول. استنتج النسبة المئوية لتناقص هذه الطاقة.
- 5- علما أن بعد كل ارتداد تتناقص الطاقة الميكانيكية للكرة بنسبة 45%، أحسب قيمتها بعد 8 ارتدادات. ما هي حالة الكرة حينئذ؟

### تمرين 6

أطلق جسم صلب ( $S$ ) كتلته  $m = 1,0 \text{ kg}$  بدون سرعة بدئية، على سطح مستو و مائل بالزاوية  $\alpha = 30^\circ$  بالنسبة للمستوى الأفقي. تصل سرعة ( $S$ ) القيمة  $v = 4,7 \text{ m.s}^{-1}$  عندما ينقص ارتفاع مركز قصوره ب  $2 \text{ m}$ .

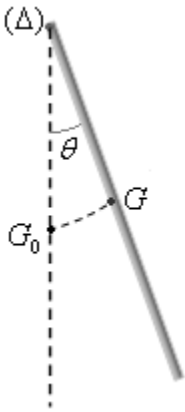
- 1- بين حسابيا أن الطاقة الميكانيكية للجسم ( $S$ ) لا تنحفظ.
- 2- أحسب شدة قوة الاحتكاك باعتبارها ثابتة.

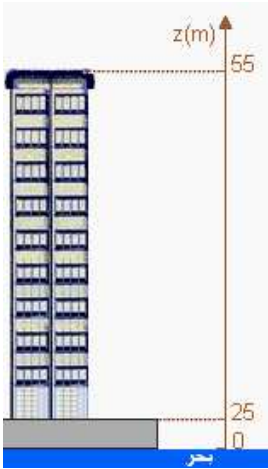
### تمرين 7

يمكن لعارضة متجانسة، كتلتها  $m = 0,400 \text{ kg}$  وطولها  $\ell = 1,00 \text{ m}$ ، الدوران بدون احتكاك حول

محور أفقي ( $\Delta$ ) يمر بطرفها. تعبير عزم القصور للعارضة بالنسبة للمحور ( $\Delta$ ) هو  $J_\Delta = \frac{1}{3} m \ell^2$ .

- 1- عبر عن طاقة الوضع الثقالية للعارضة بدلالة أفضولها الزاوي  $\theta$ . يتخذ الموضع ( $\theta = 0$ ) مرجعا لطاقة الوضع الثقالية.
- 2- حدد الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية قصوى و احسب قيمتها.
- 3- تدار العارضة بالزاوية  $\theta_0 = 45^\circ$  ثم تحرر بدون سرعة بدئية.
  - أ- في أي موضع تكون السرعة الزاوية للعارضة قصوى؟ علل جوابك.
  - ب- أحسب قيمتها بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة الميكانيكية.
  - ت- بين أن السرعة الزاوية للعارضة تنعدم في موضعين حدهما. صف حركة العارضة.
- 4- تدار العارضة بنفس الزاوية  $\theta_0 = 45^\circ$  ثم ترسل بسرعة زاوية بدئية قيمتها  $\omega = 15 \text{ rad.s}^{-1}$ .
  - أ- بين في هذه الحالة أن الطاقة الحركية للعارضة لا تنعدم (نظريا بإهمال الاحتكاك). صف حركة العارضة.
  - ب- أحسب القيمتين القصوى و الدنيا للطاقة الحركية خلال حركة العارضة.





### تمرين 1

1- طاقة الوضع الثقالية للكرة:

تعبير طاقة الوضع الثقالية لجسم هو:  $E_p = mgz + Cte$

حيث  $z$  أنسوب مركز قصوره على محور رأسي موجه نحو الأعلى. ليكن  $z_0$  أنسوب المستوى الأفقي الذي اختير حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

إذن عند  $z = z_0$ :  $E_p = 0 \leftarrow 0 = mgz_0 + Cte \leftarrow Cte = -mgz_0$

وبالتالي:  $E_p = mg(z - z_0)$

أ- إذا اختيرت الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية عند سطح البحر:

$$E_p = mgz \leftarrow z_0 = 0$$

$$E_p = 0,5 \times 9,8 \times 55 = 269,5 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

ب- إذا اختيرت الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية عند سطح الأرض:

$$E_p = mg(z - 25) \leftarrow z_0 = 25$$

$$E_p = 0,5 \times 9,8 \times (55 - 25) = 147 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

2- تغير طاقة الوضع للكرة عند سقوطها على سطح الأرض:

تغير طاقة الوضع الثقالية مستقل عن اختيار الحالة المرجعية لطاقة الوضع ولا يتعلق إلا بارتفاع السقوط.

و هذا التغير يساوي **مقابل** شغل الوزن:  $\Delta E_p = -W(\vec{P}) \leftarrow \Delta E_p = -mgh$

$$\Delta E_p = -0,5 \times 9,8 \times 30 = -147 \text{ J} \leftarrow h = 55 - 25 = 30 \text{ m} \quad \text{ت.ع.}$$

خلال سقوطها **تتناقص** طاقة الوضع الثقالية للكرة و هذا ما تدل عليه **الإشارة السالبة** للتغير.

3- سرعتها عند وصولها سطح الأرض:

باعتبار أن كل طاقة الوضع الثقالية للكرة تحولت إلى طاقة حركية، فإن:  $\Delta E_c = -\Delta E_p$

$$v = \sqrt{-\frac{2\Delta E_p}{m}} \leftarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = -\Delta E_p \leftarrow$$

الكرة سقطت بدون سرعة بدئية

$$v = \sqrt{-\frac{2 \times (-147)}{0,5}} = 24,2 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

### تمرين 2

1- ارتفاع السقوط:

تغير طاقة الوضع الثقالية يساوي **مقابل** شغل الوزن:

$$E_{p2} - E_{p1} = -mgh \leftarrow \Delta E_p = -W(\vec{P})$$

$$h = \frac{500 - (-900)}{3,00 \times 9,8} = 47,6 \text{ m} \quad \text{ت.ع.} \quad h = \frac{E_{p1} - E_{p2}}{mg} \leftarrow$$

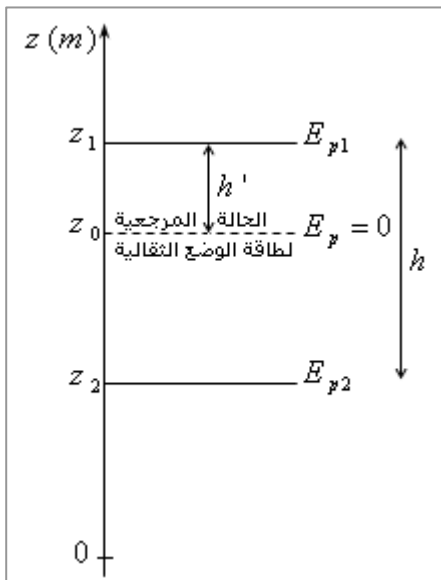
2- موضع الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية بالنسبة لموضعه البدئي:

ليكن  $z_0$  أنسوب المستوى الأفقي الذي اختير حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم في الحالة البدئية هو:

$$E_{p1} = mg(z_1 - z_0) = mgh'$$

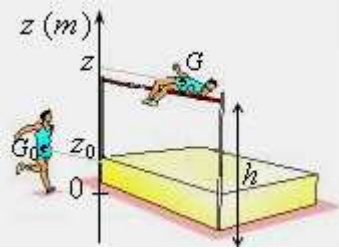
$$h' = \frac{500}{3,00 \times 9,8} = 17,0 \text{ m} \quad \text{ت.ع.} \quad h' = \frac{E_{p1}}{mg} \leftarrow$$



**3- سرعة الجسم عند مروره من هذه الحالة المرجعية :**  
 باعتبار السقوط حراً، الجسم لا يخضع إلا لوزنه، وطاقته الميكانيكية تنحفظ .  
 بتطبيق هذا الانحفاظ بين الموضع البدئي و الموضع الذي اختير حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية لدينا:

$$E_{p1} = \frac{1}{2}mv^2 \leftarrow 0 + E_{p1} = E_c + 0 \leftarrow E_{c1} + E_{p1} = E_c + E_p$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 500}{3,00}} = \underline{18,3 \text{ m.s}^{-1}} \quad \text{ت.ع.} \quad v = \sqrt{\frac{2E_{p1}}{m}} \leftarrow$$



### تمرين 3

**-1** تغير طاقة الوضع الثقالية للرياضي خلال القفز:

تغير طاقة الوضع الثقالية يساوي **مقابل** شغل الوزن:

$$\Delta E_p = -mg(z_0 - z) \leftarrow \Delta E_p = -W(\vec{P})$$

$$\Delta E_p = +mg(z - z_0) \leftarrow$$

وبملاحظة أن:  $z_0 = \frac{L}{2}$  و  $z = h + 0,10$  يستنتج:  $\Delta E_p = +mg(h + 0,10 - \frac{L}{2})$

$$\Delta E_p = +85,0 \times 9,8 \times (2,45 + 0,10 - \frac{1,93}{2}) = \underline{+1,32.10^3 \text{ J}} \quad \text{ت.ع.}$$

**-2** الارتفاع الأقصى النظري الذي يمكن للرياضي وصوله:

بافتراض أن الطاقة الحركية للرياضي تحولت كلياً إلى طاقة وضع ثقالية، فإن:  $\Delta E_p = -\Delta E_c$

$$+mg(h_{th} + 0,10 - \frac{L}{2}) = - (0 - \frac{1}{2}mv^2) \leftarrow$$

$$h_{th} = \frac{(21,6/3,6)^2}{2 \times 9,8} + \frac{1,93}{2} - 0,10 = \underline{2,90 \text{ m}} \quad \text{ت.ع.} \quad h_{th} = \frac{v^2}{2g} + \frac{L}{2} - 0,10 \leftarrow$$

يلاحظ أن الارتفاع النظري أكبر من الارتفاع الحقيقي.

**-3** مقارنة مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي قبل القفز و عند تجاوز العارضة:

يختار سطح الأرض حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

- قبل القفز مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي هو:

$$E_{c0} + E_{p0} = \frac{1}{2}mv^2 + mg \frac{L}{2}$$

$$E_{c0} + E_{p0} = \frac{1}{2} \times 85,0 \times (21,6/3,6)^2 + 85,0 \times 9,8 \times \frac{1,93}{2} = \underline{+2,33.10^3 \text{ J}} \quad \text{ت.ع.}$$

- عند تجاوز العارضة مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية للرياضي هو:

$$E'_c + E'_p = \frac{1}{2}mv'^2 + mg(h + 0,10)$$

$$E'_c + E'_p = \frac{1}{2} \times 85,0 \times (3,6/3,6)^2 + 85,0 \times 9,8 \times (2,45 + 0,10) = \underline{+2,17.10^3 \text{ J}} \quad \text{ت.ع.}$$

- مقارنة و استنتاج:  $E'_c + E'_p < E_{c0} + E_{p0}$

الطاقة الميكانيكية للرياضي **لا تبقى ثابتة**. التغير الملاحظ ناتج عن مقاومة الهواء.

### تمرين 4

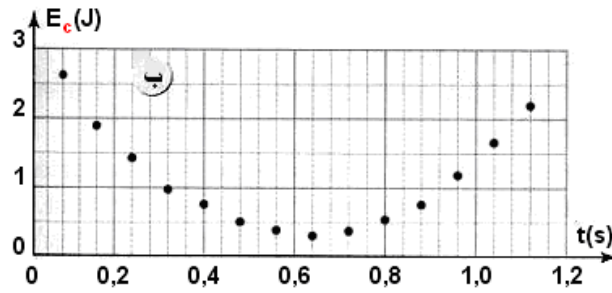
**-1** (أ) أي المنحنيين يمثل مخطط الطاقة الحركية ؟

حركة الكرة تتضمن مرحلتين:

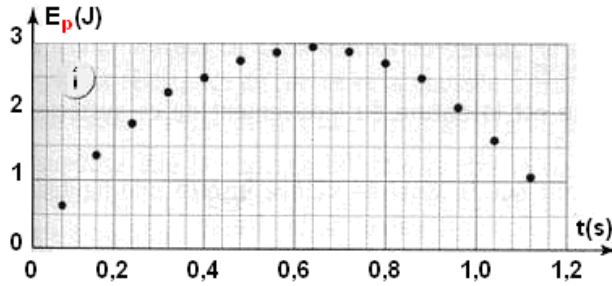
- مرحلة **صعود** خلالها تتناقص سرعتها و بالتالي طاقتها الحركية **تتناقص**

- مرحلة **هبوط** خلالها تتزايد سرعتها و بالتالي طاقتها الحركية **تتزايد**

إذن المنحنى الذي يوافق تغيرات الطاقة الحركية هو **المنحنى ب** .



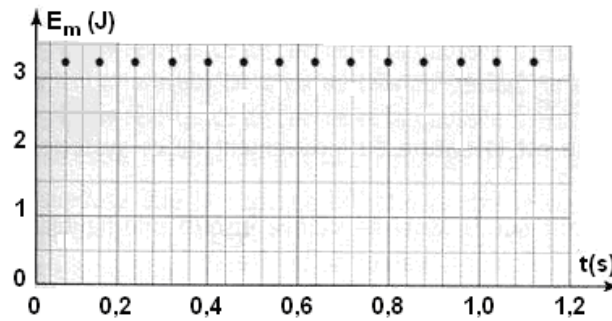
- (ب) أي المنحنيين يمثل مخطط طاقة الوضع الثقالية؟  
 تعبير طاقة الوضع الثقالية للكرة هو:  $E_p = mgz$  (عند سطح الأرض:  $z = 0$  و  $E_p = 0$ )  
 - خلال مرحلة **الصعود** تزايد  $z$  و بالتالي طاقة الوضع الثقالية **تتزايد**،  
 - خلال مرحلة **الهبوط** تتناقص  $z$  و بالتالي طاقة الوضع الثقالية **تتناقص**،  
 إذن المنحنى الذي يوافق تغيرات طاقة الوضع الثقالية هو **المنحنى أ**.



- 2- تمثيل مخطط الطاقة الميكانيكية:  
 في كل لحظة الطاقة الميكانيكية تساوي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع الثقالية:  $E_m = E_c + E_p$   
 ت.ع. لنحسب قيم  $E_m$  عند بعض اللحظات باستغلال المخططين:

1,04	0,88	0,72	0,56	0,4	0,24	0,08	$t (s)$
1,625	0,75	0,375	0,375	0,75	1,375	2,625	$E_c (J)$
1,625	2,5	2,875	2,875	2,5	1,875	0,625	$E_p (J)$
3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	$E_m (J)$

مخطط الطاقة الميكانيكية:



- استنتاج: الطاقة الميكانيكية للكرة **ثابتة**.  
 3- سرعة الكرة عندما تصل قمة مسارها:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \leftarrow E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

ت.ع. **قمة** مسار الكرة توافق **أدنى** طاقة حركية، و قيمتها حسب مخطط الطاقة الحركية هي:  $E_c = 0,25 J$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 0,25}{0,100}} = 2,2 \text{ m.s}^{-1} \leftarrow$$

4- ارتفاع الكرة عند قمة مسارها:

$$z = \frac{E_p}{mg} \leftarrow E_p = mgz$$

ت.ع. **قمة** مسار الكرة توافق أقصى طاقة وضع ثقالية، و قيمتها حسب مخطط طاقة الوضع الثقالية هي:  $E_p = 3,00 J$

$$z = \frac{3,00}{0,100 \times 9,8} = \underline{3,1 m} \leftarrow$$

5- تمرين

1- اللحظة التي تصل فيها الكرة سطح الأرض للمرة الأولى، و تعليل أن سطح الأرض اتخذ حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية:

• حسب المخطط الطاقوي عند كل ارتداد:  $E_{pp} = 0$

و بما أن الارتدادات تتم على سطح الأرض، يستنتج أن عند سطح الأرض:  $E_{pp} = 0$ ، إذن سطح الأرض اتخذ حالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

• الارتداد الأول حصل عند اللحظة:  $t \approx 0,7 s$

2- تحديد قيمة  $z_0$ :

$$z_0 = \frac{E_{pp0}}{mg} \leftarrow E_{pp0} = mgz_0$$

ت.ع. حسب المخطط الطاقوي:  $E_{pp0} = 1,42 J$

$$z_0 = \frac{1,42}{57 \times 10^{-3} \times 9,8} = \underline{2,5 m} \leftarrow$$

3- لحظة وصول الكرة الارتفاع الأقصى بعد الارتداد الأول و ارتفاعها:

• حسب المخطط:  $t \approx 1,3 s$

• ارتفاع الكرة:  $z = \frac{E_{pp}}{mg}$

ت.ع. حسب المخطط الطاقوي:  $E_{pp} = 0,78 J$   $z = \frac{0,78}{57 \times 10^{-3} \times 9,8} = \underline{1,4 m} \leftarrow$

4- حساب قيمة الطاقة الميكانيكية البدئية للكرة، و قيمة طاقتها الميكانيكية بعد الارتداد الأول. و استنتاج النسبة المئوية لتناقص هذه الطاقة:

• الطاقة الميكانيكية البدئية للكرة:  $E_0 = E_{c0} + E_{pp0}$  ت.ع.  $E_0 = 0 + 1,42 = \underline{1,42 J}$

• الطاقة الميكانيكية للكرة بعد الارتداد الأول:  $E_1 = E_{c1} + E_{pp1}$  ت.ع.  $E_1 = 0 + 0,78 = \underline{0,78 J}$

• النسبة المئوية لتناقص الطاقة الميكانيكية:  $\% = \frac{E_0 - E_1}{E_0} \times 100$  ت.ع.  $\% = \frac{1,42 - 0,78}{1,42} \times 100 = \underline{45 \%}$

اصطدام الكرة بسطح الأرض يفقدها 45% من طاقتها البدئية.

5- حساب قيمة الطاقة الميكانيكية بعد 8 ارتدادات. و حالة الكرة حينئذ:

- بعد الارتداد الأول الطاقة الميكانيكية المتبقية للكرة هي:  $E_1 = E_0 - \frac{45}{100} E_0 = E_0 \left(1 - \frac{45}{100}\right) = E_0 \left(1 - \frac{45}{100}\right)^1$

- بعد الارتداد الثاني الطاقة الميكانيكية المتبقية للكرة هي:  $E_2 = E_1 - \frac{45}{100} E_1 = E_1 \left(1 - \frac{45}{100}\right) = E_0 \left(1 - \frac{45}{100}\right)^2$

•  
•  
•



$$E_8 = E_0 \left(1 - \frac{45}{100}\right)^8$$

- إذن بعد الارتداد **الثامن** الطاقة الميكانيكية المتبقية للكرة هي:

$$E_8 = 1,42 \times \left(1 - \frac{45}{100}\right)^8 = \underline{0,01 J} \quad \text{ت.ع.}$$

بعد 8 ارتدادات الطاقة الميكانيكية للكرة **منعدمة** تقريبا: يمكن اعتبار الكرة في **حالة سكون** تقريبا.

### تمرين 6

-1 بيان أن الطاقة الميكانيكية للجسم لا تتحفظ:

• الطاقة الميكانيكية البدئية للجسم:  $E_{m1} = E_{c1} + E_{pp1} = 0 + mgz_1 = mgz_1$

• الطاقة الميكانيكية النهائية للجسم:  $E_{m2} = E_{c2} + E_{pp2} = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_2$

• تغير الطاقة الميكانيكية للجسم:  $\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1}$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz_2 - mgz_1 \quad \leftarrow$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2}mv^2 - mgh \quad \leftarrow$$

ت.ع.

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} \times 1,0 \times 4,7^2 - 1,0 \times 9,8 \times 2 = \underline{-8,6 J}$$

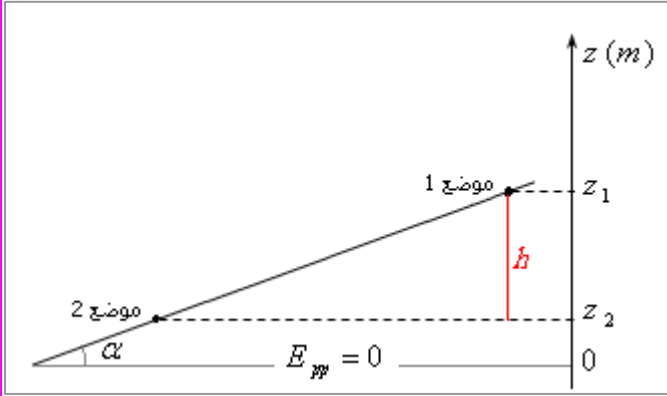
$\Delta E_m < 0$ : الطاقة الميكانيكية للجسم لا تتحفظ، بل **تتناقص**.

-2 حساب شدة قوة الاحتكاك:

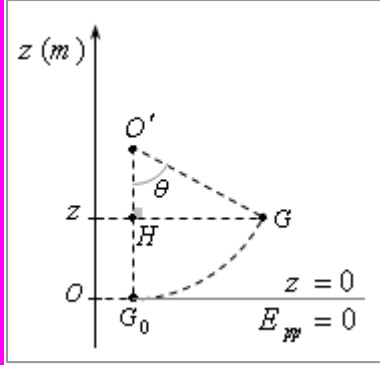
$$\Delta E_m = W_f = -f \cdot d = -f \cdot \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$f = -\frac{\Delta E_m \cdot \sin \alpha}{h} \quad \leftarrow$$

$$f = -\frac{(-8,6) \times \sin 30^\circ}{2} = \underline{2,2 N} \quad \text{ت.ع.}$$



## تمرين 7



-1 تعبير طاقة الوضع الثقالية للعارضة بدلالة أفضولها الزاوي:

$$E_{pp} = mgz + Cte \quad \text{تعبير طاقة الوضع الثقالية للعارضة هو:}$$

باتخاذ الموضع ( $\theta = 0$ ) مرجعا لطاقة الوضع الثقالية فإن:

$$Cte = 0 \leftarrow 0 = 0 + Cte \leftarrow E_{pp} = 0 : z = 0$$

$$E_{pp} = mgz \quad \text{و بالتالي:}$$

$$z = G_0H = O'G_0 - O'H = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2} \cos \theta \quad \text{من خلال الشكل التوضيحي الممثل جانبه:}$$

$$E_{pp} = mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta) \quad \text{و يستنتج التعبير التالي:}$$

-2 تحديد الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية قصوى و حساب قيمتها:

$$E_{pp} \text{ قصوى} \leftarrow \cos \theta \text{ دنيا} \leftarrow \cos \theta = -1 \leftarrow \theta = \pm \pi \quad \text{(موضع التوازن غير المستقر)}$$

$$E_{pp \max} = mg \ell \leftarrow E_{pp \max} = mg \frac{\ell}{2} (1 - (-1)) \quad \text{و هذه القيمة القصوى هي:}$$

$$E_{pp \max} = 0,400 \times 9,8 \times 1,00 = 3,92 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

-3

أ- الموضع الذي تكون فيه السرعة الزاوية للعارضة قصوى:

عند مرور العارضة من موضع توازنها المستقر ( $\theta = 0$ ) **تندعم** طاقة الوضع الثقالية لديها، و بالتالي طاقتها الحركية تكون حينئذ **قصوى**، و بالتالي سرعتها الزاوية قصوى.

ب- حساب قيمة السرعة الزاوية:

$$E_m = E_c + E_{pp} = 0 + mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) = mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) \quad \text{: الطاقة الميكانيكية للعارضة في G}$$

$$E_{m0} = E_{c0} + E_{pp0} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 + 0 = \frac{1}{6} m \ell^2 \omega^2 \quad \text{: الطاقة الميكانيكية للعارضة في G}_0$$

$$E_{m0} = E_m \quad \text{: بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة الميكانيكية:}$$

$$\frac{1}{6} m \ell^2 \omega^2 = mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) \quad \leftarrow$$

$$\omega = \sqrt{3 \frac{g}{\ell} (1 - \cos \theta_0)} \quad \leftarrow$$

$$\omega = \sqrt{3 \times \frac{9,8}{1,00} \times (1 - \cos 45^\circ)} = 2,9 \text{ rad.s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

ت- بيان أن السرعة الزاوية للعارضة تندعم في موضعين مع تحديدهما. و وصف حركة العارضة:

$$E_{pp} = mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta) \leftarrow E_{pp} \text{ قصوى} \leftarrow E_c = 0 \leftarrow \omega = 0$$

$$mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta) = mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) \quad \leftarrow$$

$$\theta = \pm \theta_0 \quad \leftarrow \cos \theta = \cos \theta_0 \quad \leftarrow$$

حركة العارضة تذبذبية بين الموضعين  $\theta = +45^\circ$  و  $\theta = -45^\circ$ .



أ- بيان أن الطاقة الحركية للعارضة لا تنعدم و وصف حركة العارضة:  
بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية بين الموضع البدئي ( $\theta_0 = 45^\circ$ ) و موضع التوازن غير المستقر ( $\theta = \pm \pi$ )، لدينا:

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 + mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) = E_c + mg \ell$$

الطاقة الميكانيكية في الموضع البدئي

الطاقة الميكانيكية في موضع التوازن غير المستقر

نستنتج الطاقة الحركية في موضع التوازن غير المستقر:

$$E_c = \frac{1}{6} m \ell^2 \omega^2 + mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) - mg \ell$$

$$E_c = \frac{1}{6} \times 0,400 \times 1,00^2 \times 15^2 + 0,400 \times 9,8 \times \frac{1,00}{2} \times (1 - \cos 45^\circ) - 0,400 \times 9,8 \times 1,00 = \underline{12,5 J} \quad \text{ت.ع.}$$

وهي قيمة غير منعدمة.  
بما أن الطاقة الحركية لا تنعدم في موضع التوازن غير المستقر، فإن العارضة تستمر في الدوران في نفس المنحنى. حركتها ليست في هذه الحالة تذبذبية.

ب- القيمتان القصوى و الدنيا للطاقة الحركية خلال حركة العارضة:

- القيمة القصوى للطاقة الحركية توافق الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية دنيا (منعدمة) و هو موضع التوازن

$$E_{c \max} = \frac{1}{6} m \ell^2 \omega^2 + mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) \quad \leftarrow \quad E_{c \max} + 0 = E_m \quad \text{المستقر } (\theta = 0):$$

$$E_c = \frac{1}{6} \times 0,400 \times 1,00^2 \times 15^2 + 0,400 \times 9,8 \times \frac{1,00}{2} \times (1 - \cos 45^\circ) = \underline{16,4 J} \quad \text{ت.ع.}$$

- القيمة الدنيا للطاقة الحركية توافق الموضع الذي تكون فيه طاقة الوضع الثقالية قصوى و هو موضع التوازن غير المستقر

$$E_{c \min} = \frac{1}{6} m \ell^2 \omega^2 + mg \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta_0) - mg \ell \quad \leftarrow \quad E_{c \min} + E_{pp \max} = E_m \quad (\theta = \pm \pi):$$

$$\underline{E_{c \min} = 12,5 J} \quad \text{ت.ع.}$$