المستوى : الجذع مشترك علمي الأستاذ : عثماني نجيب	مادة الرياضيات سلسلة محلولة رقم 1	أكاديمية الجهة الشرقية نيابة وجدة

تمارين بحلول في درس مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ أولية في الحسابيات

الأهداف القدرات المنتظرة من التمارين :

- التعرف على المجموعة $\mathbb{N}$.
- التعرف على مضاعفات و قواسم عدد.
- التمييز بين الأعداد الزوجية و الأعداد الفردية.
- التعرف على مصاديق قابلية القسمة على 2 و 3 و 4 و 5 و 9.
- التعرف على عدد أولي.
- استعمال تقنيات تفكيك عدد صحيح طبيعي إلى جداء عوامل أولية.
- توظيف التفكيك في تحديد القاسم المشترك الأكبر و المضاعف المشترك الأصغر.
- توظيف خوارزمية إقليدس في تحديد القاسم المشترك الأكبر.
- توظيف الزوجية و تفكيك عدد إلى جداء عوامل أولية في حل بعض المسائل البسيطة حول الأعداد الصحيحة الطبيعية.

تمرين1: من بين الأعداد التالية حدد تلك التي تمثل أعدادا صحيحة طبيعية: 2, 5 -, 11, $\frac{11}{4}$, 12-17, $\sqrt{2}$, $\sqrt{16}$, 2,5 .

الجواب : 2 هو عدد صحيح طبيعي نكتب $2\in\mathbb{N}$

-5 ليس بعدد صحيح طبيعي نكتب $-5\notin\mathbb{N}$

$11\in\mathbb{N}$ $\quad \frac{11}{4}\notin\mathbb{N}$ $\quad 12-17\notin\mathbb{N}$ $\quad \sqrt{2}\notin\mathbb{N}$ $\quad \sqrt{16}\in\mathbb{N}$ $\quad 2.5\notin\mathbb{N}$

تمرين2: باستعمال الرموز: $\in;\notin;\subset;\not\subset$ املأ الفراغات التالية:

-9... $\mathbb{N}$ و $\frac{2}{3}$.....$\mathbb{N}$ و $\sqrt{2}$.....$\mathbb{N}$ و $\frac{8}{2}$.....$\mathbb{N}$ و $-\frac{2}{3}$.....$\mathbb{N}$ و $12-12$...$\mathbb{N}^*$ و $\sqrt{25}$...$\mathbb{N}$ و $\frac{\sqrt{100}}{5}$.....$\mathbb{N}$ $\sqrt{16}$.....$\mathbb{N}$ و

2.12...$\mathbb{N}$ π.....$\mathbb{N}$ و $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$.....$\mathbb{N}$ و $-\sqrt{100}$.....$\mathbb{N}$ و 0.....$\mathbb{N}^*$ و $\{1;2;7\}$.....$\mathbb{N}$ و $\{4;-2;12\}$...$\mathbb{N}$ و $\mathbb{N}^*$.....$\mathbb{N}$

الجواب : $-9\notin\mathbb{N}$ $\quad \frac{2}{3}\notin\mathbb{N}$ $\quad \sqrt{2}\notin\mathbb{N}$ $\quad \frac{8}{2}\in\mathbb{N}$ $\quad -\frac{2}{3}\notin\mathbb{N}$ $\quad 12-12\notin\mathbb{N}^*$ $\quad \sqrt{25}\in\mathbb{N}$ $\quad \frac{\sqrt{100}}{5}\in\mathbb{N}$ $\quad \sqrt{16}\in\mathbb{N}$ $\quad 2.12\notin\mathbb{N}$ $\quad \pi\notin\mathbb{N}$

$0\notin\mathbb{N}^*$ $\quad \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}\in\mathbb{N}$ $\quad \{1;2;7\}\subset\mathbb{N}$ $\quad \{4;-2;12\}\not\subset\mathbb{N}$ $\quad \mathbb{N}^*\subset\mathbb{N}$

تمرين3: $a\in\mathbb{N}$ و $b\in\mathbb{N}$

1)بين أنه اذا كان a عددا زوجيا و b عددا زوجيا فان $a+b$ عدد زوجيا

2)بين أنه اذا كان a عددا فرديا و b عددا فرديا فان $a+b$ عدد زوجي

3)بين أنه اذا كان a عددا زوجيا فان a^2 عدد زوجي

4)بين أنه اذا كان a عددا فرديا فان a^2 عدد فرديا

5)استنتج أنه اذا كان a^2 عدد فرديا فان a عددا فردي

الجواب : 1) a عددا زوجي يعني : $a=2k$ $k\in\mathbb{N}$

و b عدد زوجي يعني : $b=2k'$ $k'\in\mathbb{N}$

اذن : $a+b=2k+2k'=2(k+k')=2k''$ حيث $k+k'=k''$

ومنه $a+b$ عدد زوجي

2) a عدد فردي يعني : $a=2k+1$ $k\in\mathbb{N}$

و b عددا فردي يعني : $b=2k'+1$ $k'\in\mathbb{N}$

اذن: $a+b=2k+1+2k'+1=2(k+k')+2=2(k+k'+1)=2k''$ حيث $k+k'+1=k''$ ومنه $a+b$ عدد زوجي

3) a عددا زوجي يعني : $a=2k$ $k\in\mathbb{N}$

اذن: $a^2=(2k)=4k^2=2\times(2k^2)=2\times k''$ حيث $2k^2=k''$

ومنه a^2 عدد زوجي

4) a عددا فردي يعني : $a=2k+1$ $k\in\mathbb{N}$

اذن: $a^2=(2k+1)=(2k)^2+2\times 2k\times 1+1^2=4k^2+4k+1$

$a^2=2(k^2+2k)+1=2k''+1$ حيث $k^2+2k=k''$

ومنه a^2 عدد فردي

5) a^2 عددا فردي

نفترض أن : a عدد زوجي اذن a^2 عدد زوجي ولكن حسب المعطيات a^2 عددا فردي اذن ما افترضناه خاطئ اذن : a عدد فردي

تمرين4: حدد المضاعفات العشرة الأولى العدد 4

الجواب :لدينا مضاعفات العدد 4 تكتب على الشكل $4k$ حيث $k\in\mathbb{N}$.

المضاعفات العشرة الأولى هي: 36 ,32 ,24 ,24 ,20 ,16 ,12, 8, 4 , 0

تمرين5: حدد مضاعفات العدد 9 المحصورة بين 23 و59

الجواب :لدينا مضاعفات العدد 9 تكتب على الشكل $9n$ حيث n عنصر من $\mathbb{N}$.

مضاعفات 9 المحصورة بين 23 و59 هي الأعداد التي تكتب على شكل $9n$ بحيث n من $\mathbb{N}$ والمحصورة بين 23 و 59 الحالات الممكنة هي: 9×3 و 9×4 و 9×5 و 9×6 . أي القيم الممكنة للعدد n هي: 3 و 4 و 5 و 6.

وبالتالي المضاعفات التي نبحث عنها هي: 27 و 36 و 45 و 54.

تمرين6:

- حدد المضاعفات العشرة الأولى العدد 6
- حدد المضاعفات العشرة الأولى العدد 9
- حدد أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين6 و 9

الجواب :المضاعفات العشرة الأولى للعدد 6 هي 0 و 6 و 12 و 18 و 24 و 30 و 36 و 42 و 48 و54

المضاعفات العشرة الأولى للعدد 9هي 0 و9 و 18 و 27 و 36 و 45 و 54 و 63 و 72 و81

18هو أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين6 و 9

ويسمى المضاعف المشترك الأصغر للعددين6 و 9 .و نرمز له بالرمز. $PPCM(6;8)=18$

تمرين7: نضع: $x=3\times 5\times 7\times 12$ و $y=2\times 5\times 3\times 5$.

دون حساب x و y بين أن:

1. 75 قاسم للعدد y .
2. 105 قاسم للعدد x .

الجواب :لدينا $y=2\times 5\times 3\times 5$ أي أن: $y=2\times 75$ و منه فان 75 قاسم للعدد y .

لدينا $x=3\times 5\times 7\times 12$ أي أن: $x=105\times 12$

و منه فان 105 قاسم للعدد x .

تمرين8: حدد الرقم x لكي يكون العدد : $53\,2\,x$ قابلا للقسمة على 9

الجواب : $0\leq x\leq 9$ العدد : $53\,2\,x$ قابلا للقسمة على 9

اذن : 2+ x +5+3 مضاعف للعدد 9 يعني x +10 مضاعف للعدد 9 اذن : $x=8$

تمرين9: ليكن n عنصرا من $\mathbb{N}$

نضع $x=2n+7$ و $y=4n+2$.

1. بين أن x عدد فردي و y عدد ومجي.
2. بين أن $(x+y)$ مضاعف للعدد 3.

الجواب :لدينا $x=2n+7$ أي أن: $x=2(n+3)+1$

وبالتالي x عدد فردي لأن: $x=2k+1$ حيث: $k=n+3$

ولدينا $y=4n+2$ أي أن $y=2(2n+1)$

وبالتالي y عدد زوجي لأن: $y=2k$ حيث: $k=2n+1$

ولدينا $x+y=2n+7+4n+2$ أي أن: $x+y=6n+9$

وبالتالي $x+y=3(2n+3)$ اذن $x+y$ مضاعف للغدد 3.

تمرين10 :

1)أدرس قابلية قسمة العدد 3611790 على 2 و3 و4 و5 و9.

2)أدرس قابلية قسمة الأعداد: 120052005 و1001001 و 79541 و19350 و3140 و3752 و3333426 و 145610 و200070 على 3 و9.

الجواب :1)بما أن رقم وحدات العدد 3611790 هو 0 فان 3611690 يقبل القسمة على 2 و5.

العدد 90 لا يقبل القسمة على 4. وإذن العدد 3611790 لا يقبل القسمة على 4.

مجموع أرقام العدد 3611790 هو 27. (3+6+1+1+7+9+0=27) و27 مضاعف للعدد 3, إذن 3611790 يقبل القسمة على 3.

وبما أن 27 مضاعف للعدد 9 فان 3611790 يقبل القسمة على 9.

هل العدد: 120052005 قابل للقسمة على 3؟ نعم مجموع أرقامه هو 15 اذن يقبل القسم على 3 بالمثل 1001001

هل الأعداد: 79541 و 3140 و 3752 قابلة للقسمة على 3 ؟ لا لأن مجموع الأرقام عدد لا يقبل القسم على 3

تمرين11 : فكك العدد 60 الى جداء عوامل أولية ثم استنتج جميع قواسم العدد 60

الجواب : $60 = 2^2 \times 5 \times 3$ اذن القواسم هم : 1و2و3و4و5و6و10و12و15و30و60

تمرين12 : حدد جميع قواسم العدد 9 ثم حدد جميع قواسم العدد 16 ثم حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 9 و 16

الجواب : قواسم العدد 9 هم : 1و3و9 **:** قواسم العدد 16 هم : 1و2و4و8و16 اذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 9 و 16 هو 1
و منه فان 9 و 16 أوليين فيما بينهما

تمرين13: حدد كل الأعداد الأولية الأصغر من 30 .

الجواب : الأعداد الأولية الأصغر من 30 هي 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

تمرين14: هل العدد 1004001 عدد أولي؟
لدينا: مجموع أرقام العدد 1004001 هو 6, و العدد 6 مضاعف للعدد 3.
إذن العدد 1004001 يقبل القسمة على 3.
و بالتالي العدد 1004001 ليس عددا أوليا (لأنه يقبل أكثر من قاسمين).

تمرين15: حدد الأعداد الأولية من بين الأعداد التالية : 0 و 1 و 2 و17 و 21 و 41 و 87 و 105 و 239 و 2787 و 191 و 1004001

الجواب : 0 ليس بعدد أولي لأن كل الأعداد تقسم 0 و **1** ليس بعدد أولي لأن له قاسم وحيد هو 1 و **2** عدد أولي لأن له قاسمين فقط
و **17** عدد أولي لأن له قاسمين فقط و **21** ليس بعدد أولي لأن : $3\times7=21$ و **41** عدد أولي لأن له قاسمين فقط و **87** ليس بعدد أولي لأن : $3\times29=87$
و **105** ليس بعدد أولي لأن : $21\times5=105$
هل العدد **239** أولي ؟ نستعمل تقنية : نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق : $p^2 < 239$ وهي : 2 و 3 و 5 و7 و11 و 13
ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 239 اذن العدد 239 أولي
2787 ليس بعدد أولي لأنه يقبل القسمة على 3 (مجموع أرقامه 24)
لدينا: مجموع أرقام العدد 1004001 هو 6, و العدد 6 مضاعف للعدد 3.
إذن العدد 1004001 يقبل القسمة على 3.و بالتالي العدد 1004001 ليس عددا أوليا (لأنه يقبل أكثر من قاسمين).
هل العدد **191** أولي ؟ نستعمل تقنية : نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق : $p^2 < 191$ وهي : 2 و 3 و 5 و7 و11 و 13
ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 191 اذن العدد 191 أولي

تمرين16: فكك الأعداد : و220 و 798 الى جداء عوامل أولية
حدد : $PGCD(220;798)$ و $PPCM(220;798)$

الجواب : $220 = 2^2\times5\times11 \quad 798 = 2\times3\times7\times19$
اذن : $PGCD(220;798) = 2^1 = 2$ و $PPCM(220;798) = 2^2\times3\times5\times7\times11\times19 = 87780$

تمرين17: $n\in\mathbb{N}$ أدرس زوجية الأعداد التالية:

$$4516 \quad 4\times51+1 \quad 2n+4 \quad 4n^2+4n+1 \quad 4n+9 \quad 6n^2+12n \quad 2n^2+7 \quad 3n^3+n$$

الجواب: $4516 = 2\times2258$ اذن $4516 = 2\times k$ حيث : $k = 2258$
وبالتالي: 4516 عدد زوجي
$4\times571+1 = 2\times2\times571+1 = 2\times k+1$ اذن حيث: $k = 2\times571$
وبالتالي: $4\times51+1$ عدد فردي
$2n+4 = 2(n+2) = 2\times k$ حيث: $k = n+2$
وبالتالي: $2n+4$ عدد زوجي
$4n+9 = 2(2n+4)+1 = 2\times k+1$ حيث: $k = 2n+4$
وبالتالي: $4n+9$ عدد فردي
$4n^2+4n+1 = 2(2n^2+2n)+1 = 2\times k+1$ حيث: $k = 2n^2+2n$
وبالتالي: $4n^2+4n+1$ عدد فردي
$6n^2+12n = 2(3n^2+6n) = 2\times k$ حيث: $k = 3n^2+6n$
وبالتالي: $6n^2+12n$ عدد زوجي
$2n^2+7 = 2n^2+6+1 = 2(n^2+3)+1 = 2k+1 = 2\times k$ حيث: $k = n^2+3$
وبالتالي: $2n^2+7$ عدد فردي
دراسة زوجية العدد: $3n^3+n$ حيث $n\in\mathbb{N}$
<u>الحالة 1</u> : n عدد زوجي
$n^3 = n\times n\times n$ هو أيضا عدد زوجي لأنه جداء أعداد زوجية
وبالتالي : $3n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين
<u>الحالة 2</u> : n عدد فردي
$n^3 = n\times n\times n$ هو أيضا عدد فردي لأنه جداء أعداد فردية
وكذلك : $3n^3$ عدد فردي لأنه جداء عددين فرديين
و منه : $3n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين فرديين
وبالتالي: $3n^3+n$ عدد زوجي كيفما كانت $n\in\mathbb{N}$

تمرين18: فكك العدد 1344 الى جداء عوامل أولية

الجواب : $1344 = 2^6 \times 3 \times 7$

تمرين19:

1) فكك الأعداد : 220 و 798 و 5292 و 1650 الى جداء عوامل أولية

2) حدد : $PPCM\left(220;798\right)$ و $PGCD\left(220;798\right)$

$PPCM\left(1650;5292\right)$

الجواب :1) $220 = 2^2 \times 5 \times 11$ $798 = 2 \times 3 \times 7 \times 19$

$1650 = 2^1 \times 3^1 \times 5^2 \times 11^1$ $5292 = 2^2 \times 3^3 \times 7^2$

$PGCD\left(220;798\right) = 2^1 = 2$ و $PPCM\left(220;798\right) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 19 = 87780$

$PPCM\left(1650;5292\right) = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^2 \times 11 = 13097700$

تمرين20 : نضع $a = 1530$ و $B = 612$

1. أحسب $PPCM\left(612;1530\right)$ $PPCM\left(612;1530\right)$

2. بسط العدد $\frac{a}{b}$

3. أكتب العدد $\sqrt{ab}$ على الشكل $m\sqrt{n}$ حيث m و n عنصران من $\mathbb{N}$

الجواب : 1) $612 = 2^2 \times 3^2 \times 17$ $1530 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \times 17$

$PGCD\left(1530;612\right) = 2^1 \times 3^2 \times 17 = 153$

2) $\frac{a}{b} = \frac{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 17} = \frac{5}{2}$

3) $\sqrt{ab} = \sqrt{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 2^2 \times 3^2 \times 17^2} = \sqrt{2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{17^2}$

$\sqrt{ab} = \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{5} \times 2 \times 3 \times 17 = 306 \times \sqrt{10}$ لأن : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ و $\sqrt{a^2} = a$

تمرين 21: ليكن n عددا صحيحا طبيعيا فرديا

1. تأكد من أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 8 في الحالات التالية :

$n = 1$ و $n = 3$ و $n = 5$ و $n = 7$

2. بين أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 4 كيفما كان العدد الصحيح الطبيعي الفردي n

3. بين أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 8 كيفما كان العدد الصحيح الطبيعي الفردي n

4. استنتج أن : $n^4 - 1$ مضاعف للعدد 16

5. بين أنه اذا كان n و m عددين فرديين فان : $n^2 + m^2 + 6$ مضاعف للعدد 8

الجواب : 1) $n = 1$ $1^2 - 1 = 0$ مضاعف للعدد 8

$n = 3$: $3^2 - 1 = 8$ مضاعف للعدد 8 و $n = 5$: $5^2 - 1 = 24$ مضاعف للعدد 8

$n = 7$ $7^2 - 1 = 48$ مضاعف للعدد 8

2) n عدد فردي يعني : $n = 2k + 1$

$n^2 - 1 = \left(2k+1\right)^2 - 1 = \left(2k\right)^2 + 2 \times 2k \times 1 + \left(1\right)^2 - 1$

$n^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4\left(k^2 + k\right) = 4 \times k'$ $k' = k^2 + k$

ومنه $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 4 كيفما كان العدد الصحيح الطبيعي الفردي n

3) وجدنا $n^2 - 1 = 4k\left(k+1\right)$

ولدينا $k\left(k+1\right)$ هو جداء عددين متتابعين اذن هو عدد زوجي ومنه : $k\left(k+1\right) = 2k'$

ومنه $n^2 - 1 = 4k'$ أي : $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 8

4) وجدنا $n^4 - 1 = \left(n^2\right)^2 - 1^2 = \left(n^2 - 1\right)\left(n^2 + 1\right)$

ووجدنا $n^2 - 1 = 4k'$

ولدينا $n^2+1=4k^2+4k+1+1=4k^2+4k+2=4\left(k^2+k+1\right)=4\times k''$

اذن: $n^4-1=\left(n^2-1\right)\left(n^2+1\right)=\left(4k'\right)\left(4k''\right)=16k'''$

ومنه n^4-1 مضاعف للعدد 16

5) وجدنا أن: n^2-1 مضاعف للعدد 8 يعني : $n^2-1=8k$ أي : $n^2=8k+1$

وبنفس الطريقة نبين: $m^2-1=8k'$ أي : $m^2=8k'+1$ ومنه $n^2+m^2+6=8k+1+8k'+1+6=8k+8k'+8=8\left(k+k'+1\right)=8k''$

وبالتالي : n^2+m^2+6 مضاعف للعدد 8

تمرين 22: $n\in\mathbb{N}$

1)تأكد أن : $n^2+3n+3=(n+1)(n+2)+1$

2)استنتج زوجية العدد n^2+3n+3

الجواب :1) $(n+1)(n+2)+1=n^2+2n+n+2+1=n^2+3n+3$

2) وجدنا $n^2+3n+3=(n+1)(n+2)+1$

ولدينا $(n+1)(n+2)$ هو جذاء عددين متتابعين اذن هو عدد زوجي

أي : $(n+1)(n+2)=2k$

ومنه $(n+1)(n+2)+1$ هو عدد فردي لأنه مجموع عدد زوجي وفردي

وبالتالي n^2+3n+3 عدد فردي

تمرين 23: أدرس زوجية الأعداد التالية حيث : $n\in\mathbb{N}$ $m\in\mathbb{N}$

375^2+648^2 و $2n+16$ و $10n+5$ و $18n+4m+24$ و $8n^2+12nm+3$ و $26n+10m+7$ و $n^2+13n+17$

و $(n+1)^2+7n^2$ و n^2+5n و n^2+8n و n^2+n و n^3-n و $5n^2+n$ و $4n^2+4n+1$ و $(n+2)+(n+1)+n$

الجواب :1) 375^2+648^2

648^2 هو مربع عدد زوجي اذن هو عدد زوجي

375^2 هو مربع عدد فردي اذن هو عدد فردي

ونعلم أن مجموع عدد فردي وعدد زوجي هو عدد فردي اذن : 375^2+648^2 عدد فردي

2) $2n+16=2(n+8)=2\times k$ حيث: $k=n+8$

وبالتالي: $2n+4$ عدد زوجي

3) $10n+5=2(5n+2)+1=2\times k+1$ حيث: $k=5n+2$

وبالتالي: $2n+16$ عدد فردي

4) $18n+4m+24=2(9n+2m+12)$

اذن : $18n+4m+24=2k$

حيث: $k=9n+2m+12$

وبالتالي: $18n+4m+24$ عدد زوجي

$6n^2+12n=2\left(3n^2+6n\right)=2\times k=2\times k$ حيث: $k=3n^2+6n$

وبالتالي: $6n^2+12n$ عدد زوجي

$2n^2+7=2n^2+6+1=2\left(n^2+3\right)+1=2k+1$ حيث: $k=n^2+3$

وبالتالي: $2n^2+7$ عدد فردي

5) $8n^2+12nm+3=2\left(4n^2+4nm+1\right)+1=2k+1$

وبالتالي: $8n^2+12nm+3$ عدد فردي

6) $26n+10m+7=2(13n+5m+3)+1=2k+1$

وبالتالي: $26n+10m+7$ عدد فردي

7) $26n+10m+7=2(13n+5m+3)+1=2k+1$

وبالتالي: $26n+10m+7$ عدد فردي

8) $n^2+13n+17=n(n+1)+2(6n+8)+1$

$n(n+1)$ هو جداء عددين طبيعيين متتابعين اذن هو عدد زوجي

$n^2+13n+17=2k+2k'+1=2(k+k')+1=2k''+1$

حيث: $k'=6n+8$ و $k''=k+k'$

وبالتالي: $n^2+13n+17$ عدد فردي

9) $(n+1)^2+7n^2=n^2+2n+1+7n^2=8n^2+2n+1=2(4n^2+n)+1=2k+1$

حيث: $k=4n^2+n$ بالتالي: $(n+1)^2+7n^2$ عدد فردي

10) $n^2+5n=n^2+n+4n=n(n+1)+4n=2k+4n=2(k+2n)$

لان $n(n+1)$ هو جداء عددين طبيعيين متتابعين اذن هو عدد زوجي

وبالتالي: n^2+5n عدد زوجي

11) دراسة زوجية العدد: n^2+8n حيث $n\in\mathbb{N}$

<u>الحالة 1</u> : n عدد زوجي

$n^2=n\times n$ هو أيضا عدد زوجي لأنه جداء أعداد زوجية

$8n=2\times4n=2\times k$ حيث: $k=4n$ بالتالي: $8n$ عدد زوجي

وبالتالي : n^2+8n عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين

<u>الحالة 2</u> : n عدد فردي

$n^2=n\times n$ هو أيضا عدد فردي لأنه جداء أعداد فردية

$8n=2\times4n=2\times k$ حيث: $k=4n$ بالتالي: $8n$ عدد زوجي

و منه : n^2+8n عدد فردي لأنه مجموع عدد زوجي وفردي

12) $n^2+n=n(n+1)$ هو جداء عددين طبيعيين متتابعين اذن هو عدد زوجي

13) $n^3-n=n(n^2-1)=n(n^2-1^2)=n(n-1)(n+1)$

$n^3-n=(n-1)\times n\times(n+1)$

هو جداء ثلاثة أعدادطبيعية متتالية اذن هو عدد زوجي

14) $5n^2+n=4n^2+n^2+n=4n^2+n(n+1)=2\times2n^2+2k=2\times(2n^2+k)=2\times k'$

$n(n+1)$ هو جداء عددين طبيعيين متتابعين اذن هو عدد زوجي

$n^2+13n+17=2k+2k'+1=2(k+k')+1=2k''+1$

حيث: $k'=6n+8$ و $k''=k+k'$

وبالتالي: $n^2+13n+17$ عدد فردي

15) $4n^2+4n+1=(2n)^2+2\times2n\times1+1^2=(2n+1)^2$

ونعلم أن مربععدد فردي هو عدد فردي وبالتالي: $4n^2+4n+1$ عدد فردي

<u>تمرين 24:</u> ليكن n عنصرا من $\mathbb{N}$ **نضع:** $a=6n+1$

و $b=12n^2+2$

و $e=2^{n+3}-2^{n+1}$ و $f=3\times2^{n+1}+5\times2^n$

1. أدرس زوجية الأعداد : a و b
2. بين أن $a+b$ مضاعف للعدد 3
3. بين أن e مضاعف للعدد 3 وأن f مضاعف للعدد 11
4. فكك العددين e و f الى جداء عوامل أولية
5. استنتج $e\wedge f$ و eVf

<u>الجواب :</u> دراسة زوجية الأعداد : a و b و c و d

$a=6n+1=2\times3n+1=2\times k+1$ حيث : $k=3n$

وبالتالي : a عدد فردي

$b=12n^2+2=2(6n^2+1)=2\times k$ حيث : $k=6n^2+1$

وبالتالي : b عدد زوجي

2)نبين أن $a+b$ مضاعف للعدد 3

$a+b=6n+1+12n^2+2=6n+12n^2+3=3(2n+4n^2+1)$ نضع : $k=2n+4n^2+1$

فنجد : $a+b=3\times k$ ومنه : $a+b$ مضاعف للعدد 3

3)نبين أن e مضاعف للعدد 3 :

$e=2^{n+3}-2^{n+1}=2^n\times2^3-2^n\times2^1=2^n\times\left(2^3-2\right)=2^n\times6=2^n\times3\times2=3\times k$ حيث $k=2^n\times2$

ومنه : e مضاعف للعدد 3

نبين أن f مضاعف للعدد 11:

$f=3\times2^{n+1}+5\times2^n=3\times2^n\times2^1+5\times2^n=2^n\left(3\times2^1+5\right)=2^n\times11=11\times k$ حيث $k=2^n$

ومنه : f مضاعف للعدد 11

4) تفكيك العددين e و f الى جداء عوامل أولية:

وجدنا : $e=2^n\times3\times2=2^n\times2\times3=2^{n+1}\times3$

اذن : $e=2^{n+1}\times3$

وجدنا : $f=2^n\times11$ وهو تفكيك الى جداء عوامل أولية لأن 11 عدد أولي

5)استنتاج $e\vee f$ و $e\wedge f$

$e=2^{n+1}\times3$ و $f=2^n\times11$

القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس ومنه: $e\wedge f=2^n$

المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

ومنه : $e\vee f=2^{n+1}\times3\times11=2^{n+1}\times33$

<u>تمرين 25:</u> حدد من بين الأعداد التالية الأعداد الأولية معللا جوابك:1 و49 و653 و667 و500000103

<u>الجواب :</u>1)1 عدد غير أولي لأن لديه قاسم وحيد

2)عدد يقبل القسمة على 7 ومنه عدد غير أولي

3) هل العدد و653 أولي ؟ نستعمل تقنية : نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق : $p^2\leq653$ وهي : 2 و 3 و 5 و7 و11 و 13 و17 و 19 و23 لأن : $23^2=529$ و $29^2=841$

ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 653 اذن العدد و653 أولي

4) العدد 667 يقبل القسمة على 3.و بالتالي ليس عددا أوليا (لأنه يقبل أكثر من قاسمين).

5) العدد 500000103 مجموع أرقامه مضاعف للعدد 3 اذن يقبل القسمة على 3 ومنه عدد غير أولي

<u>تمرين 26:</u> حدد الرقم x لكي يكون العدد : $23x4x$ قابلا للقسمة على 3 وعدد فردي(حدد جميع الأعداد الممكنة)

<u>الجواب :</u> $0\leq x\leq9$ العدد : $23x4x$ فردي يعني أن الرقم x هو 1 أو 3 أو 5 أو 7 أو 9 فقط

و العدد $23x4x$ قابل للقسمة على 3 يعني : $2+3+x+4+x=3k$ لأنه مضاعف للعدد 3

يعني $9+2x=3k$ اذن : وبالتعويض بالأرقام 1 أو 3 أو 5 أو 7 أو 9 نلاحظ أن : $x=3$ أو $x=9$ ومنه الأعداد المطلوبة هي : 23343 و 23949

<u>تمرين 27:</u> حدد الرقم x لكي يكون العدد : $752x3x$ قابلا للقسمة على 3 وعدد زوجي(حدد جميع الأعداد الممكنة)

<u>الجواب :</u> $0\leq x\leq9$ العدد : $752x3x$ زوجي يعني أن الرقم x هو 2 أو 4 أو 6 أو 8 أو 0 فقط

و العدد $752x3x$ قابل للقسمة على 3 يعني : $7+5+2+x+3+x=3k$ لأنه مضاعف للعدد 3

يعني $17+2x=3k$ اذن : وبالتعويض بالأرقام 2 أو 4 أو 6 أو 8 أو 0 نلاحظ أن : $x=2$ أو $x=8$ هما الحالتان المقبولتان

ومنه العددان المطلوبان هما : 752232 و 752838

<u>تمرين 28:</u> نعتبرالعدد $7a3b4$ حيث a و b رقمين صحيحين طبيعيين وأصغر من أو يساوي 5

حدد الرقمين a و b لكي يكون العدد : $7a3b4$ قابلا للقسمة على 3 و 4 في آن واحد (حدد جميع الأعداد الممكنة)

<u>الجواب :</u> العدد : $7a3b4$ قابل للقسمة على 3 يعني $7+a+3+b+4=3k$

يعني $14+a+b=3k$;وبما أن العدد : $7a3b4$ قابل للقسمة على 4 يعني $b4$ من مضاعفات العدد 4

وعلما أن : $0\leq b\leq5$ فان القيم الممكنة للعدد b هي 0 أو 2 أو 4 فقط ومنه :

اذا كان : $b=0$ أفان : $a=1$ أو $a=4$ لأن $0\leq a\leq5$

اذا كان : $b=2$ أفان : $a=2$ أو $a=5$ لأن $0\leq a\leq5$

اذا كان : $b=4$ أفان : $a=0$ أو $a=3$ لأن $0\leq a\leq5$

ومنه الأعداد المطلوبة هي : 74304 و 72324 و 75324 و 70344 و 73344 و 71304

تمرين 29: $n\in\mathbb{N}$

1)بين أن : $A=7n^2+21n+35$ مضاعف للعدد 7

2)بين أن : $B=(2n-6)^2+8n+n(n+1)$ عدد زوجي

3)بين أن : $C=(2n-6)^2+8n+(n(n+1))^2$ يقبل القسمة على 4

الجواب :1) $A=7n^2+21n+35=7(n^2+3n+5)=7k$

حيث $k=n^2+3n+5$ ومنه $A=7n^2+21n+35$ مضاعف للعدد 7

2) $B=(2n-6)^2+8n+n(n+1)$

$n(n+1)$ هو جداء عددين طبيعيين متتابعين اذن هو عدد زوجي

و $2n-6=2(n-3)=2k'$ عدد زوجي

اذن : $(2n-6)^2$ هو عدد زوجي لأن مربع عدد زوجي هو عدد زوجي

و $8n=2(4n)=2k''$ عدد زوجي

وبالتالي $B=(2n-6)^2+8n+n(n+1)$ عدد زوجي لأنه مجموع أعداد زوجية

3)بين أن : $C=(2n-6)^2+8n+(n(n+1))^2$ يقبل القسمة على 4

$n(n+1)=2k_1$ حيث $k_1\in\mathbb{N}$ اذن : $(n(n+1))^2=(2k_1)^2=4(k_1)^2=4k$

و $8n=4\times 2n=4\times k'$ و $(2n-6)^2=(2(n-3))^2=4\times(n-3)^2=4\times k'''$

ومنه : $C=(2n-6)^2+8n+(n(n+1))^2=4\times k'''+4\times k'+4\times k'''=4\times k'''+4\times k'+4\times k$

$C=(2n-6)^2+8n+(n(n+1))^2=4\times(k'''+k'+k)=4\times a$ حيث $a\in\mathbb{N}$

وبالتالي $C=(2n-6)^2+8n+(n(n+1))^2$ يقبل القسمة على 4

تمرين 30: $n\in\mathbb{N}$

1)بين أن العددين n^2+3n+4 و n^2-3n+4 زوجيان

2)استنتج أن العدد : n^4-n^2+16 عدد يقبل القسمة على 4

الجواب :1) $n^2+3n+4=n^2+n+2n+4=n(n+1)+2(n+2)$

$n(n+1)$ هو جداء عددين طبيعيين متتابعين اذن هو عدد زوجي

و العدد $2(n+2)$ عدد زوجي

وبالتالي: n^2+3n+4 عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين

$n^2-3n+4=n^2+n-4n+4=n(n+1)-2(2n+2)$

$n(n+1)$ هو عدد زوجي و و العدد $2(2n+2)$ عدد زوجي

وبالتالي: n^2-3n+4 عدد زوجي لأنه فرق عددين زوجيين

2)لدينا n^2+3n+4 و n^2-3n+4 عددان زوجيان

يعني $n^2+3n+4=2k$ و $n^2-3n+4=2k'$

حيث $k\in\mathbb{N}$ و $k'\in\mathbb{N}$

اذن $(n^2+3n+4)(n^2-3n+4)=(2k)(2k')=4kk'$

يعني $((n^2+4)+3n)((n^2+4)-3n)=4kk'$

يعني $(n^2+4)^2-9n^2=4kk'$ يعني $n^4+8n^2+16-9n^2=4kk'$

يعني $n^4-n^2+16=4kk'$

وهذا يعني أن n^4-n^2+16 عدد يقبل القسمة على 4

تمرين 31: $n\in\mathbb{N}$

1)أنشر: $(n+1)^2-n^2$

2)استنتج أن كل عدد فردي هو فرق مربعين متتاليين

3)أكتب الأعداد 17 و29 و29 و2019 على شكل فرق مربعين متتاليين

الجواب: 1) $(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$

2)العدد $2n+1$ هو عدد فردي مهما يكن $n\in\mathbb{N}$

اذن: $2n+1=(n+1)^2-n^2$ حيث n و $n+1$ هما عددين متتاليين

3)تطبيق : $17=2\times8+1$ اذن: $17=(8+1)^2-8^2=9^2-8^2$

$29=2\times14+1$ اذن: $29=(14+1)^2-14^2=15^2-14^2$

$37=2\times18+1$ اذن: $37=(18+1)^2-18^2=19^2-18^2$

$2019=2\times1009+1$ اذن: $2019=(1009+1)^2-1009^2=1010^2-1009^2$

تمرين 32: نضع $a=33075$ و $b=7875$

1)فكك a و b الى جداء عوامل أولية و أحسب $7875\wedge33075$ و $7875\vee33075$

2)استنتج تبسيطا للعددين $\frac{a}{b}$ و $\sqrt{a}$

33075	3
11025	3
3675	3
1225	5
245	5
49	7
7	7
1	

7875	3
2625	3
875	5
175	5
35	5
7	7
1	1

الجواب: 1) $33075=3^3\times5^2\times7^2$ $\quad 7875=3^2\times5^3\times7$

$7875\wedge33075=PGCD(7875;33075)=3^2\times5^2\times7=1575$

$7875\vee33075=PPCM(7875;33075)=3^3\times5^3\times7^2=165375$

2) $\frac{a}{b}=\frac{3^3\times5^2\times7^2}{3^2\times5^3\times7}=\frac{3\times7}{5}=\frac{21}{5}$

$\sqrt{a}=\sqrt{3^3\times5^2\times7^2}=3\times5\times7\times\sqrt{3}=105\sqrt{3}$

لأن : $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ و $\sqrt{a^2}=a$

تمرين 33: نضع $a=540000$

1)فكك a الى جداء عوامل أولية

2)حدد أصغر عدد صحيح طبيعي غير منعدم يجب ضربه في العدد a للحصول على مربع عدد صحيح طبيعي وحدده

540000	2
270000	2
135000	2
337550	2
67500	2
16875	3
5625	3
1875	3
625	5
125	5
25	5
1	

الجواب : 1) $540000=2^5\times3^3\times5^4$

لكي يكون العدد a مربع لعدد صحيح طبيعي يجب أن يكون جميع العوامل الأولية في تفكيكه

مرفوعة الى أس زوجي: $2^5\times3^3\times5^4\times2\times3=2^6\times3^4\times5^4=\left(2^3\times3^2\times5^2\right)^2=(1800)^2$

دن يجب ضرب العدد a في $6=2\times3$

تمرين 34: 1) حدد جميع قواسم العدد 22

2)استنتج جميع الأزواج $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق العلاقة $(x+2)(y+1)=22$ (1)

3)حدد جميع الأزواج $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق العلاقة $x+xy+y=30$ (2)

الجواب : 1) $22=2^1\times11^1$

اذن قواسم العدد 22 هي: 1 و 2 و 22 و 22

2)لدينا x و y عددان صحيحان وتحقق العلاقة $(x+2)(y+1)=22$

اذن: $\begin{cases}x+2=22\\y+1=1\end{cases}$ أو $\begin{cases}x+2=11\\y+1=2\end{cases}$ أو $\begin{cases}x+2=2\\y+1=11\end{cases}$ أو $\begin{cases}x+2=1\\y+1=22\end{cases}$ (لايمكن لأن x عدد صحيح طبيعي)

ومنه : الأزواج $(x;y)$ التي تحقق العلاقة هي : $(0;10);(9;1);(20;0)$

3) $x+xy+y=30$ تكافئ $x+xy+y+1=31$ تكافئ $x(1+y)+(y+1)=31$

تكافئ $(y+1)(x+1)=31$

اذن : $(x+1)$ و $(y+1)$ قاسمان للعدد 31 ومنه : $\begin{cases}x+1=1\\y+1=31\end{cases}$ أو $\begin{cases}x+1=31\\y+1=1\end{cases}$

يعني $\begin{cases} x=0 \\ y=30 \end{cases}$ **أو** $\begin{cases} x=30 \\ y=0 \end{cases}$

ومنه : الأزواج (x,y) التي تحقق العلاقة (2) هي **:** $(30;0)$ **;** $(0;30)$

<u>تمرين 35:</u> 1) حدد الأزواج (x,y) **من** الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق العلاقة $x^2-y^2=51$ (1)

2) حدد الأزواج $(a;b)$ **من** الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق النظمة $\begin{cases} a^2-b^2=7344 \\ a\wedge b=18 \end{cases}$ (S)

<u>الجواب :</u> 1) $x^2-y^2=51$ **يعني** $(x+y)(x-y)=51$

اذن : $x+y$ **و** $x-y$ قاسمان للعدد 51

لنحدد قواسم العدد 51 لدينا $51=3^1\times17^1$ اذن قواسم العدد 51هي :1 و 3 و 17 و 51

ومنه : $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=51 \end{cases}$ **أو** $\begin{cases} x-y=3 \\ x+y=17 \end{cases}$ **لأن :** $x-y\prec x+y$

يعني $\begin{cases} x=26 \\ y=25 \end{cases}$ **أو** $\begin{cases} x=10 \\ y=7 \end{cases}$

ومنه : الأزواج (x,y) التي تحقق العلاقة (1) هي **:** $(26;25)$ **;** $(10;7)$

(2

$\begin{cases} a^2-b^2=7344 \\ a\wedge b=18 \end{cases}$ حيث a و b عددين صحيحين طبيعيين

$a=12x$ **و** $b=12y$ **حيث** x و y عددان صحيحان و $x\wedge y=1$

لدينا **:** $a^2-b^2=7344$ تكافئ $(12x)^2-(12y)^2=7344$

تكافئ $144x^2-144y^2=7344$ تكافئ $144\left(x^2-y^2\right)=7344$

تكافئ $x^2-y^2=\frac{7344}{144}$ تكافئ $x^2-y^2=51$

وحسب نتيجة السؤال السابق فان : $(x=26$ $y=25)$ **أو** $(x=10$ $y=7)$

ومنه : $a=312$, $b=300$ **أو** $a=120$, $b=84$

ومنه : الأزواج $(a;b)$ **من** الأعداد الصحيحة الطبيعية و التي تحقق النظمة (S) هي **:** $(312;300)$ **;** $(120;84)$

<u>تمرين 36:</u> ليكن x و y عددين صحيحين طبيعيين بحيث : $2^{x-2}+7^{2y+1}+6^x=16844$ مع $x\geq 2$

1) بين أن : $2^{x-2}\left(1+4\times3^x\right)=16844-7^{2y+1}$

2) بين أن : $16844-7^{2y+1}$ عدد فردي

3) استنتج أن : $x=2$ ثم حدد قيمة y

<u>الجواب :</u> 1) لدينا $2^{x-2}+7^{2y+1}+6^x=16844$

يعني $2^{x-2}+6^x=16844-7^{2y+1}$ يعني $2^{x-2}+(2\times3)^x=16844-7^{2y+1}$

يعني $2^{x-2}+2^x\times3^x=16844-7^{2y+1}$

يعني $2^{x-2}+2^{x-2}\times2^2\times3^x=16844-7^{2y+1}$

يعني $2^{x-2}\left(1+4\times3^x\right)=16844-7^{2y+1}$

2) لدينا: 16844 عدد زوجي و 7 عدد فردي اذن : 7^{2y+1} مهما تكن $y\in\mathbb{N}$ **ومنه فان العدد :** $16844-7^{2y+1}$ عدد فردي

3) استنتاج : لدينا $2^{x-2}\left(1+4\times3^x\right)=16844-7^{2y+1}$ و $16844-7^{2y+1}$ عدد فردي

اذن : $2^{x-2}\left(1+4\times3^x\right)$ عدد فردي ومنه $2^{x-2}=1$ ومنه $x-2=0$ يعني $x=2$

و لدينا $2^{x-2}+7^{2y+1}+6^x=16844$ ومنه $2^{2-2}+7^{2y+1}+6^2=16844$

يعني : $7^{2y+1}=16844+37$ يعني $7^{2y+1}=16807$ يعني $7^{2y+1}=7^5$

$2y+1=5$ يعني : $y=2$

تمرين 37: $n \in \mathbb{N}$

1)بين أن العدد $(n^3+3n^2+n)(n^3+3n^2+n+2)+1$ مربع كامل

2)أنشر : $(n^2+3n+1)^2$

3)استنتج أن العدد : $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ مربع كامل

ملحوظة : $a \in \mathbb{N}$ a مربع كامل اذا وفقط اذا كان يكتب على الشكل : $a = b^2$ حيث $b \in \mathbb{N}$

الجواب :1) $(n^3+3n^2+n)(n^3+3n^2+n+2)+1 = (n^3+3n^2+n)^2 + 2(n^3+3n^2+n)+1$

$= (n^3+3n^2+n+1)^2$

وبالتالي: $(n^3+3n^2+n)(n^3+3n^2+n+2)+1$ مربع كامل

2) $(n^2+3n+1)^2 = n^4+6n^3+11n^2+6n+1$

3) $n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = (n^2+n)(n^2+2n+3n+6)+1$

$= (n^2+n)(n^2+5n+6)+1 = n^4+5n^3+6n^2+n^3+5n^2+6n+1$

$= n^4+6n^3+11n^2+6n+1 = (n^2+3n+1)^2$

اذن $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ مربع كامل

تمرين 38: **يمكن توزيع تلاميذ إحدى المؤسسات التعليمية إلى أقسام تتضمن كلها نفس العدد من التلاميذ ويمكن أن يكون هذا العدد إما 28 تلميذا أو 36 تلميذا. حدد عدد تلاميذ هذه المؤسسة إذا علمت أنه محصور بين 1000 و 1020 تلميذا.**

الجواب : العدد الإجمالي للتلاميذ هو مضاعف مشترك للعددين 36 و 28

نبحث عن المضاعف المشترك الأصغر للعددين أولا أي : $36 \vee 28$

$36 = 6\times 6 = 2\times 3\times 2\times 3 = 2^2\times 3^2$ و $28 = 2\times 14 = 2\times 2\times 7 = 2^2\times 7$

ومنه : $28 \vee 36 = 2^2\times 3^2\times 7 = 252$

يكفي أن نبحث عن مضاعفات العدد 252 والمحصورة بين 1000 و 1020

$252\times 2 = 504$ $\quad 252\times 3 = 756$ $\quad 252\times 4 = 1008$ $\quad 252\times 5 = 1260$

ومنه عدد التلاميذ المطلوب هو : **1008**

تمرين 39: نريد غرس أشجار على محيط حديقةعلى شكل مثلث أبعاده هي : 42m و 70m و 98m حيث توجد شجرة في كل رأس من رؤوس المثلث والمسافة بين شجرتين متتابعتين ثابتة

1) ماهي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين؟

2) ماهو اذن عدد الأشجار التي يمكن غرسها في هذه الحالة

الجواب : 1)نحدد أولا القاسم المشترك الأكبر للأعداد : 42 و 70 و 98

$70 = 2\times 35 = 2\times 5\times 7$ و $42 = 2\times 21 = 2\times 3\times 7$ و $98 = 2\times 49 = 2\times 7^2$

$42\wedge 70\wedge 98 = PGCD(42;70;98) = 2\times 7 = 14$

اذن أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين هو 14

2) $[(42\div 14)]+[(70\div 14)]+[(98\div 14)] = 3+5+7 = 15$

اذن هناك **15** شجرة يمكن غرسها في هذه الحالة

تمرين 40: أرادت شركة أن تثبت أعمدة ضوئية على محيط ساحة عمومية مستطيلة الشكل أبعادها هي : 240m و 320m حيث يوجد عمود ضوئي في كل ركن من رؤوس المستطيل والمسافة بين عمودين متتابعتين ثابت وعدد صحيح طبيعي

1) ماهي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين عمودين متجاورتين؟

2) ماهو اذن عدد الأعمدة الضوئية اللازمة للساحة في هذه الحالة؟

3)ماهي المسافات التي تفوق 15m والتي يمكن للجماعة تركها بين عمودين متتابعين ؟ أحسب في كل حالة الأعمدة اللآزمة

الجواب : 1)نحدد أولا القاسم المشترك الأكبر للأعداد : 240 و 320

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ و $320 = 2^6 \times 5$

$240 \wedge 320 = PGCD(240;320) = 80$

اذن أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين عمودين متجاورتين هو 80

2) محيط الساحة هو : $(240+320)\times 2 = 1120m$

اذن عدد الأعمدة الضوئية اللازمة للساحة في هذه الحالة هو : $1120m \div 80 = 14m$

3)القواسم المشتركة ل : 240 و 320 هي : 1 و 2 و 4 و 5 و7 و8 و 10 16 و20 و 30 و 40

المسافات التي تفوق 15 مترا والتي يمكن للحماعة تركها بين عمودين متتابعين هي : 16 أو20 أو 30 أو 40 أو 80

- اذا تم ترك 16 مترا بين عمودين متتابعين فان عدد الأعمدة اللآزمة يكون : $1120m \div 16 = 70m$
- اذا تم ترك 20 مترا بين عمودين متتابعين فان عدد الأعمدة اللآزمة يكون : $1120m \div 20 = 56m$
- اذا تم ترك 40 مترا بين عمودين متتابعين فان عدد الأعمدة اللآزمة يكون : $1120m \div 40 = 28m$
- اذا تم ترك 80 مترا بين عمودين متتابعين فان عدد الأعمدة اللآزمة يكون : $1120m \div 80 = 14m$

تمرين 41: $n \in \mathbb{N}^*$

بين أن العدد $\sqrt{\frac{n}{n+1}}$ غير جذري (يمكن استعمال البرهنة بالخلف)

الجواب : نفترض أن : العدد $\sqrt{\frac{n}{n+1}}$ جذري

يعني أنه يكتب على الشكل : $\sqrt{\frac{n}{n+1}} = \frac{p}{q}$ حيث $p \wedge q = 1$ و و $q \in \mathbb{N}^*$ و $p \in \mathbb{N}$

ومنه $\frac{n}{n+1} = \frac{p^2}{q^2}$ وبما أن $\frac{p}{q}$ وحيد فان : $n = p^2$ و $n+1 = q^2$ $\left(p^2 \wedge q^2 = 1\right)$

ومنه $q^2 - p^2 = 1$ أي أن : $(q-p)(q+p) = 1$

يعني $\begin{cases} q-p=1 \\ q+p=1 \end{cases}$ ومنه $p=0$ اذن $n=0$ وهذا خاطئ

اذن افتراضنا خاطئ ومنه العدد $\sqrt{\frac{n}{n+1}}$ غير جذري

تمرين 42: ليكن a عددا حقيقيا

1)بين أن : $a^4 + a^2 + 1 = \left(a^2 + a + 1\right)\left(a^2 - a + 1\right)$ (1)

2)استنتج أن العدد : 100010001 ليس أوليا

الجواب :1)لاثبات هذه المتساوية نقوم بنشر $\left(a^2+a+1\right)\left(a^2-a+1\right)$

وبعد التبسيط نجد : $a^4 + a^2 + 1$

2) استنتاج: $100010001 = 100000000 + 10000 + 1 = 10^8 + 10^4 + 1$

$100010001 = \left(10^2\right)^4 + \left(10^2\right)^2 + 1$

وبتطبيق المتساوية (1) **نجد :**

$100010001 = \left(10^4 + 10^2 + 1\right)\left(10^4 - 10^2 + 1\right)$

$100010001 = 10101 \times 9901$

اذن : العدد : 100010001 ليس أوليا لان لديه قاسمين على الأقل هما : 9901 و 10101