

رياضيات النجاح	الأعداد الصحيحة الطبيعية مبادئ في الحسابات	الجذع المشترك العلمي والتكنولوجيا
<p><b>تمرين 1:</b> <math>m</math> و <math>n</math> عدنان صحيحان طبيعيان غير منعدمان ، أدرس زوجية الأعداد التالية:</p> $C = 2m + 6n + 2014 \quad , \quad B = 2n + 13 \quad , \quad A = 4m + 1$ $G = (2n + 1)^{2014} + (2m + 1)^{2015} \quad , \quad E = n^2 + m^2 + n + m \quad , \quad D = (2m + 1)^2 + 2^{n+1}$		
<p><b>تمرين 2:</b> <math>a</math> عدد صحيح طبيعي غير منعدم</p> <p>(1) بين أن <math>a^{2014} + a^{2015}</math> عدد زوجي</p> <p>(2) بين أن <math>a + a^3</math> عدد زوجي</p>		
<p><b>تمرين 3:</b> <math>a</math> عدد صحيح طبيعي فردي. بين أن العدد: <math>K = a^2 - 1</math> مضاعف للعدد 8</p>		
<p><b>تمرين 4:</b></p> <p>(1) حدد جميع قواسم العدد 28</p> <p>(2) بين أن مجموع مقلوبات هذه القواسم هو عدد صحيح طبيعي</p>		
<p><b>تمرين 5:</b> نعتبر العددين: <math>A = 35\,280</math> و <math>B = 218\,295</math></p> <p>(1) فكك إلى جذاء عوامل أولية العددين <math>A</math> و <math>B</math></p> <p>(2) استنتج حساب: <math>A \wedge B</math> و <math>A \vee B</math></p> <p>(3) تحقق أن: <math>(A \wedge B) \times (A \vee B) = A \times B</math></p>		
<p><b>تمرين 6:</b></p> <p>(1) ماهو أكبر عدد أولي أصغر من 100</p> <p>(2) هل العدد 123456789 عدد أولي؟ علل جوابك؟</p> <p>(3) <math>p</math> و <math>q</math> عدنان أوليان أكبر من 2 ، بين أن <math>p + q</math> ليس عددا أوليا</p>		
<p><b>تمرين 7:</b> - مزيدا من التفكير -</p> <p><math>p</math> عدد صحيح طبيعي أكبر من 1</p> <p>(1) صمّل التعبير: <math>4p^4 + 1</math></p> <p>(2) استنتج أن العدد <math>4p^4 + 1</math> غير أولي</p> <p>(3) بين أن 400 000 001 عدد غير أولي</p>		

رياضيات النجاح	الأعداد الصحيحة الطبيعية مبادئ في الحسابات حلول مقترحة	الجذع المشترك العلمي والتكنولوجي
<p><b>تمرين 1:</b> <math>m</math> و <math>n</math> عدنان صحيحان طبيعيان غير منعدمان .</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ لدينا: <math>A = 4m + 1 = 2 \times (2m) + 1</math> وبما أن <math>2m \in \mathbb{N}</math> فإن <math>A</math> عدد فردي</li> <li>▪ لدينا: <math>B = 2n + 12 + 1 = 2(n + 6) + 1</math> وبما أن <math>n + 6 \in \mathbb{N}</math> فإن <math>B</math> عدد فردي</li> <li>▪ لدينا: <math>C = 2m + 6n + 2014 = 2(m + 3n + 1007)</math> وبما أن <math>m + 3n + 1007 \in \mathbb{N}</math> فإن <math>C</math> عدد زوجي</li> <li>▪ لدينا: <math>D = (2m + 1)^2 + 2^{n+1} = 4m^2 + 4m + 1 + 2 \times 2^n = 2(2m^2 + 2m + 2^n) + 1</math> وبما أن <math>2m^2 + 2m + 2^n \in \mathbb{N}</math> فإن <math>D</math> عدد فردي</li> <li>▪ لدينا: <math>E = n^2 + m^2 + n + m = n^2 + n + m^2 + m = n(n + 1) + m(m + 1)</math></li> <li>▪ بما أن <math>n(n + 1)</math> و <math>m(m + 1)</math> عبارة عن جذاء عددين متتابعين فإنهما زوجيان، إذن مجموعهما زوجي</li> <li>▪ بما أن <math>2n + 1</math> عدد فردي فإن <math>(2n + 1)^{2014}</math> عدد فردي، وبما أن <math>2m + 1</math> عدد فردي فإن <math>(2m + 1)^{2013}</math> عدد فردي، إذن <math>G = (2n + 1)^{2014} + (2m + 1)^{2013}</math> عدد زوجي</li> </ul>		
<p>غالبا ما نستعمل خاصية الزوجية أو الفردية <math>(2k + 1 / 2k)</math>، لكننا نستعمل في أحيان أخرى بقواعد مجموع أو فرق أو جذاء أعداد معلومة الزوجية.</p> <p>الكتابة <math>a \in \mathbb{N}</math> تعني أن <math>a</math> عدد صحيح طبيعي</p>		
<p><b>تمرين 2:</b> <math>a</math> عدد صحيح طبيعي غير منعدم</p> <p>1) لنبين أن <math>a^{2014} + a^{2015}</math> عدد زوجي</p> <p>لدينا: <math>a^{2014} + a^{2015} = a^{2014}(1 + a) = a^{2013} \times a(a + 1)</math> وبما أن <math>a(a + 1)</math> عدد زوجي (جذاء عددين متتابعين) فإن: <math>a(a + 1) = 2k / k \in \mathbb{N}</math>، منه: <math>a^{2014} + a^{2015} = 2(k a^{2013}) \in \mathbb{N}</math> فإن: <math>a^{2014} + a^{2015}</math> عدد زوجي</p> <p>2) بين أن <math>a + a^3</math> عدد زوجي</p> <p>لدينا: <math>a + a^3 = a + a^2 + a^3 - a^2 = a(1 + a) + a^2(a - 1) = a(1 + a) + a \times a(a - 1)</math> وبما أن <math>a(a + 1) = 2p / p \in \mathbb{N}</math> و <math>a(a + 1) = 2q / q \in \mathbb{N}</math> فإن: <math>a + a^3 = 2p + 2aq = 2(p + aq)</math> وبما أن <math>p + aq \in \mathbb{N}</math>، فإن <math>a + a^3</math> عدد زوجي</p>		
<p><b>تمرين 3:</b> لدينا <math>a</math> عدد صحيح طبيعي فردي، منه <math>a = 2p + 1</math> حيث <math>p \in \mathbb{N}</math></p> <p>إذن: <math>K = (2p + 1)^2 - 1 = 4p^2 + 4p + 1 - 1 = 4p(p + 1)</math> وبما أن <math>p(p + 1)</math> عدد زوجي (جذاء عددين متتابعين) فإنه يكتب على شكل: <math>p(p + 1) = 2m</math> منه: <math>K = 8m</math> حيث <math>m \in \mathbb{N}</math>، وهذا يعني أن <math>K</math> مضاعف للعدد 8</p>		
<p><b>تمرين 4:</b></p> <p>1) قواسم العدد 28 هي: <math>D_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}</math></p> <p>2) لنحسب: <math>S = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = \frac{28}{28} + \frac{14}{28} + \frac{7}{28} + \frac{4}{28} + \frac{2}{28} + \frac{1}{28} = \frac{52}{28} = 2 \in \mathbb{N}</math></p>		

218 295	3	35 280	2
72 765	3	17 640	2
24 255	3	8 820	2
8 085	3	4 410	2
2 695	5	2 205	3
539	7	735	3
77	7	245	5
11	11	49	7
1		7	7
		1	

(1) لنفكك إلى جذاء عوامل أولية العددين  $A$  و  $B$  :

إذن:  $A = 2^4 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^2$  و  $B = 3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1$

(2) استنتج حساب  $A \wedge B$  و  $A \vee B$

$A \vee B = 2^4 \times 3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1 = 3\ 492\ 720$  ،  $A \wedge B = 3^2 \times 5^1 \times 7^2 = 2\ 205$

تنكير: القاسم المشترك الأكبر هو جذاء العوامل الأولية المشتركة للتفكيكين الأولين مرفوعة لأصغر أس  
المضاعف المشترك الأصغر هو جذاء العوامل الأولية المشتركة و غير المشتركة للتفكيكين الأولين مرفوعة لأكبر أس

(1) تحقق أن :  $(A \wedge B) \times (A \vee B) = A \times B$

لدينا :  $(A \wedge B) \times (A \vee B) = (3^2 \times 5^1 \times 7^2) \times (2^4 \times 3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1) = 2^4 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^4 \times 11^1$

و  $A \times B = (2^4 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^2) \times (3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1) = 2^4 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^4 \times 11^1$

بالتالي :  $(A \wedge B) \times (A \vee B) = A \times B$

تمرين 6 :

(1) أكبر عدد أولي أصغر من 100 هو 97

يوجد 25 عدد أولي أصغر من 100 من المفيد جدا حفظ بعضها (2;3;5;7;11;13;17;19;23;29;...)

(2) العدد 123456789 عدد غير أولي لأنه يقبل القسمة على 3 (لأن مجموع أرقامه 45 يقبل القسمة على 3)

(3)  $p$  و  $q$  عدنان أوليان أكبر من 2 ، إذن  $p$  و  $q$  فرديان لأن العدد الأولي الزوجي الوحيد هو 2

منه  $p+q$  عدد زوجي، وبما أن  $p+q > 4$  فهو ليس أوليا، لأنه لا يوجد عدد أولي زوجي أكبر من 4

**تمرين 7: - مزيداً من التفكير -**

$p$  عدد صحيح طبيعي أكبر من 1

$$(1) \text{ لنعمل : } 4p^4 + 1 = 4p^4 + 4p^2 + 1 - 4p^2 = (2p^2)^2 + 2 \times (2p^2) \times 1 + 1 - 4p^2 \\ = (2p^2 + 1)^2 - (2p)^2 = (2p^2 + 1 + 2p)(2p^2 + 1 - 2p)$$

(2) استنتج أن العدد  $4p^4 + 1$  غير أولي

بما أن  $p$  عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 فإن:  $p \geq 2$

$$\text{إذن: } 2p^2 + 1 + 2p \geq 13 \text{ و } 2p^2 + 1 - 2p = 2p(p-1) + 1 \geq 5$$

و حيث أن عبارة عن جذاء عددين كلاهما أكبر من 2 فسيكون له على الأقل 4 قواسم مختلفة مثلي  
مثلي ( 1 ونفسه و  $2p^2 + 1 + 2p$  و  $2p^2 + 1 - 2p$  ) ، بالتالي فهو غير أولي.

(3) بين أن 400 000 001 عدد غير أولي

$$\text{لدينا: } 400\,000\,001 = 400\,000\,000 + 1 = 4 \times 10^8 + 1 = 4 \times (10^2)^4 + 1 = 4 \times (100)^4 + 1$$

إذن بوضع:  $p = 100$  في التعبير السابق نستنتج أن 400 000 001 عدد غير أولي