Cours : Vecteurs de l'espace avec Exercices avec solutions PROF : ATMANI NAJIB 1BAC SM BIOF

VECTEURS DE L'ESPACE

I) DEFINITION : Vecteur de l'espace

Définition : Soient A, B deux points dans l'espace $\mathcal{E}$

Si A et Bsont distinctes alors Pour tout point M dans l'espace $\mathcal{E}$ il existe un point unique N dans l'espace $\mathcal{E}$ tel que :MABN est un parallélogramme et est écrit : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$

Si A et B sont confondues alors : $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{MN}$ (vecteur nul)

Remarques : Si O un point dans l'espace $\mathcal{E}$ alors pour tout vecteur $\vec{u}$de l'espace il existe un point unique M dans l'espace $\mathcal{E}$ tel que :$\overrightarrow{OM} = \vec{u}$

L'application : $\varphi : \mathcal{E} \to V_3$

$M \mapsto \overrightarrow{OM} = \vec{u}$ est une bijection

L'ensemble des vecteurs se note V_3

Un vecteur non nul$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :

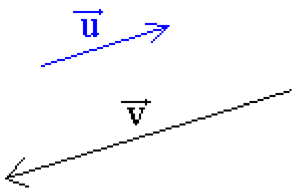
Sa direction : c'est la direction de la droite (AB)

Son sens : de A a B

Sa norme : $\|\vec{u}\| = \|\overrightarrow{AB}\| = AB$

Deux vecteurs sont **égaux** s'ils ont la même direction, le même sens, la même norme.

Deux vecteurs peuvent avoir la même direction de tels vecteurs sont **colinéaires**



$\overline{AB} = MN$ ssi ABNM est un parallélogramme

II) LES OPERATIONS DANS V_3 .

1) L'addition.

Définition : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de V_3 ; Soient les points O : A ; B

tel que $\vec{u} = \overrightarrow{OB}$ et$\vec{v} = \overrightarrow{OC}$

la somme des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur $\vec{u}+\vec{v} = \overrightarrow{OD}$ tel que : OBDC est un parallélogramme

$\vec{u}+\vec{v} = \overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD}$

Propriété :L'addition dans V_3 a les propriétés suivantes :

L'addition dans V_3 est **commutative** :

$\forall \vec{u} \in V_3$ et $\forall \vec{v} \in V_3$ $\vec{u}+\vec{v} = \vec{v}+\vec{u}$

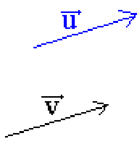
L'addition dans V_3 est **associative** $\forall \vec{u} \in V_3$ et $\forall \vec{v} \in V_3$ et $\forall \vec{w} \in V_3$

$\left(\vec{u}+\vec{v}\right)+\vec{w} = \vec{v}+\left(\vec{u}+\vec{w}\right)$

$\vec{0}$ Est **l'élément neutre pour l'addition dans** V_3 . $\forall \vec{u} \in V_3$:$\vec{u}+\vec{0} = \vec{0}+\vec{u} = \vec{u}$

Tout vecteur $\vec{u}$ de V_3 admet un **opposé** noté $-\vec{u}$:$\vec{u}+\left(-\vec{u}\right) = \left(-\vec{u}\right)+\vec{u} = \vec{0}$

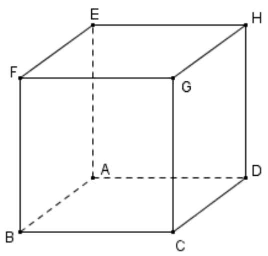
Puisque la somme de de deux vecteurs vérifie les quatre propriétés précédentes on dit que : (V_3 , +) est un groupe commutatif.



Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de V_3 la différence des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est la somme de $\vec{u}$ et de $\left(-\vec{u}\right)$ et se note :$\vec{u}-\vec{v}$

et on a donc : $\vec{u}-\vec{v} = \vec{u}+\left(-\vec{v}\right)$

Exemple :



ABCDEFGH un cube on pose :

Simplifier : $\vec{t} = \overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{FH}$

Solution :

On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\vec{t} = \overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{AB}+\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}\right)+\overrightarrow{FH}$

(Relation de Chasles)

$\vec{t} = \overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BD}$ Car

$\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{BD}$ (FHDB est un parallélogramme)

$\vec{t} = \overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BB}+\overrightarrow{AE} = \vec{0}+\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AE}$

2) Produit d'un vecteur par un réel.

Définition : $\forall \vec{u} \in V_3$ et $\forall \vec{v} \in V_3$

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un réel non nul et on pose : $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$

sur la droite (AB) il existe un seul point C tel que $\overrightarrow{AC} = k\vec{u}$

Le vecteur $\vec{v}=k\overrightarrow{AB}=k\vec{u}$ s'appelle le produit du réel k et du vecteur $\vec{u}$

on pose pour tout k dans $\mathbb{R}$:

$k\vec{0}=\vec{0}$ et $\forall \vec{u} \in V_3$ $0\vec{u}=\vec{0}$

on a : $k\vec{u}=\vec{0} \Leftrightarrow \vec{u}=\vec{0}$ ou $k=0$

Propriété : Le produit d'un vecteur par un réel a les propriétés suivantes :

$\forall \vec{u} \in V_3$ et $\forall \vec{v} \in V_3$ et $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ $\forall \beta \in \mathbb{R}$

1) $\alpha\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=\alpha\vec{u}+\alpha\vec{v}$ 2) $\left(\alpha+\beta\right)\vec{u}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{u}$

3) $1\vec{u}=\vec{u}$ 4) $\alpha\left(\beta\vec{u}\right)=\left(\alpha\beta\right)\vec{u}$

Puisque (V_3 , +) est un groupe commutatif et le produit d'un réel par un vecteur vérifie les quatre propriétés précédente on dit que :

(V_3 , +, .) est un espace vectoriel réel.

Remarque :

$\forall \vec{u} \in V_3$ et $\forall \vec{v} \in V_3$ et $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ $\forall \beta \in \mathbb{R}$

1) $\alpha\left(\vec{u}-\vec{v}\right)=\alpha\vec{u}-\alpha\vec{v}$ 2) $\left(\alpha-\beta\right)\vec{u}=\alpha\vec{u}-\beta\vec{u}$

3) $\alpha\left(-\beta\vec{u}\right)=\left(-\alpha\right)\left(\beta\vec{u}\right)=-\alpha\beta\vec{u}$

III) VECTEURS COLINEAIRES.

1) Vecteur colinéaires

Définition : On dit que deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel k tel que : $\vec{v} = k.\ \vec{u}$

Remarque : Tout vecteur est colinéaire avec lui-même : $\vec{u} = k.\ \vec{u}$

Tout vecteur est colinéaire avec $\vec{0}$

car : $\vec{u}$. 0= $\vec{0}$

On a : $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{CD}$ alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ssi $(AB)\parallel(CD)$

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls

A et B et C non alignés ssi $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires

A et B et C non alignés $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} / \overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$

Exemple : ABCDEFGH un cube et K milieu du segment $[EF]$ et L milieu du segment $[CF]$ et M un point du segment $[CD]$ tel que :

$\overrightarrow{CM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$ Montrer que : $(ML)\parallel(DK)$

Solution : en utilisant la Relation de Chasles

On a : $\overrightarrow{ML}=\overrightarrow{CL}-\overrightarrow{CM}$ et puisque : L milieu du segment $[CF]$ Alors : $\overrightarrow{CL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CF}$

donc : $\overrightarrow{ML}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CF}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}\right)$ (1)

D'autre part On a : $\overrightarrow{CK}=\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{FK}$ et $\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{CK}-\overrightarrow{CD}$ Donc : $\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{FK}-\overrightarrow{CD}$

et puisque : K milieu du segment $[EF]$

Alors : $\overrightarrow{FK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FE}$ donc : $\overrightarrow{FK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ (car : $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{CD}$)

Donc : $\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{CF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CF}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ (2)

De (1) et (2) on a : $\overrightarrow{ML}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DK}$

donc $\overrightarrow{DK}$ et $\overrightarrow{ML}$ sont colinéaires

Donc : $(ML)\parallel(DK)$

Propriété : Si on a : $a\vec{u}+b\vec{v}=\vec{0}$ avec $a\neq 0$ ou $b\neq 0$ alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Exemple : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires

Déterminer les réels x et y tels que :

$x\left(\vec{u}+2\vec{v}\right)+y\left(\vec{u}+3\vec{v}\right)=2\vec{u}+5\vec{v}$

Solution : $x\left(\vec{u}+2\vec{v}\right)+y\left(\vec{u}+3\vec{v}\right)=2\vec{u}+5\vec{v} \Leftrightarrow$

$$(x+y-2)\vec{u}+(2x+3y-5)\vec{v}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x+3y-5=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ 2x+3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

2) Droite vectorielle

Définition : Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul, l'ensemble des vecteurs colinéaires avec le vecteur $\vec{u}$ s'appelle : **la droite vectorielle engendrée par le vecteur $\vec{u}$ et se note $\Delta_{\vec{u}}$**

$\Delta_{\vec{u}}=\left\{\vec{v}\in V_3 / \exists k \in \mathbb{R} / \vec{v}=k\vec{u}\right\}$

$\Delta_{\vec{u}}=\Delta_{\vec{v}} \Leftrightarrow \vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires

Si $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires

alors $\Delta_{\vec{u}}\cap\Delta_{\vec{v}}=\left\{\vec{0}\right\}$

3) Détermination vectorielle d'une droite

Définition : Soient $\vec{u}$ un vecteur non nulle et A un point de l'espace affine $\mathcal{E}$. L'ensemble des points M dans l'espace $\mathcal{E}$ qui vérifient $\overrightarrow{AM}=k\vec{u}$

où k est un réel s'appelle **la droite qui passe par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.** On la note par $D(A;\vec{u})$:

$D(A;\vec{u})=\{M\in\varepsilon\,/\,\exists k\in\mathbb{R}\,/\,\overrightarrow{AM}=k\vec{u}\}$

Remarque :

- Le couple $(A,\ \vec{u})$ détermine un repère sur la droite $D(A;\vec{u})$
- Tout vecteur non nul et colinéaire avec $\vec{u}$ est aussi vecteur Directeur de la droite $D(A;\vec{u})$

IV) VECTEURS COPLANAIRES.

1) vecteurs coplanaires.

Rappelle :

Un plan est défini par :

- Trois points non alignés
- Deux droites sécantes ou strictement parallèles.
- Une droite et un point extérieur à cette droite.

Définition : Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs et $\boldsymbol{A}$ un point l'espace

on pose $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ $\overrightarrow{AC}=\vec{v}$ et $\overrightarrow{AD}=\vec{w}$

On dit que : les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires ssi les points A, B ; C et D sont coplanaires

Propriété : Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs dans l'espaces vectoriel

Les vecteurs $\vec{u}$, v et $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement s'ils existent deux réels x et y tels que $\vec{w}=x\vec{u}+y\vec{v}$

Remarque : si $\vec{u}$, $\vec{v}$ sont deux vecteurs colinéaires alors les vecteurssont $\vec{w}$ et $\vec{v}$ et $\vec{u}$ coplanaires

2) Plan vectoriel

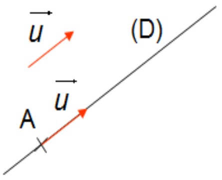
Définition : Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires ; l'ensemble des vecteurs $\vec{w}$ dans V_3 qui s'écrivent de la forme : $\vec{w}=x\vec{u}+y\vec{v}$ où x et y sont des réels s'appelle le plan vectoriel engendré par $\vec{u}$, $\vec{v}$

3) Détermination vectoriel d'un plan.

Définition : Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires

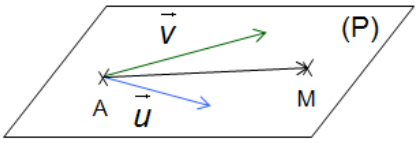
et A un point de l'espace $\mathcal{E}$

l'ensemble des point M dans l'espace qui vérifient $\overrightarrow{AM}=x\vec{u}+y\vec{v}$ est le plan qui passe par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, on le note par : $P(A;\vec{u};\vec{v})$



$P(A;\vec{u};\vec{v})=\{M\in\varepsilon\,/\,\exists x\in\mathbb{R}:\exists y\in\mathbb{R}\,/\,\overrightarrow{AM}=x\vec{u}+y\vec{v}\}$

Le triplet $R(A;\vec{u};\vec{v})$ s'appelle un repère du plan (P) et le couple $(x,\ y)$ s'appelle les coordonnées du point M dans le plan (P) muni du repère R



Exemple : ABCDEFGH un parallélépipède de centre O et I milieu du segment $[AD]$

on pose $\overrightarrow{EG}=\vec{u}$ $\overrightarrow{FC}=\vec{v}$ et $\overrightarrow{IO}=\vec{w}$

Montrer que : $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires

Solution : On a : $\overrightarrow{EG}=\vec{u}$ et on a $\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AC}$

donc $\overrightarrow{AC}=\vec{u}$

On considère le triangle ADF

et puisque : I milieu du segment $[AD]$

et O milieu du segment $[FD]$

on trouve : $\overrightarrow{IO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$ Donc : $\overrightarrow{IO}=\overrightarrow{AK}$

et puisque : K milieu du segment $[AF]$

cad $\overrightarrow{AK}=\vec{w}$

et On considérons le point L tel que AFCL est un parallélogramme on trouve : $\vec{v}=\overrightarrow{AL}$

Alors : $\overrightarrow{AC}=\vec{u}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AL}$ et $\overrightarrow{AK}=\vec{w}$

Donc : $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires

Exemple : ABCDEFGH un cube

M milieu du segment $[HE]$ et et N milieu du segment $[HG]$

Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{CH}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont-ils coplanaires ? justifier

Solution : On considérons le triangle HEG et puisque : M milieu du segment $[HE]$ N milieu du segment $[HG]$ on trouve : $\overrightarrow{EG}=2\overrightarrow{MN}$

et puisque $\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AC}$: alors $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{MN}$ donc

Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et par suite Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{CH}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires

V) PARALLELISME DANS L'ESPACE

1) Parallélisme de deux droites

Définition : Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ deux vecteurs et
et A et B deux points de l'espace

1) $D(A;\vec{u}) \parallel D(B;\vec{v}) \Leftrightarrow \vec{u}$, $\vec{v}$ sont colinéaires

2) A et B et C et D des points tels que : $A \neq B$ et $C \neq D$: $(AB) \parallel (CD) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}; \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$

Exercice 01: $ABCD$ un tétraèdre et E le milieu du $[BC]$ et soit les points Q ; P ; N ; M tel que :

$\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{CQ} = 3\overrightarrow{CB}$ $\overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$

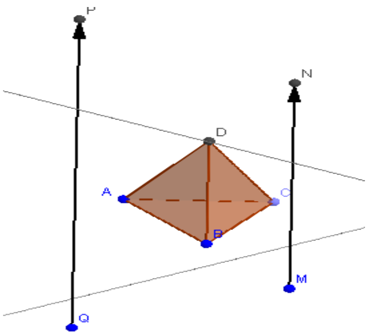
1)Tracer une figure

2)Ecrire $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\overrightarrow{BD}$

3)En déduire que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires

4)Que peut-on dire des droites (MN) et (PQ)

Solution :1)



2) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AD} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) = 2\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CQ} = -\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CQ} = -3\overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{CB} = -3(\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB})$

$\overrightarrow{PQ} = -3(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}) = -3(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = -3\overrightarrow{BD}$

3) on a $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{BD}$ donc $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ ❶

on a $\overrightarrow{PQ} = -3\overrightarrow{BD}$ donc $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{PQ}$ ❷

de❶ et ❷ on trouve : $\frac{1}{2}\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{PQ}$ donc $\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{PQ}$

donc : $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires

4)on a $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires

Donc (MN) et (PQ) sont parallèles

Exercice02 : $ABCD$ un tétraèdre et E le milieu du $[BC]$ et soit les points K ; L tel que :

$\overrightarrow{CL} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ et $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Montrer que $(LD) \parallel (EK)$

Solution : pour montrer que $(LD) \parallel (EK)$ il suffit de montrer que : $\overrightarrow{LD}$, $\overrightarrow{EK}$ sont colinéaires ??

On a : $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ on utilisant la Relation de Chasles

Donc : $\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Donc : $\overrightarrow{EK} = \left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ et

puisque : $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AE}$

Donc : $\overrightarrow{EK} = \left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Alors : $\overrightarrow{EK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ ❶

On a : $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CL} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

et puisque : $\overrightarrow{LD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AL} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ ❷

de ❶ et ❷ on déduit que : $\overrightarrow{EK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{LD}$

donc : $(LD) \parallel (EK)$

2) Parallélisme d'une droite et d'un plan.

Propriété : La droite $D(A;\vec{u})$ et le plan P $P(B;\vec{v};\vec{w})$ sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires

$D(A;\vec{u}) \parallel P(B;\vec{v};\vec{w}) \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} : \exists y \in \mathbb{R} / \vec{u} = x\vec{v} + y\vec{w}$

Exemple : ABCDEFGH un cube
K est le symétrique du point D par rapport a H
Montrer que $(AK) \parallel (BCG)$

Solution :on a : $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CG}$

donc : Les vecteurs $\overrightarrow{AK}$, $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CG}$ sont coplanaires

on déduit que : $\exists x \in \mathbb{R} : \exists y \in \mathbb{R} / \overrightarrow{AK} = x\overrightarrow{CB} + y\overrightarrow{CG}$

donc : $(AK) \parallel (BCG)$

3) Parallélisme de deux plans

Propriété : Deux plans $P(A;\vec{u};\vec{v})$ et $Q(B;\vec{u}';\vec{v}')$ sont parallèles si et seulement si $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{u}'$ sont coplanaires et $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{v}'$ sont coplanaires aussi

Remarque : Une seule condition n'est pas suffisante