الدرس 5: النظمات

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

*** تعريف:** a ، a' ، b ، b' ، c و c' أعداد حقيقية غير منعدمة
كل كتابة على الشكل $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y

حل نظمة هو تحديد الأزواج (x,y) التي تحقق معادلتي هذه النظمة

المسائل والنظمات

*** قاعدة:** لحل مسألة نتبع المراحل التالية:
1) اختيار المجهولين: نحددهما في السؤال
2) صياغة النظمة: تحويل المعطيات إلى معادلتين
3) حل النظمة (جبريا): بإحدى الطرق
4) الرجوع إلى المسألة: التحقق من الحل ثم الجواب على السؤال

حل النظمات

الحل الجبري

طريقة التعويض

*** تعريف:** عزل أحد المجهولين في إحدى المعادلتين بدلالة الآخر، ثم تعويضه في المعادلة الأخرى للحصول على معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

*** مثال:** لنحل النظمة $\begin{cases} 2x+y=11 & (1) \\ x+3y=18 & (2) \end{cases}$

* في المعادلة (1) نحسب y بدلالة x: لدينا: $y=11-2x$ (3)

* نعوض في المعادلة (2) فنجد أن: $x+3(11-2x)=18$

$x+33-6x=18$

$-5x=-15 \Rightarrow x=\frac{-15}{-5}=3$

* نعوض x في المعادلة (3) فنجد أن: $y=11-2\times3=5$

وبالتالي فإن الزوج $(3,5)$ هو حل هذه النظمة

في حالة عدم اشتراط طريقة معينة في التمرين، نختار طريقة:
* التعويض: إذا كان معامل أحد المجهولين هو 1
* التأليفية الخطية: إذا كان معاملا أحد المجهولين متقابلين في كلتا المعادلتين.

طريقة التأليفية الخطية

*** تعريف:** ضرب كل معادلة في معامل مناسب لنحصل على معاملين متقابلين بالنسبة لأحد المجهولين ثم نجمع المعادلتين طرفا بطرف للحصول على معادلة فيها المجهول الآخر فقط.

*** مثال:** لنحل النظمة $\begin{cases} 2x+3y=5 & (1) \\ 5x+6y=14 & (2) \end{cases}$

* للتخلص من y
* نضرب طرفي المعادلة (1) في العدد -2
فنحصل على $\begin{cases} -4x-6y=-10 \\ 5x+6y=14 \end{cases}$
نجمع المعادلتين المحصل عليهما طرفا بطرف، فنحصل على
$-4x-6y+5x+6y=-10+14$

$\boxed{x=4}$

التعويض في إحدى المعادلتين: نعوض في المعادلة (1) (مثلا) فنجد
$2\times4+3y=5$

$\boxed{y=-1}$

التخلص من x: نضرب المعادلة (1) في 5 والمعادلة (2) في -2
فنحصل على $\begin{cases} 10x+15y=25 \\ -10x-12y=-28 \end{cases}$
نجمع: $10x+15y-10x-12y=25-28$

$\boxed{y=-1}$

ومنه فإن الحل هو الزوج $(4;-1)$

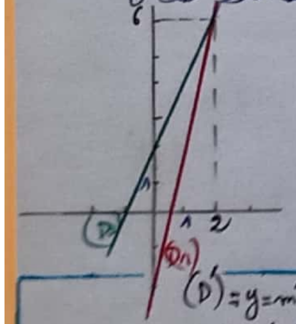
الحل المبياني

*** تعريف:** ربط كل من معادلتي النظمة بمستقيم، ثم تحديد زوج إحداثيتي نقطة تقاطعهما مبيانيا، وذلك بإنشاء هذين المستقيمين في معلم متعامد ممنظم.

*** مثال:** لنحل النظمة $(S)\begin{cases} 4x-y-2=0 \\ 2x-y+2=0 \end{cases}$

* الخطوة (1): إيجاد المعادلتين المختصرتين.
نجد $\begin{cases} (D_1): y=4x-2 \\ (D_2): y=2x+2 \end{cases}$ (D_1) و (D_2) ليس لهما نفس الميل إذن فهما متقاطعان

* الخطوة (2): الإنشاء.



(D_1) و (D_2) يتقاطعان في النقطة $A(2,6)$
إذن حل النظمة هو $(2,6)$

*** خاصية إضافية:**
$(D): y=mx+p$ و $(D'): y=m'x+p'$

- $m=m'$:
  - $p\neq p'$: $(D) // (D')$ النظمة ليس لها حل
  - $p=p'$: $(D)=(D')$ النظمة تقبل حلا لا نهائيا من الحلول
- $m\neq m'$: (D) و (D') متقاطعان في نقطة A إذن النظمة تقبل حلا وحيدا هو (x_A, y_A)