الدرس ④: مبرهنة فيثاغورس وجيب تمام زاوية حادة

مبرهنة فيثاغورس

الخاصية المباشرة:

إذا كان مثلث قائم الزاوية، فإن مربع وتر مساويا مجموع مربعي ضلعي الزاوية القائمة.

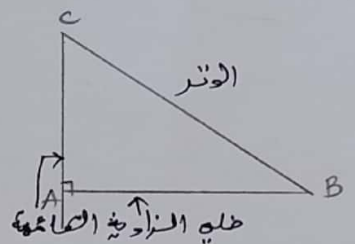
بتعبير آخر: إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A فإن: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

الشكل الهندسي:

ABC مثلث قائم الزاوية في A

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



ملاحظات هامة:

1) ABC مثلث قائم الزاوية في A إذن: $AB < BC$ و $AC < BC$

2) تمكننا مبرهنة فيثاغورس المباشرة من حساب طول مثلث قائم الزاوية بمعرفة الضلعين الأخريين.

3) في المرحلة الأخيرة من الحساب، نخرج الجذر المربع لإزالة المربع، هذا الجذر يحذف إذا كان العدد مربعا كاملا ويبقى إذا لم يكن كذلك.

وهذه لائحة المربعات الكاملة العشرة الأولى.

العدد	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
المربع	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169

«من لم يسهر العلم أيام أسهره الجهل أعوام»

جيب تمام زاوية حادة

تعريف:

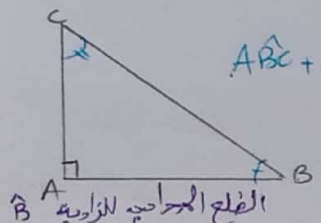
جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية مساوي خارج طول الضلع المحاذي للزاوية على طول الوتر.

$$\cos \hat{ABC} = \frac{\text{طول الضلع المحاذي للزاوية } \hat{ABC}}{\text{طول الوتر}}$$

الشكل الهندسي:

ABC مثلث قائم الزاوية في A

$\hat{ABC} + \hat{ACB} = 90°$



$$\cos \hat{ACB} = \frac{AC}{BC} \quad ; \quad \cos \hat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

ملاحظات:

1) x قياس زاوية حادة $\Leftarrow 0 < \cos x < 1$

جميع قيم $\cos x$ محصورة بين 0 و 1

2) النسبة المثلثية $\cos x$ ليست لها وحدة

3) لحساب $\cos 37°$ مثلا، نستعمل الزر cos في الآلة الحاسبة

4) $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \times \cos \hat{B}$ و $BC = \frac{AB}{\cos \hat{B}}$

تمرين تطبيقي:

EFG مثلث قائم الزاوية في E بحيث: $EG = 8cm$ و $EF = 6cm$

لنحسب $\cos \hat{EFG}$ و $\cos \hat{EGF}$.

* المثلث EFG قائم الزاوية في E

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن: $FG^2 = EF^2 + EG^2$

$FG^2 = 6^2 + 8^2$

$FG^2 = 36 + 64$

$FG^2 = 100$

$FG = \sqrt{100}$

إذن: $FG = 10\ cm$

لدينا: $\cos \hat{EFG} = \frac{EF}{FG} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$

$\cos \hat{EGF} = \frac{EG}{FG} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 0,8$