مادة الرياضيات 2AC

مبرهنة فيتاغورس + جيب تمام زاوية حادة

أهم فقرات الدرس

I _ مبرهنة فيتاغورس :

1) – الخاصية المباشرة :

إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A فإن :
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

* / تطبيق :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث :
$AB = 3\ cm$ و $BC = 5\ cm$. لنحسب AC .

لدينا حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

إذن :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$
$$AC^2 = 5^2 - 3^2$$
$$AC^2 = 25 - 9$$
$$AC^2 = 16$$

و بما أن AC عدد موجب فإن : $AC = 4$.

2) – الخاصية العكسية :

إذا كان ABC مثلثا بحيث : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
فإن هذا المثلث قائم الزاوية في A.

* / تطبيق :

ABC مثلث بحيث : $AC = \frac{3}{5}$ و $AB = 1$ و $BC = \frac{4}{5}$.

لنبين أن المثلث ABC قائم الزاوية .

لدينا : $AB^2 = 1^2 = 1$ و $BC^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ و $AC^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

نلاحظ أن : $1 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25}$ أي : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

و حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في C .

3) – خاصية لأضلاع مثلث قائم الزاوية :

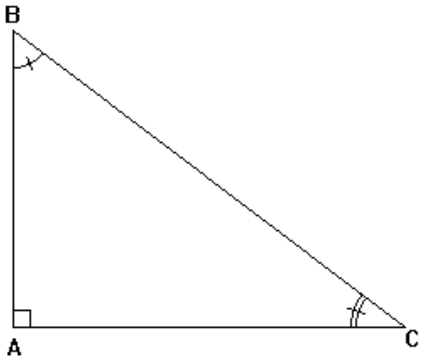
إذا كان مثلث قائم الزاوية فإن طول وتره أكبر من
طولي ضلعي الزاوية القائمة

II _ جيب تمام زاوية حادة :

1) – تعريف :

جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية يساوي
خارج طول الضلع المحادي للزاوية الحادة على طول الوتر

* / إصطلاحات :



ABC مثلث قائم الزاوية في A

-- الزاويتان الحادتان هما : $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$.

-- [AB] هو الضلع المحادي للزاوية $A\hat{B}C$ ، والمقابل للزاوية $A\hat{C}B$.

-- [AC] هو الضلع المحادي للزاوية $A\hat{C}B$ ، و المقابل للزاوية $A\hat{B}C$.

-- [BC] هو الوتر.

* / بتعبير آخـر :

ABC مثلث قائم الزاوية في A .

$$\cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BC} \quad \text{و} \quad \cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC}$$

* / ملاحظـة هـامة :

α قياس زاوية حـادة : $0 < \cos\alpha < 1$

2) – مثال :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : AB = 3 cm و AC = 4 cm . لنحسب $\cos A\hat{B}C$.

لنحسب أولا BC .

بما أن ABC مثلث قائم الزاوية في فإن حسب مبرهنة فيتاغورس :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$
$$BC^2 = 9 + 16$$
$$BC^2 = 25$$

و بما أن BC > 0 فإن BC = 5

و منه فإن : $\cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$