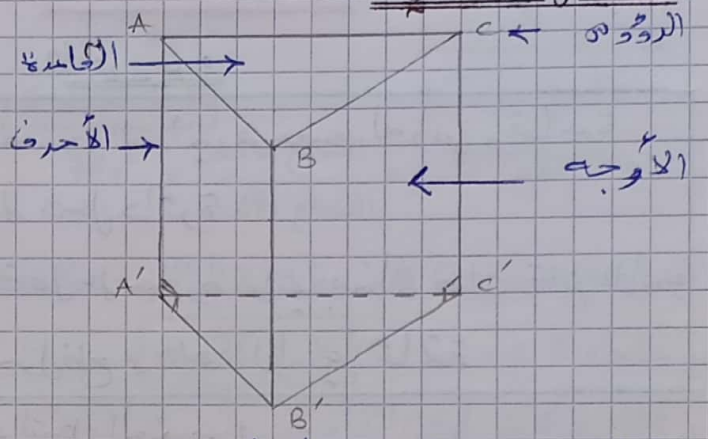
الدرس ⑩ : بعض الأجسام الفضائية

I - الموشور القائم :

1) تعريف :

الموشور القائم هو مجسم أوجهه الجانبية مستطيلات وقاعدتاه مضلعان متقايسان متوازيان.

* الشكل الهندسي :



$ABCA'B'C'$ هو موشور قائم ثلاثي القاعدة.

$AA' = BB' = CC'$ ←

AA' هو ارتفاع الموشور القائم.

* أمثلة :

← متوازي المستطيلات هو موشور قائم قاعدته مستطيل

← المكعب هو موشور قائم قاعدته مربع.

2) المساحة الجانبية :

المساحة الجانبية للموشور القائم تساوي جداء محيط قاعدة له في ارتفاعه

$$S_L = p \times h$$

S_L : المساحة الجانبية
p : محيط إحدى القاعدتين
h : ارتفاع الموشور القائم

3) الحجم :

حجم الموشور القائم يساوي جداء مساحة قاعدته في ارتفاعه.

$$V = S \times h$$

V : الحجم
S : مساحة القاعدة
h : الارتفاع

* مثال :

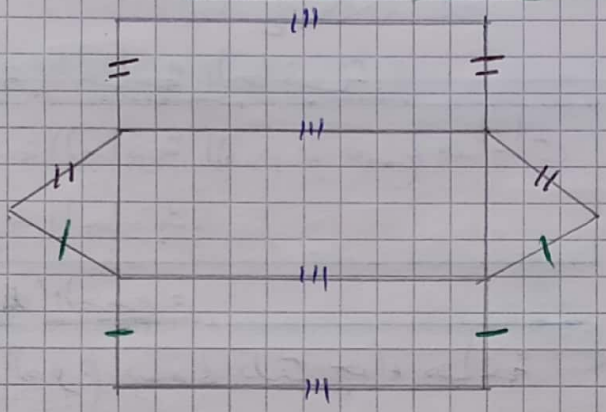
نعتبر موشور قائم بحيث محيط قاعدته 28 cm ، ومساحة قاعدته 13 cm² وارتفاعه 5 cm

← المساحة الجانبية هي : $S_L = p \times h = 28 \times 5$

$S_L = 140\ cm^2$

← الحجم : $V = S \times h = 13 \times 5 = 65\ cm^3$

4) نشر الموشور القائم :

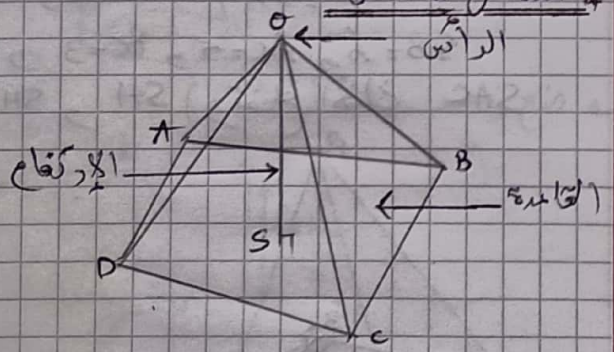


II - الهرم :

1) تعريف وعناصر القاعدة :

* تعريف : هرم رباعي القاعدة هو مجسم له قاعدة عبارة عن مضلع رباعي وأوجهه الجانبية عبارة عن مثلثات.

* الشكل الهندسي :

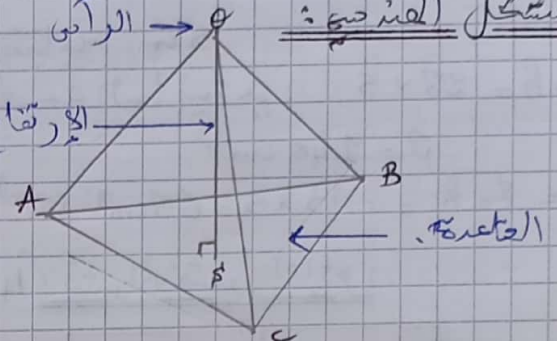


- $SABCD$ هرم رباعي القاعدة وقاعدته الرباعي $ABCD$
- S هو رأس الهرم
- $[SD]$ ، $[SC]$ ، $[SB]$ ، $[SA]$ الأحرف
- SO الارتفاع.

2) هرم ثلاثي القاعدة:

* تعريف: هرم ثلاثي القاعدة هو مجسم له قاعدة على شكل مثلث وأوجهه الجانبية هي مثلثات.

* الشكل الهندسي:



3) المساحة الجانبية:

المساحة الجانبية للهرم هي مجموع مساحات الأوجه الجانبية.

4) الحجم:

حجم الهرم يساوي ثلث جداء مساحة قاعدته في ارتفاعه.

$$V = \frac{1}{3} S' \times h$$

(S': مساحة القاعدة، h: الارتفاع)

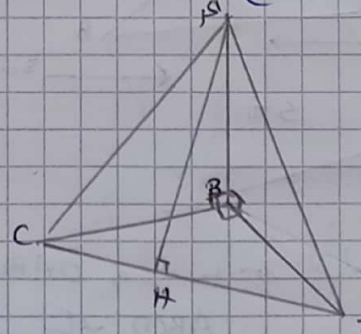
* مثال:

نعتبر هرم قاعدته ABC مثلث قائم الزاوية في B و SA ارتفاعه.

$AB = 4$ ، $BC = 3$ ، $AC = 5$ ، $SB = 6$

$SH = 3,4$ ، SH ارتفاع المثلث SAC

احسب.



لدينا:

$$S = S_{ABS} + S_{SBC} + S_{ASC}$$

$$= \frac{AB \times SB}{2} + \frac{BC \times SB}{2} + \frac{SH \times AC}{2}$$

$$= \frac{(4\times6)+(3\times6)+(3,4\times5)}{2}$$

$$S' = 29,5\ cm^2$$

ومنه حجم الهرم هو:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \times SH$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{AB \times BC}{2} \times SH$$

$$= \frac{4\times3\times3,4}{6} = 6,8\ cm^3$$

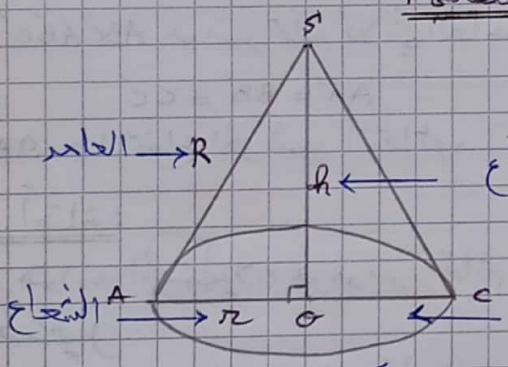
II. المخروط الدوراني:

1) تعريف:

المخروط الدوراني هو مجسم له رأس وقاعدة على شكل دائرة.

نحصل على مخروط دوراني بدوران مثلث قائم الزاوية حول ضلع من ضلعي الزاوية القائمة.

* الشكل الهندسي:



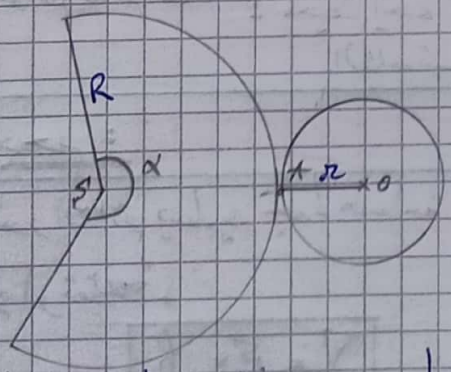
r: شعاع الدائرة مركزها O

h: ارتفاع المخروط الدوراني

R: عامد المخروط الدوراني (شعاع الدائرة مركزها O)

← القطع $[OA]$ يولد قرصا: قاعدة المخروط الدوراني.

← القطع $[SA]$ يولد السطح الجانبي للمخروط الدوراني



يمكن تطبيق مبرهنة فيثاغورس لحساب العامد R في المثلث AOS القائم الزاوية في O

2) المساحة الجانبية

أنظر الشكل المنشور السابق.

πR^2	S
$360°$	α

$2\pi R$	$2\pi r$
$360°$	α

$$S = \frac{\alpha \times \pi R^2}{360°}$$

$$= \frac{\frac{r}{R} \times \pi R^2 \times 360°}{360°}$$

$$\boxed{S = \pi r R}$$

$$\alpha = \frac{360° \times 2\pi r}{2\pi R}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{r}{R} \times 360°}$$

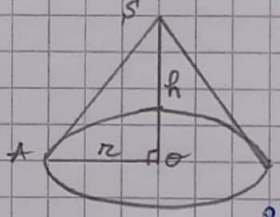
$\pi \approx 3,14$

زاوية القطاع الدائري $= 360° \times \frac{\text{الشعاع الأصغر}}{\text{الشعاع الأكبر}}$

المساحة الجانبية للمخروط الدوراني الذي شعاعه r وطوله R هي:

$$\boxed{S = \pi . r R}$$

* مثال: كيف يمكن إنشاء مخروط دوراني شعاع قاعدته $3cm$ وارتفاعه $4cm$



لدينا أحد طول العامد R

المثلث AOS قائم الزاوية في O

إذن حسب خاصية فيثاغورس المباشرة لدينا:

$$AS^2 = AO^2 + OS^2$$

$$= 3^2 + 4^2$$

$$= 9 + 16$$

$$AS^2 = 25$$

$$AS = \sqrt{25}$$

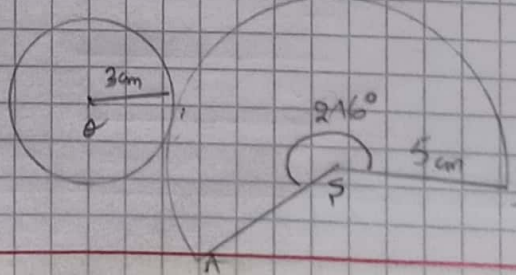
$$\boxed{R = 5\,cm}$$

ومنه لدينا:

* ومنه طبيعة القطاع الدائري هي:

$$\alpha = \frac{r}{R} \times 360° = \frac{3}{5} \times 360°$$

$$\boxed{\alpha = 216°}$$



* مساحة المخروط السابق:

$$S = \pi \times R \times r = 3,14 \times 3 \times 5$$

$$S = 47,1\,cm^2$$

3) حجم المخروط الدوراني:

حجم مخروط دوراني يساوي ثلث مساحة قاعدته في ارتفاعه.

$$\boxed{V = \frac{1}{3} \pi \times r^2 \times h}$$

ارتفاع ← شعاع القاعدة

* مثال:

لنحسب المخروط الدوراني السابق

لدينا حجمه هو: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 3^2 \times 4$

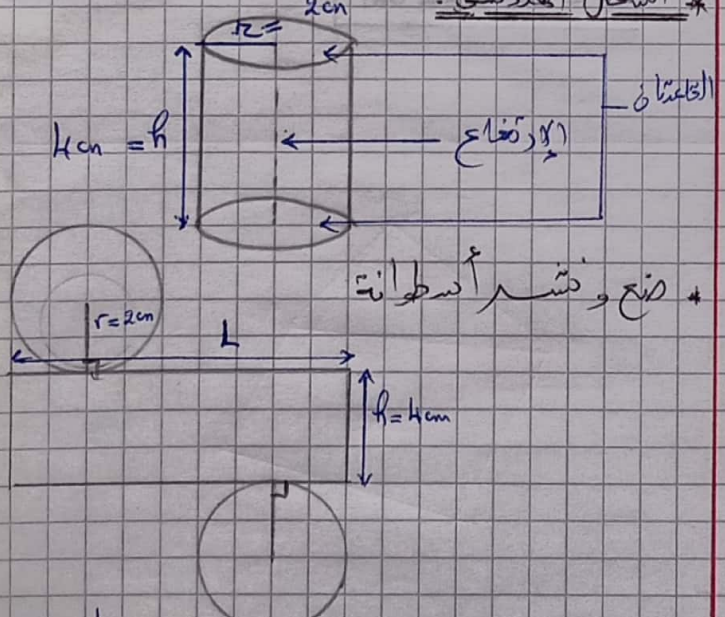
$$\boxed{V = 37,68\,cm^3}$$

IV - خزانة طافية: الأسطوانة القائمة

1) تعريف:

الأسطوانة عبارة عن مجسم له قاعدتين عبارة عن قرصين متطابقين المسافة (العمودية للشعاع) المسافة بين مركزي القاعدتين تسمى ارتفاع الأسطوانة.

* الشكل الهندسي:



* وضع وتشكيل أسطوانة

بعد نشر الوجه الجانبي لأسطوانة نحصل على مستطيل

إذن بالاعتماد على الشكل جانبه طول الوجه الجانبي

حيث هو محيط القاعدة: $L = 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 2 = 12,56\,cm$

* ملاحظة: الأسطوانة مبارة عن مخروط قاعدته قرصان.

2) المساحة الجانبية :

المساحة الجانبية لأسطوانة قائمة هي مساحة المستطيل حيث "القاعدة" هي الارتفاع

$$\mathcal{A} = p \times h = 2\pi R \times h$$

* مثال : في المثال السابق

الوجه الجانبي عبارة عن مستطيل عرضه $p = 2 \times \pi \times 2$ محيط القاعدة وطوله $h = 4cm$ الارتفاع

إذن المساحة الجانبية هي :

$$\mathcal{A} = 2 \times \pi \times 2 \times 4 = 50,24\ cm^2$$

3) الحجم

حجم الأسطوانة القائمة هو مساحة القاعدة في الارتفاع

$$V = \mathcal{A} \times h = \pi \times R^2 \times h$$

$\mathcal{A}$ مساحة القاعدة — h الارتفاع — $\pi \times R^2$ مساحة القاعدة

* مثال : في المثال السابق

حجم الأسطوانة هو :

$$V = \pi \times R^2 \times h$$

$$= 3,14 \times 2^2 \times 4$$

$$V = 50,24\ cm^3$$