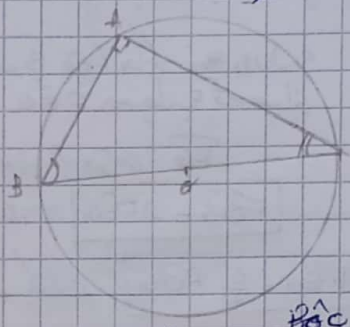
الدرس ⑧ : الزوايا المحيطية ، الزوايا المركزية

I - تذكير بخاصيات هامة :

خاصية ①

* مجموع قياسات زوايا مثلث هو $180°$

$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$



* الزاوية $\widehat{BOC}$ مستقيمية

$\widehat{BOC} = 180°$

* إذا كان المثلث ABC محاط بدائرة قطرها [BC] ومركزها O

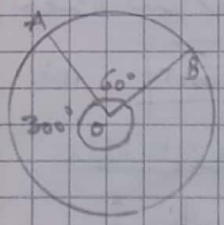
فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A ، أي :

$\boxed{\widehat{BAC} = 90°}$

* بعكس خاصية كل مثلث محاط بدائرة قطرها أحد أضلاع المثلث هو مثلث قائم الزاوية و قطر الدائرة هو وتر المثلث .

خاصية ②

زاوية مركزية تساوي $360°$



لدينا : $\widehat{AOB} + \widehat{AOB} = 360°$

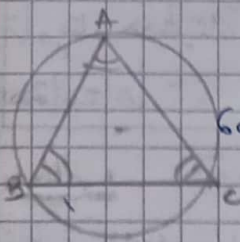
$\widehat{AOB} = 360° - \widehat{AOB}$

$\boxed{\widehat{AOB} = 300°}$

خاصية ③

مثلث محاط الأضلاع

جميع الزوايا متقايسة وكل زاوية تساوي $60°$



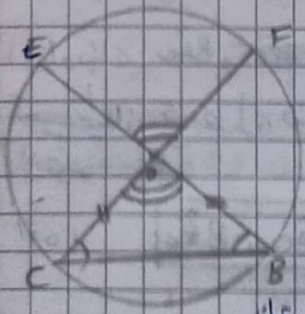
* AB ، AC ، BC تسمى أوتار الدائرة .

خاصية ④

* في المثلث المتساوي الساقين OBC لدينا :

- $OB = OC$ لأنهما نصفا قطرين للدائرة

- $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$ لأنهما زاويتا القاعدة .

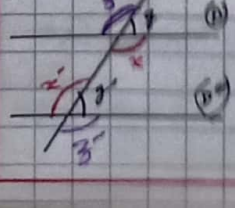


* زاويتان متقابلتان بالرأس متقايستان

$\boxed{\widehat{BOC} = \widehat{EOF}}$

خاصية ⑤

* المستقيمان (D) و (Δ) يقطعهما



زاويتان متناظرتان

متبادلتان داخليا

متبادلتان خارجيا

II - الزاوية المحيطية

1) تعريف :

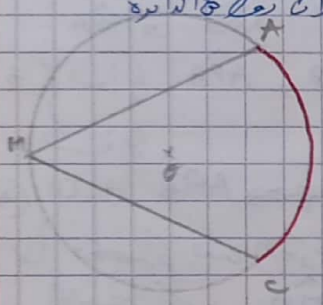
> الزاوية المحيطية هي كل زاوية رأسها ينتمي لدائرة وتحصر قوسا في هذه الدائرة .

* الشكل الهندسي :

(ℰ) دائرة مركزها O ، A ، M و C ثلاث نقط من الدائرة

الزاوية $\widehat{AMC}$ زاوية محيطية

تحصر القوس $\overset{\frown}{AC}$

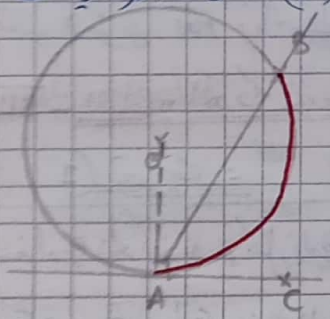


2) حالة خاصة :

لاحظ الشكل جانبه بحيث القطعة (AC) محاط للدائرة في النقطة A

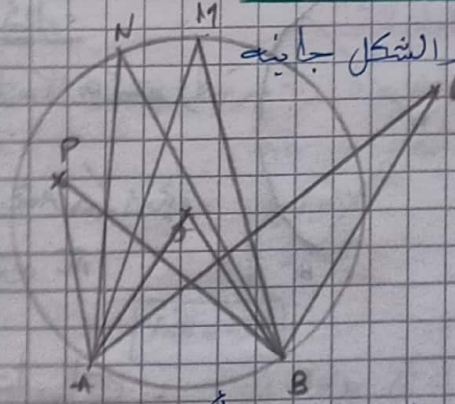
الزاوية $\widehat{BAC}$ زاوية محيطية

تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$



نشاط تأمل :

نعتبر الشكل جانبه



1) حدد الزوايا التي يكون رأسها على الدائرة و ضلعاها يحصران قوسا عليها (هذه الزوايا تسمى زاوية محيطية)

2) حدد الزوايا التي يكون رأسها هو مركز الدائرة (هذه الزاوية تسمى زاوية مركزية)

3) حدد الزوايا التي ليست محيطية ولا مركزية .

4) حدد زاوية محيطية وزاوية مركزية مرتبطة بهما في حصان نفس القوس ماذا تلاحظ ؟

5) حدد زاويتان محيطيتان حصان نفس القوس ماذا تلاحظ ؟

الحل :

1) الزوايا المحيطية هي : $A\hat{M}B$ و $A\hat{N}B$
$M\hat{A}B$ و $M\hat{U}B$ و $N\hat{B}M$ و $N\hat{A}M$ ...

2) الزوايا المركزية هي : $A\hat{O}B$ و $B\hat{O}M$ و $M\hat{O}N$ و $N\hat{O}A$
$M\hat{O}A$ و $N\hat{O}B$

3) الزوايا $A\hat{P}B$ و $A\hat{Q}B$ ليست محيطية و ليست مركزية

4) الزاوية $A\hat{M}B$ محيطية و $A\hat{O}B$ مركزية مرتبطة بها حصان في القوس $\overset{\frown}{AB}$
نلاحظ أن : $A\hat{O}B = 2A\hat{M}B$

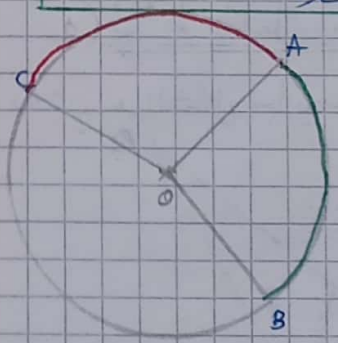
5) الزاويتان $N\hat{B}M$ و $N\hat{A}M$ محيطيتان تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{MN}$ نلاحظ أن $N\hat{A}M = N\hat{B}M$

III - الزاوية المركزية :

1) تعريف :

الزاوية المركزية هي كل زاوية رأسها هو مركز الدائرة وتحصر خوصاتي هذه الدائرة.

2) مثال :



* الزاوية $A\hat{O}B$ مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$
* الزاوية $A\hat{O}C$ مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{AC}$

IV - خاصيات :

1) زاوية محيطية وزاوية مركزية مرتبطة بهما :

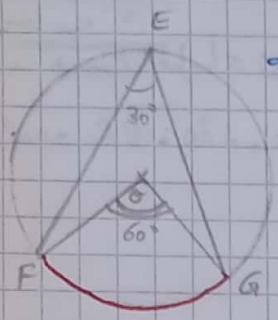
أ - تعريف :

تكون زاوية مركزية مرتبطة بزاوية محيطية إذا كانتا تحصران نفس القوس.

ب - خاصية ① :

قياس زاوية مركزية يساوي ضعف قياس زاوية محيطية مرتبطة بها.

* مثال : نعتبر الشكل جانبه



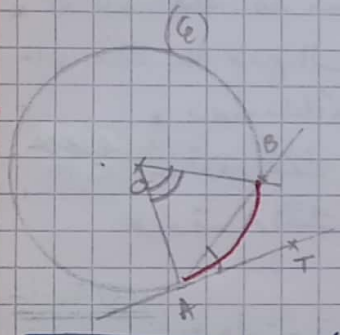
الزاوية $F\hat{O}G$ مركزية والزاوية $F\hat{E}G$ محيطية تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{FG}$

إذن : $F\hat{O}G = 2F\hat{E}G$

و كذلك $F\hat{E}G = \frac{1}{2}F\hat{O}G$

ج - حالة خاصة :

(C) دائرة مركزها O
(AT) مماس الدائرة عند النقطة A
* الزاوية $B\hat{A}T$ محيطية والزاوية $A\hat{O}B$ مركزية تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$



إذن : $A\hat{O}B = 2B\hat{A}T$ ، و كذلك $B\hat{A}T = \frac{1}{2}A\hat{O}B$

2) زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس :

أ - خاصية ② :

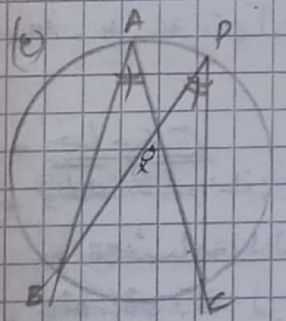
زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس تكونان متقايستان.

* مثال :

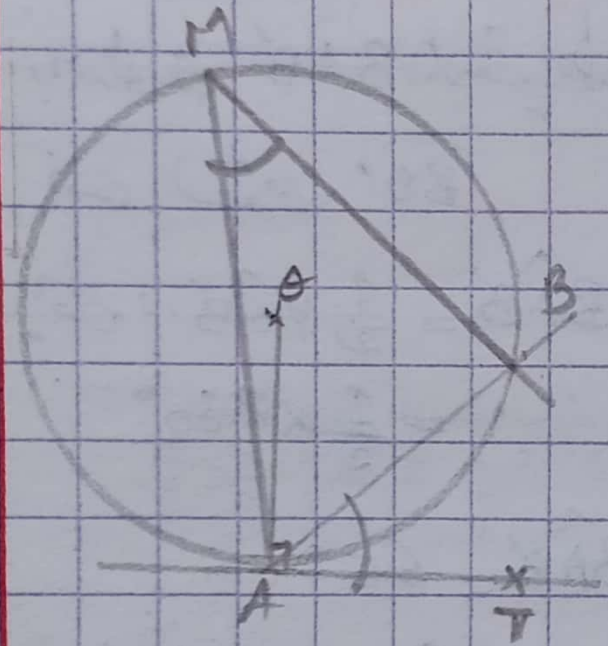
نعتبر الشكل جانبه

الزاويتان $B\hat{A}C$ و $B\hat{P}C$ محيطيتان تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{BC}$

إذن : $B\hat{A}C = B\hat{P}C$



ب- حالة خاصة:



(ع) دائرة مركزها O

(AT) مماس الدائرة عند النقطة A

الزاويتان $B\hat{A}T$ و $B\hat{M}A$

حيطتان تحصران القوس $\overset{\frown}{AB}$

إذن $\boxed{B\hat{A}T = B\hat{M}A}$

* ملاحظة:

$A\hat{O}B < 180°$

+ القوس $\overset{\frown}{AB}$ التي لا تحتوي على M تسمى القوس الصغرى

+ القوس $\overset{\frown}{AB}$ التي تحتوي على M تسمى القوس الكبرى

$A\hat{O}B > 180°$