الدرس ③ : التماثل المحوري

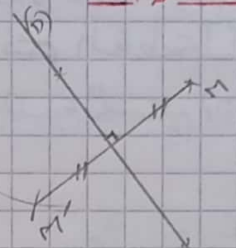
I - مماثلة نقطة بالنسبة لمستقيم :

1) نشاط ① :

(D) مستقيم و M نقطة خارجه

أنشئ النقطة M' بحيث يكون المستقيم (D) واسط القطعة [MM']

نسمي إذن النقطة M' مماثلة النقطة M بالنسبة للمستقيم (D)



2) تعريف :

(D) مستقيم و M نقطة خارجه

تكون النقطة M' مماثلة النقطة M بالنسبة للمستقيم (D) إذا كان (D) هو واسط القطعة [MM']

*** حالة خاصة :**

(D) مستقيم و M نقطة تنتمي إليه

نلاحظ أن مماثلة النقطة M بالنسبة للمستقيم (D) هي النقطة M نفسها

نقول إن مماثلة نقطة بالنسبة لمستقيم تنتمي إليه هي النقطة نفسها.

3) تمرين تطبيقي :

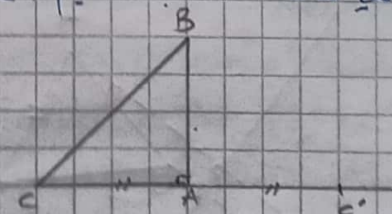
ABC مثلث قائم الزاوية في A. C' مماثلة C بالنسبة للنقطة A

① أنشئ الشكل.

② بين أن C' هي مماثلة C بالنسبة للمستقيم (AB)

*** الحل :**

① الشكل :



② لدينا C' هي مماثلة C بالنسبة ~~للمستقيم~~ للنقطة A

إذن A هو منتصف [CC'] ①

ونعلم أن المثلث ABC قائم الزاوية في A

إذن $(AB) \perp (AC)$

أي أن : $(AB) \perp (CC')$ ②

من ① و ② نستنتج أن (AB) هو واسط القطعة [CC']

وبالتالي فإن C' هي مماثلة C بالنسبة للمستقيم (AB)

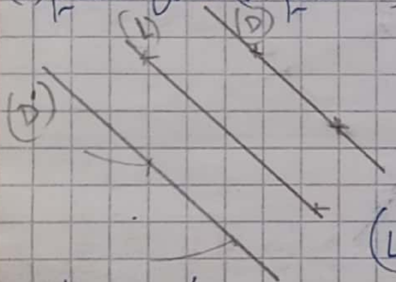
II - مماثل مستقيم بالنسبة لمستقيم :

1) نشاط ② :

*** الحالة ① :** (D) و (L) مستقيمان متوازيان

لننشئ (D') مماثل المستقيم (D) بالنسبة للمستقيم (L)

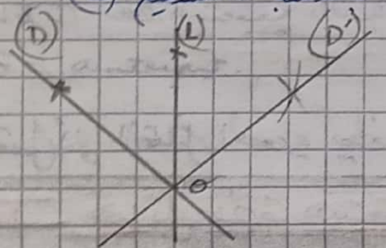
تقنية : لإنشاء مماثل المستقيم (D) بالنسبة للمستقيم (L) نحدد نقطتين مختلفتين على المستقيم (D) ثم ننشئ مماثليهما بالنسبة للمستقيم (L). المستقيم المار من هاتين النقطتين المماثلتين هو المستقيم (D') مماثل المستقيم (D) بالنسبة للمستقيم (L).



نلاحظ أن : $(L) // (D')$

*** الحالة ② :** (D) و (L) مستقيمان متقاطعان في نقطة O

لننشئ (D') مماثل (D) بالنسبة للمستقيم (L)



نلاحظ أن : (D') يمر هو الآخر من O

2) خاصية ① :

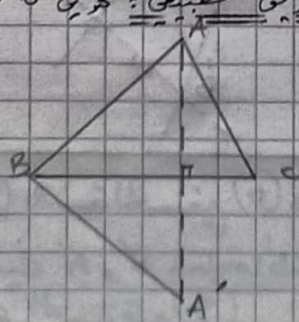
(D) و (L) مستقيمان و (D') مماثل (D) بالنسبة للمستقيم (L)

① إذا كان $(L) // (D)$ فإن : $(D') // (L)$

② إذا كان (D) يقطع (L) في نقطة O فإن (D') يقطع كذلك (L) في نفس النقطة O.

*** تمرين تطبيقي :** تمرين 6 ص 120 :

1)



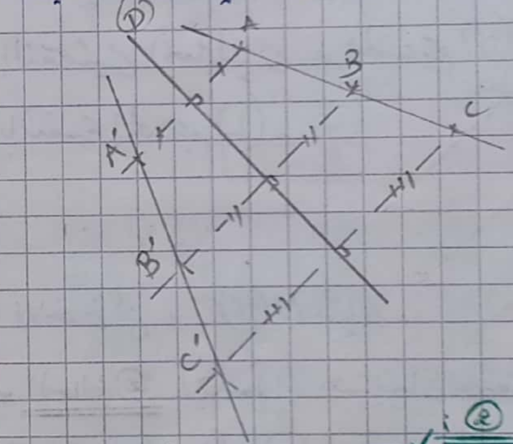
② مماثلة النقطة B بالنسبة للمستقيم (DC) هي النقطة B نفسها
ومماثلة النقطة A بالنسبة للمستقيم (BC) هي النقطة A'
وبالتالي فإن مماثل المستقيم (AB) بالنسبة للمستقيم (BC) هو المستقيم (A'B)

III- الحفاظ على استقامية النقط:

1) نشاط ③:

(D) مستقيم و A و B و C نقط مستقيمية لا تنتمي إلى المستقيم (D)
أنشئ A' و B' و C' مماثلات A و B و C على التوالي بالنسبة للمستقيم (D)

نلاحظ أن النقط A' و B' و C' هي كذلك مستقيمية



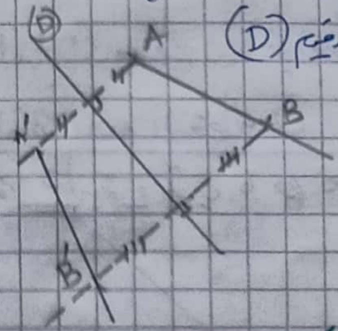
2) خاصية ②:

مماثلات نقط مستقيمية بالنسبة لمستقيم هي كذلك نقط مستقيمية.
ونقول أن التماثل المحوري يحافظ على استقامية النقط.

IV- مماثل نصف مستقيم بالنسبة لمستقيم:

1) نشاط ④:

(D) مستقيم و [AB) نصف مستقيم حيث: $A \notin (D)$ ، $B \notin (D)$
أنشئ نصف المستقيم [A'B') مماثل نصف المستقيم [AB) بالنسبة للمستقيم (D)



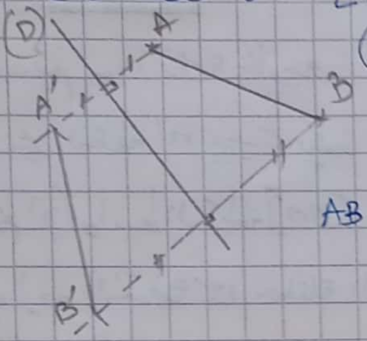
2) خاصية ⑥:

مماثل نصف المستقيم [AB) بالنسبة للمستقيم (D) هو نصف المستقيم [A'B') حيث A' و B' هما مماثلتا A و B على التوالي بالنسبة للمستقيم (D)

V- مماثلة قطعة بالنسبة لمستقيم:

1) نشاط ⑤:

[AB] قطعة و (D) مستقيم
أنشئ القطعة [A'B'] مماثلة القطعة [AB] بالنسبة للمستقيم (D)



نلاحظ أن AB = A'B'

2) خاصيات:

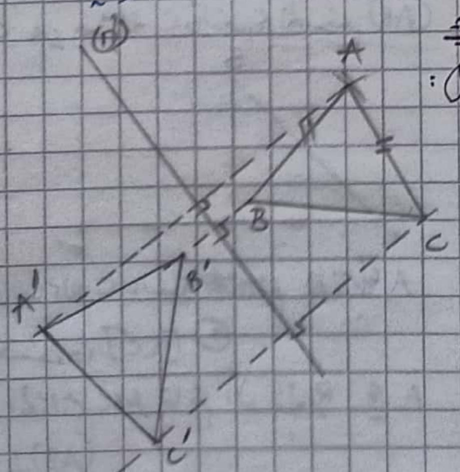
خاصية ④:
(D) مستقيم و [AB] قطعة
إذا كانت A' و B' مماثلتي A و B بالنسبة للمستقيم (D) فإن القطعة [A'B'] هي مماثلة القطعة [AB] بالنسبة للمستقيم (D)

خاصية ⑤:
إذا كانت القطعة [A'B'] هي مماثلة القطعة [AB] بالنسبة للمستقيم (D) فإن: $\boxed{AB = A'B'}$
نقول أن التماثل المحوري يحافظ على المسافة.

3) تمرين تطبيقي:

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A و (D) مستقيم
A' و B' و C' هي على التوالي مماثلات النقط A, B, C بالنسبة للمستقيم (D)
1) أنشئ الشكل
2) بين أن المثلث A'B'C' متساوي الساقين

الحل:
1) الشكل:



2) لدينا A' مماثلة A بالنسبة للمستقيم (D)
B' " B " "
C' " C " "

ولدينا التماثل المحوري يحافظ على المسافة

إذن: $AB = A'B'$ و $AC = A'C'$

وبما أن $AB = AC$ لأن ABC مثلث متساوي الساقين في A

فإن: $A'B' = A'C'$

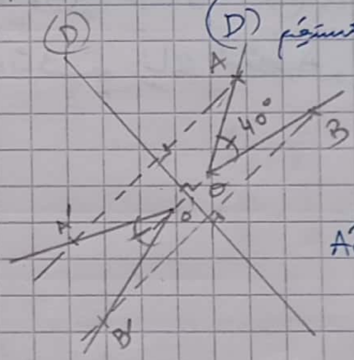
ومنه فإن المثلث $A'B'C'$ متساوي الساقين في A'

VI - مماثلة زاوية بالنسبة لمستقيم:

1) نشاط ⑥:

(D) مستقيم و $A\hat{O}B$ زاوية قياسها $40°$

* أنشئ النقط A' و O' و B' مماثلات النقط A و O و B على التوالي بالنسبة للمستقيم (D)
* ماذا تلاحظ؟



باستعمال المنقلة

نلاحظ أن: $A'\hat{O'}B' = 40°$

2) خاصية ⑥

مماثلة زاوية بالنسبة لمستقيم هي زاوية تقايسها

بتعبير آخر، إذا كانت A' و O' و B' هي على التوالي مماثلات A و O و B بالنسبة لمستقيم (D)

فإن: $A'\hat{O'}B' = A\hat{O}B$

نقول أن التماثل المحوري يحافظ على قياس الزوايا.

VII - مماثلة دائرة بالنسبة لمستقيم:

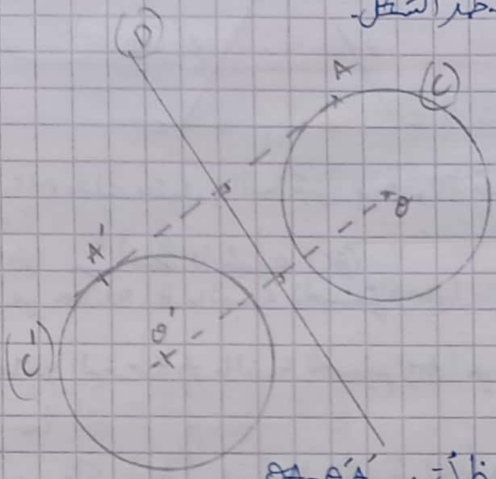
1) نشاط ⑦:

(C) دائرة مركزها O وشعاعها r و (D) مستقيم لا يقطع الدائرة (C). لتكن A نقطة من الدائرة (C)

1) أنشئ O' و A' مماثلتي O و A على التوالي بالنسبة للمستقيم (D)
2) أرسم الدائرة (C') التي مركزها O' وتمر من A'
3) ماذا تلاحظ؟

* الحل:

1) و 2) أنظر الشكل



3) نلاحظ أن: $OA = O'A'$

2) خاصية ⑦

مماثلة دائرة (C) مركزها O وشعاعها r بالنسبة لمستقيم (D) هي الدائرة (C') التي مركزها O' مماثلة O بالنسبة للمستقيم (D) ولها نفس الشعاع r

* ملاحظة هامة:

لإنشاء مماثلة دائرة بالنسبة لمستقيم (D)، ننشئ مماثل المركز بالنسبة للمستقيم (D) ونحتفظ بنفس الشعاع.