المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴰⵙⴳⵎⵉ ⴰⵣⴹⵖⴰⵔ ⵓⵔⵉⵖ

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

تمارين

نظمة معادلتين من الدرجة1 بمجهولين

المستـــــوى : الثالثـة ثانـوي إعـدادي

من إعداد الأستاذ : المهـــدي عنيـس

تمرين ① :

1) – حل جبريا النظمات الآتية :

أ) -- باستعمال طريقة التعويض :

$$\begin{cases} 3x+y=5 \\ 2x-5y=9 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x-2y+3=0 \\ 2x-4y+2=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 2x+y-7=0 \\ -4x-2y=-14 \end{cases}$$

ب) -- باستعمال طريقة التأليفة الخطية :

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ -x+4y=3 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x-2y-2=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} -3x+2y=1 \\ 6x-4y+5=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x+2y-1=0 \\ -2x-4y+2=0 \end{cases}$$

2) – حل مبيانيا النظمات الآتية :

$$\begin{cases} 3x+y-1=0 \\ 6x+2y-2=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} -3x-2y=-3 \\ 6x+4y+1=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} -x+y+3=0 \\ 2x-y-4=0 \end{cases}$$

تمرين ② :

قَالَتْ الأُمّ لِوَلَدِهَا : يُوجَدُ بِمحْفَظَتِي 47 دِرْهَمًا ؛ لَوْ اشْتَرَيْتُ $3\,kg$ مِنَ الطّمَاطِمِ وَ $4\,kg$ مِنَ الْبَطَاطِسِ ، لَبَقِيَ لَدَيّ 12 دِرْهَمًا وَ لَوْ اشْتَرَيْتُ $2\,kg$ مِنَ الطّمَاطِمِ وَ $8\,kg$ مِنَ الْبَطَاطِسِ لَبَقِيَ لَدَيّ 5 دَرَاهِمَ.

مَا هُوَ ثَمَنُ الْكِيلُوغْرَامِ مِنَ الطّمَاطِمِ وَ الْكِيلُوغْرَامِ مِنَ الْبَطَاطِسِ ؟

تمرين ③ :

أ) -- حل جبريا النظمة : $\begin{cases} x+y=30 \\ 4x+5y=140 \end{cases}$.

ب) -- اقْتَنَتْ إِحْدَى الإِعْدَادِيَات لِخزَانَتِهَا 30 قِصّةً لِمؤَلّفَيْنِ إِثْنَيْنِ ، ثَمَنُ الْقِصّةِ الْوَاحِدَةِ لِلْمؤَلّفِ الأَوّلِ هُوَ 40 دِرْهَمًا وَ ثَمَنُ الْقِصّةِ الْوَاحِدَةِ لِلْمؤَلّفِ الثّانِي هُوَ 50 دِرْهَمًا.

إِذَا عَلِمْتَ أَنّ الإِعْدَادِيّةَ أَدّتْ مَا مَجْمُوعُهُ 1400 دِرْهَمًا ،

فَمَا هُوَ عَدَدُ الْقِصَصِ لِلْمؤَلّفِ الأَوّلِ وَ عَدَدُ الْقِصَصِ لِلْمؤَلّفِ الثّانِي ؟

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

سلسلة تمارين

نظمة معادلتين من الدرجة1 بمجهولين

المستـــــوى : الثالثـة ثانـوي إعـدادي

من إعداد الأستاذ : المهـــــدي عنيـس

تمرين ① :

1) – لنحل جبريا النظمات الآتية :

أ) – باستعمال طريقة التعويض :

*/ حل النظمة : $\begin{cases} 3x+y=5 & (1) \\ 2x-5y=9 & (2) \end{cases}$:

-/ لنحدد y بدلالة x في المعادلة (1) :

$3x+y=5$ يعني أن : $y=5-3x$ (3)

-/ لنعوض y بقيمتها في المعادلة (2) :

$2x-5y=9$ يعني أن : $2x-5(5-3x)=9$ و منه فإن :

$$2x-25+15x=9$$
$$2x+15x=9+25$$
$$17x=34$$
$$x=\frac{34}{17}$$
$$x=2$$

-/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (3) :

$y=5-3x$ يعني أن : $y=5-3\times 2$

$$y=5-6$$
$$y=-1$$

و بالتالي حل هذه النظمة هو الزوج $(2;-1)$

*/ حل النظمة : $\begin{cases} x-2y+3=0 & (1) \\ 2x-4y+2=0 & (2) \end{cases}$:

-/ لنحدد x بدلالة y في المعادلة (1) :

$x-2y+3=0$ يعني أن : $x=2y-3$ (3) .

-/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (2) :

$2x-4y+2=0$ يعني أن : $2(2y-3)-4y+2=0$ و منه فإن $4y-6-4y+2=0$

أي : $0y-4=0$ و منه فإن $0y=4$ (لا يمكن)

و بالتالي فإن هذه النظمة ليس لها حل

*/ حـل النظمة : $\begin{cases} 2x+y-7=0 & (1) \\ -4x-2y=-14 & (2) \end{cases}$:

-/ لنحدد y بدلالة x في المعادلة (1) :

$2x+y-7=0$ يعني أن : $y=-2x+7$ (3) .

-/ لنعوض y بقيمتها في المعادلة (2) :

$-4x-2y=-14$ يعني أن : $-4x-2(-2x+7)=-14$ و منه فإن :

$-4x+4x-14=-14$

$0x=-14+14$

$0x=0$

و بالتالي فإن ما لا نهاية من الأزواج حلول هذه النظمة.

ب) - باستعمال طريقة التأليفة الخطية :

*/ حـل النظمة : $\begin{cases} x+2y=1 & (1) \\ -x+4y=3 & (2) \end{cases}$:

-/ بجمع المعادلتين (1) و (2) طرفا بطرف نحصل على ما يلي :

$x+2y-x+4y=1+3$ يعني أن : $6y=4$ و منه فإن : $y=\frac{4}{6}$ أي : $y=\frac{2}{3}$.

-/ بضرب طرفي المعادلة (1) في -2 نحصل على : $-2x-4y=-2$ (3)

-/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على ما يلي :

$-x+4y-2x-4y=3-2$ يعني أن : $-3x=1$ و منه فإن : $x=\frac{-1}{3}$

و بالتالي الزوج $\left(\frac{-1}{3};\frac{2}{3}\right)$ حـل هذه النظمة.

*/ حـل النظمة : $\begin{cases} 2x+y=3 & (1) \\ 3x-2y-2=0 & (2) \end{cases}$:

-/ بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على : $4x+2y=6$ (3)

-/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرف بطرف نحصل على ما يلي :

$3x-2y-2+4x+2y=6$ يعني أن : $7x-2=6$ ومنه فإن : $7x=6+2$ و بالتالي فإن : $x=\frac{8}{7}$.

-/ بضرب طرفي المعادلة (1) في -3 و طرفي المعادلة (2) في 2 نحصل على : $\begin{cases} -6x-3y=-9 & (4) \\ 6x-4y-4=0 & (5) \end{cases}$.

-/ بجمع المعادلتين (4) و (5) طرفا بطرف نحصل على :

$-6x-3y+6x-4y-4=-9$ يعني أن : $-7y=-9+4$ و منه فإن : $y=\frac{-5}{-7}=\frac{5}{7}$.

و بالتالي الزوج $\left(\frac{8}{7};\frac{5}{7}\right)$ حـل هذه النظمة.

*/ حـل النظمة : $\begin{cases} -3x+2y=1 & (1) \\ 6x-4y+5=0 & (2) \end{cases}$:

*/ بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على : $-6x+4y=2$ (3)

*/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على :

$6x-4y+5-6x+4y=2$ يعني أن : $0x+0y=2$ لا يمكن و منه فإن هذه النظمة ليس لها حـل.

*/ حـل النظمة : $\begin{cases} x+2y-1=0 & (1) \\ -2x-4y+2=0 & (2) \end{cases}$:

*/ بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على : $2x+4y-2=0$ (3) .

*/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على :

$-2x-4y+2+2x+4y-2=0$ يعني أن : $0x+0y=0$.

إذن ما لا نهاية من الأزواج حلول هذه النظمة.

2) – لنحـل مبيانيا النظمات الآتية :

*/ حـل النظمة : $\begin{cases} 3x+y-1=0 & (1) \\ 6x+2y-2=0 & (2) \end{cases}$:

نعتبر (D) و (Δ) مستقيمين بحيث : $\begin{cases} (D) \ : \ 3x+y-1=0 \\ (\Delta) \ : \ 6x+2y-2=0 \end{cases}$.

و منه لدينا : $\begin{cases} (D) \ : \ y=-3x+1 \\ (\Delta) \ : \ y=-3x+1 \end{cases}$.

نلاحظ أن للمستقيمين (D) و (Δ) نفس المعامل و نفس الأرتوب عند الأصل ، إذن : $(D)=(\Delta)$.

و بالتالي فإن : ما لا نهاية من الأزواج حلول هذه النظمة.

*/ حـل النظمة : $\begin{cases} -3x-2y=-3 \\ 6x+4y+1=0 \end{cases}$:

نعتبر (D) و (Δ) مستقيمين بحيث : $\begin{cases} (D) \ : \ -3x-2y=-3 \\ (\Delta) \ : \ 6x+4y+1=0 \end{cases}$.

و منه لدينا : $\begin{cases} (D) \ : \ y=\dfrac{-3}{2}x+\dfrac{3}{2} \\ (\Delta) \ : \ y=\dfrac{-3}{2}x-\dfrac{1}{4} \end{cases}$.

نلاحظ أن للمستقيمين (D) و (Δ) نفس المعامل وليس هما نفس الأرتوب عند الأصل ، إذن $(\Delta) \ // \ (D)$

و بالتالي فإن : هذه النظمة ليس لها حـل.

*/ حـل النظمة : $\begin{cases} -x+y+3=0 \\ 2x-y-4=0 \end{cases}$:

نعتبر (D) و (Δ) مستقيمين بحيث : $\begin{cases} (D) \ : \ -x+y+3=0 \\ (\Delta) \ : \ 2x-y-4=0 \end{cases}$.

و منه لدينا : $\begin{cases} (D) \ : \ y=x-3 \\ (\Delta) \ : \ y=-2x-4 \end{cases}$.

نلاحظ أن المستقيمين (D) و (Δ) ليس لهما نفس الميل ، إذن : (D) و (Δ) متقاطعان.

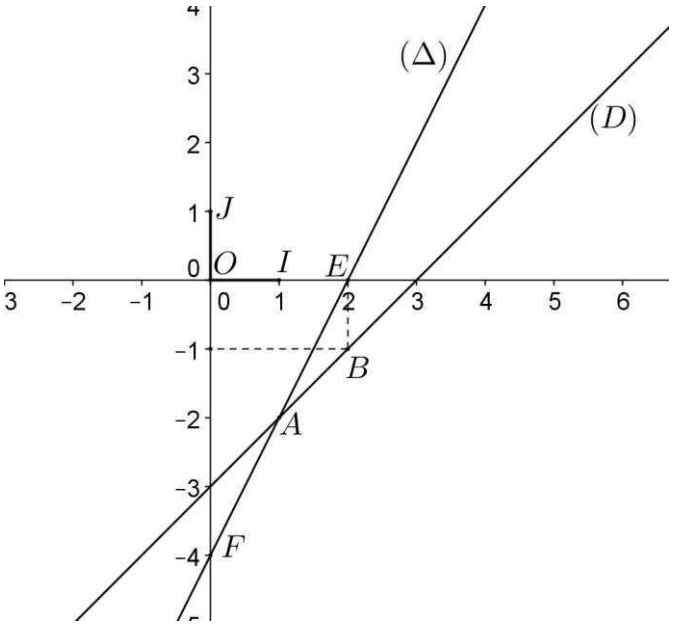
لنحدد إحداثيتي نقطة تقاطع (D) و (Δ) .

*/ نعتبر المستوى منسوبا إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

لتكن A و B نقطتين من (D) و E و F نقطتين من (Δ) بحيث :

x	1	2
y	-2	-1
$M(x;y)$	$A(1;-2)$	$B(2;-1)$

x	2	0
y	0	-4
$M(x;y)$	$E(2;0)$	$F(0;-4)$



نلاحظ من خلال المبيان أن المستقيمين (D) و (Δ) يتقاطعان في النقطة A .

و بالتالي فإن حـل هذه النظمة هو زوج إحداثيتي A ، أي : $(1;-2)$.

تمرين ② :

1) – اختيار المجهولين :

نعتبر x ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم و y ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطس .

2) – صياغة النظمة :

عند شراء $3\,kg$ من الطماطم و $4\,kg$ من البطاطس سيكون لدينا : $3x+4y+12=47$

و عند شراء $2\,kg$ من الطماطم و $8\,kg$ من البطاطس سيكون لدينا : $2x+8y+5=47$

إذن النظمة هي : $\begin{cases}3x+4y+12=47\\2x+8y+5=47\end{cases}$.

3) – حل النظمة :

النظمة تكافئ على التوالي : $\begin{cases}3x+4y=47-12\\2x+8y=47-5\end{cases}$

$$\begin{cases}3x+4y=35 \quad (1)\\x+8y=42 \quad (2)\end{cases}$$

*/ بضرب طرفي المعادلة (1) في (-2) نحصل على : $-6x-8y=-70$ (3)

*/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على :

$2x+8y-6x-8y=42-70$ يعني أن : $-4x=-28$ و منه فإن : $x=\dfrac{-28}{-4}$ أي $x=7$.

*/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (1) :

$3x+4y=35$ يعني أن : $3\times 7+4y=35$ و منه فإن : $4y=35-21$ أي $4y=14$ و منه فإن : $y=\dfrac{7}{2}$.

و بالتالي الزوج $\left(7\,;\dfrac{7}{2}\right)$ هو حل هذه المتراجحة.

4) – الرجوع إلى المسألة :

ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم هو : 7 دراهم.

ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطس هو : $\dfrac{7}{2}$ درهما أي : 3 دراهم و نصف درهم.

تمرين ③ :

I_ حل النظمة : $\begin{cases}x+y=30 \quad (1)\\4x+5y=140 \quad (2)\end{cases}$.

*/ لنحدد x بدلالة y في المعادلة (1) :

$x+y=30$ يعني أن : $x=30-y$ (3) .

*/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (2) :

$4x+5y=140$ يعني أن : $4(30-y)+5y=140$ و منه فإن : $120-4y+5y=140$

$-4y+5y=140-120$

$y=20$

*/ لنعوض y بقيمتها في المعادلة (3) :

$x=30-y$ يعني أن : $x=30-20$ و منه فإن : $x=10$.

و بالتالي فإن حل هذه المنظمة هو الزوج : $(10;20)$.

* * * * * * *

II _ حل المسألة :

1) – إختيار المجهولين :

نعتبر x عدد قص المؤلف الأول و y عدد قصص المؤلف الثاني.

2) – صياغة المنظمة :

عدد القصص التي إقتنتها المكتبة هو : $x+y=30$

ثمن شراء القصص هو : $40x+50y=1400$

إذن المنظمة هي : $\begin{cases} x+y=30 \\ 40x+50y=1400 \end{cases}$.

3) – حل المنظمة :

هذه المنظمة تكافئ على التوالي : $\begin{cases} x+y=30 \\ 4x+5y=140 \end{cases}$.

نلاحظ أن هذه المنظمة هي المنظمة أعلاه

و بالتالي فإن حلها هو الزوج : $(10;20)$.

4) – الرجوع إلى المسألة :

عدد قصص المؤلف الأول هو : 10 قصص

عدد قصص المؤلف الثاني هو 20 قصة.