المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴰ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵣⵣⴰⵢ

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

تمارين

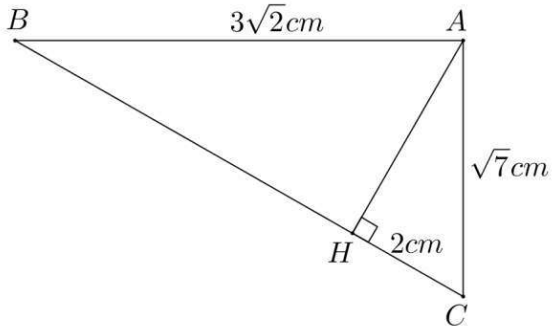
مبرهنة فيثاغورس + الحساب المثلثي

المستـــوى : الثالثـة ثانـوي إعـدادي

من إعداد الأستاذ : المهـــدي عنيـس

تمرين ① :

نعتبر الشكـل جانبه :

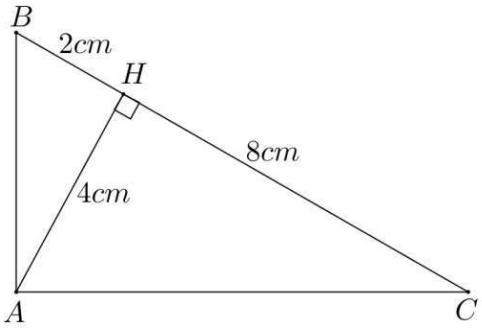


بحيث : H المسقط العمودي للنقطة A على (BC).

أحسب : AH ثم BH.

تمرين ② :

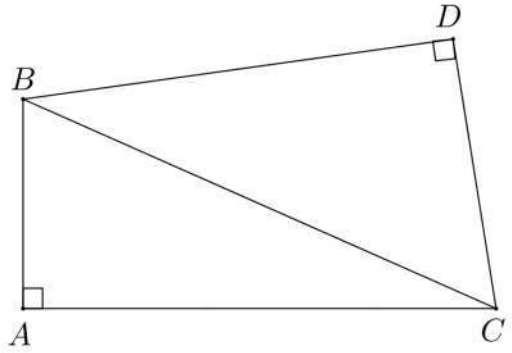
نعتبر الشكـل جانبه :



أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية.

تمرين ③ :

نعتبر الشكـل جانبه :



أثبت أن : $AB^2 + AC^2 = DB^2 + DC^2$

تمرين ④ :

ABC مثلث بحيث : $AB = 6\,cm$ و $AC = 8\,cm$ و $BC = 10\,cm$.

1) – أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2) – أحسب النسب المثلثية للزاوية $A\hat{B}C$.

3) – أرسم الشكـل ثم أنشئ H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC).

4) – أحسب : AH ثم CH.

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

حلول التمارين

مبرهنة فيثاغورس + الحساب المثلثي

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ①

1) – حساب : AH .

لدينا : H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

إذن : AHC مثلث قائم الزاوية في H .

و حسب مبرهن فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

أي : $\sqrt{7}^2 = AH^2 + 2^2$

و منه فإن :

$$AH^2 = \sqrt{7}^2 - 2^2$$
$$= 7 - 4$$
$$= 3$$

و بما أن : $AH > 0$ فإن : $\boxed{AH = \sqrt{3}\ cm}$.

2) – حساب : BH .

لدينا : H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

إذن المثلث AHB قائم الزاوية في H .

و حسب مبرهن فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AB^2 = HA^2 + BH^2$$

أي : $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{3}^2 + BH^2$

و منه فإن :

$$BH^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - \sqrt{3}^2$$
$$= 18 - 3$$
$$= 15$$

و بما أن : $BH > 0$ فإن : $\boxed{BH = \sqrt{15}}$.

تمرين ②

لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية .

أ) – لنحسب : AB .

لدينا من خلال الشكل : ABH مثلث قائم الزاوية في H .

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن : $AB^2 = HA^2 + HB^2$. أي :

$$AB^2 = 4^2 + 2^2$$
$$= 16 + 4$$
$$= 20$$

و بما أن : $AB > 0$ فإن : $AB = \sqrt{20}$ ، أي : $\boxed{AB = 2\sqrt{5}\ cm}$.

ب) – لنحسب : AC .

لدينا من خلال الشكل : ACH مثلث قائم الزاوية في H .

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن : $AC^2 = HA^2 + HC^2$. أي :

$$AC^2 = 4^2 + 8^2$$
$$= 16 + 64$$
$$= 80$$

و بما أن : $AC > 0$ فإن : $AC = \sqrt{80}$ ، أي : $\boxed{AC = 4\sqrt{5}\ cm}$.

ج) -- لنثبت أن : ABC مثلث قائم الزاوية .

لدينا : $\left.\begin{array}{rr} AB^2=20 & \\ AC^2=80 & \text{و} \\ BC^2=100 & \end{array}\right\}$ ، إذن : $BC^2=AB^2+AC^2$.

وحسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن ABC مثلث قائم الزاوية في A .

تمرين ③ :

لنثبت أن : $AB^2+AC^2=DB^2+DC^2$.

*/ لدينا من خلال الشكل ABC مثلث قائم الزاوية في A .

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $BC^2=AB^2+AC^2$. ①

*/ و لدينا من خلال الشكل DBC مثلث قائم الزاوية في D .

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $BC^2=DB^2+DC^2$. ②

و من ① و ② نستنتج أن : $\boxed{AB^2+AC^2=DB^2+DC^2}$.

تمرين ④ :

1) – لنثبت أن ABC مثلث قائم الزاوية.

لدينا : $\left.\begin{array}{rr} AB^2=6^2=36 & \\ AC^2=8^2=64 & \text{و} \\ BC^2=10^2=100 & \end{array}\right\}$ ، إذن : $BC^2=AB^2+AC^2$.

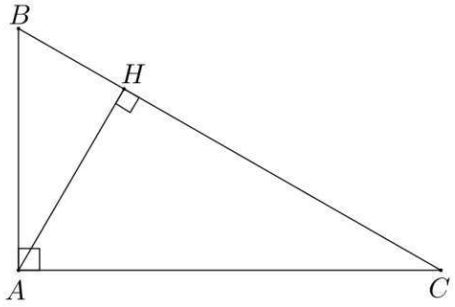
وحسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن ABC مثلث قائم الزاوية في A .

2) – لنحسب النسب المثلثية للزاوية $A\hat{B}C$:

*/ لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A .

إذن : $\left.\begin{array}{rr} \cos A\hat{B}C=\dfrac{AB}{BC} & \\ \sin A\hat{B}C=\dfrac{AC}{BC} & \text{و} \\ \tan A\hat{B}C=\dfrac{AC}{AB} & \end{array}\right\}$ ، أي : $\left.\begin{array}{rr} \cos A\hat{B}C=\dfrac{6}{10} & \\ \sin A\hat{B}C=\dfrac{8}{10} & \text{و} \\ \tan A\hat{B}C=\dfrac{8}{6} & \end{array}\right\}$ ، إذن : $\left.\begin{array}{rr} \boxed{\cos A\hat{B}C=\dfrac{3}{5}} & \\ \boxed{\sin A\hat{B}C=\dfrac{4}{5}} & \text{و} \\ \boxed{\tan A\hat{B}C=\dfrac{4}{3}} & \end{array}\right\}$.

3) – الشكل :



4) – */ لنحسب : AH .

بما أن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) ، فإن : ABH مثلث قائم الزاوية في H .

و منه فإن : $\sin A\hat{B}H = \frac{AH}{AB}$ ، أي : $\sin A\hat{B}H = \frac{AH}{6}$

و بما أن : $A\hat{B}H = A\hat{B}C$ (نفس الزاوية) ، فإن : $\sin A\hat{B}H = \sin A\hat{B}C$

أي : $\frac{AH}{6} = \frac{4}{5}$ يعني أن : $AH = \frac{6\times 4}{5}$

و بالتالي فإن : $\boxed{AH = \frac{24}{5}\,cm}$.

*/ لنحسب : CH .

بما أن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) ، فإن : ACH مثلث قائم الزاوية في H .

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فإن : $AC^2 = AH^2 + CH^2$ ، أي : $8^2 = \left(\frac{24}{5}\right)^2 + CH^2$.

و منه فإن :

$$CH^2 = 8^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2 = 64 - \frac{576}{25} = \frac{1600-576}{25} = \frac{1024}{25} .$$

و بما أن : $CH > 0$ فإن : $CH = \sqrt{\frac{1024}{25}}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{CH = \frac{32}{5}\,cm}$.