ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

تمارين

المعلم في المستوى

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ①:

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

1) – أنشئ النقط :

$A(2;-4)$ و $B(3;4)$ و $C(-1;3)$ و $D(-2;-2)$ و $E(0;-3)$ و $F(2;0)$

2) – حدد إحداثيتي M منتصف القطعة $[AC]$.

3) – حدد إحداثيتي N بحيث : F منتصف $[DN]$.

4) – أثبت أن : E منتصف $[AD]$.

5) – بين أن : $\overrightarrow{AB}(1;8)$.

6) – أحسب المسافتين : AB و DC.

7) – حدد إحداثيتي K صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى C.

8) – حدد إحداثيتي : $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$ ثم $-3\overrightarrow{EC}$.

9) – حدد إحداثيتي R بحيث : $\overrightarrow{AR}=2\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{BE}$.

تمرين ②:

المستوى منسوب إلى معلم ممنظم متعامد. نعتبر النقط :

$A(-2;3)$ و $B(1;-2)$ و $C(6;3)$ و $D(x;y)$

1) – حدد x و y بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

2) – حدد زوج إحداثيتي E بحيث : $2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{O}$.

3) – أثبت أن النقطة $F(2;2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

تمرين ③:

المستوى منسوب إلى معلم ممنظم متعامد. نعتبر النقط :

$A(1;-3)$ و $B(3;7)$ و $C(-3;1)$

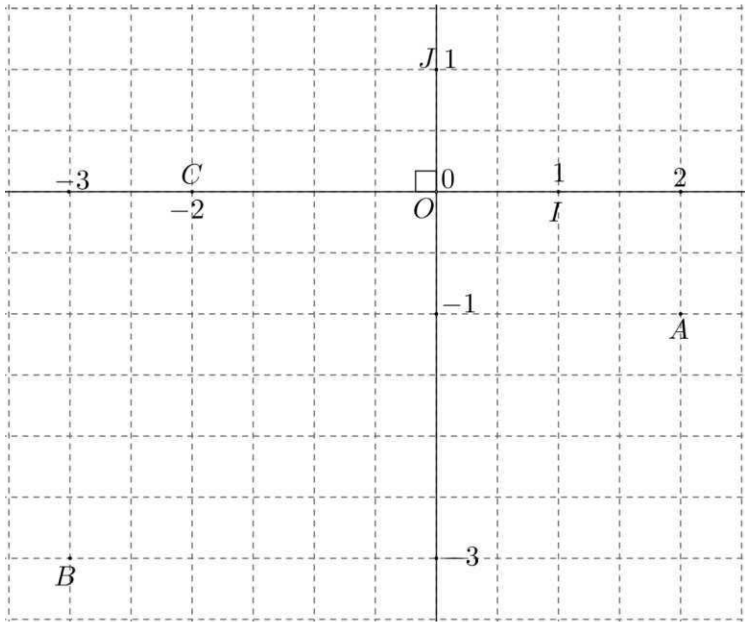
1) – أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2) – أحسب : $\tan A\hat{B}C$.

3) – أحسب S مساحة المثلث ABC. (وحدة الطول cm)

❀ تمرين ④:

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$. أنظر الشكل الآتي :



1) –حدد إحداثيتي كل من : A و B و C.

2) –أ) -- حدد إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

ب) -- بين أن : $AB=\sqrt{29}$.

3) –نعتبر النقطة $D\left(\frac{1}{2};1\right)$. أثبت أن : $(CD) // (AB)$.

4) –أثبت أن النقطة $E(-8;-5)$ تنتمي إلى المستقيم (AB).

❀ تمرين ⑤:

المستوى منسوب إلى معلم ممنظم متعامد. نعتبر النقط :

$A(2;5)$ و $B(-4;1)$ و $C(-2;-1)$ و $D(4;3)$ و $E(-1;3)$

1) –أثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

2) –حدد إحداثيتي M مركز الرباعي $ABCD$.

3) –أثبت أن النقطة $N(3;-3)$ تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.

4) –أثبت أن النقطة $F(6;-1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D.

5) –أثبت أن النقط A و B و E مستقيمية.

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵥⵥⵉⵍⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

حلول التمارين

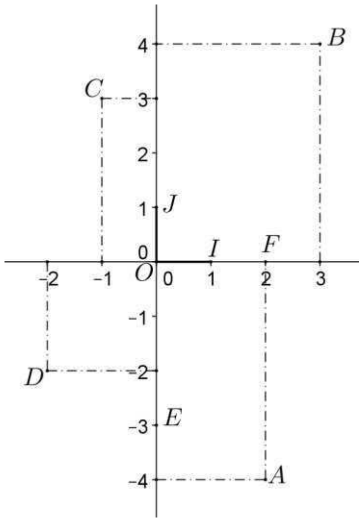
المعلم في المستوى

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ① :

1) – الشكل :



2) – لنحدد إحداثيتي M .

لدينا : M منتصف $[AC]$ يعني أن :

$M\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$ ، و منه فإن : $M\left(\dfrac{2-1}{2};\dfrac{-4+3}{2}\right)$ ، أي : $\boxed{M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{-1}{2}\right)}$.

3) – لنحدد إحداثيتي N :

لدينا : F منتصف $[DN]$ يعني أن : $\begin{cases} x_F=\dfrac{x_D+x_N}{2} \\ y_F=\dfrac{y_D+y_N}{2} \end{cases}$ ، أي : $\begin{cases} 2=\dfrac{-2+x_N}{2} \\ 0=\dfrac{-2+y_N}{2} \end{cases}$

و منه فإن : $\begin{cases} 4=-2+x_N \\ 0=-2+y_N \end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases} 4+2=x_N \\ 2=y_N \end{cases}$ ، أي : $\begin{cases} 6=x_N \\ 2=y_N \end{cases}$

و بالتالي فإن : $\boxed{N(6;2)}$.

4) – لنثبت أن : E منتصف $[AD]$.

لدينا : $\begin{cases} \dfrac{x_A+x_D}{2}=\dfrac{2-2}{2}=\dfrac{0}{2}=0 \\ \dfrac{y_A+x_D}{2}=\dfrac{-4-2}{2}=\dfrac{-6}{2}=-3 \end{cases}$ ، و بما أن : $E(0;-3)$ فإن : $\begin{cases} x_E=\dfrac{x_A+x_D}{2} \\ y_E=\dfrac{y_A+x_D}{2} \end{cases}$

و بالتالي فإن : E منتصف $[AD]$.

5) – لنبين أن : $\overrightarrow{AB}(1;8)$.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(3-2\,;\,4+4)$ أي : $\boxed{\overrightarrow{AB}(1;8)}$.

6) – */ حساب المسافة AB :

لدينا : $AB = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{1+64} = \sqrt{65}$ ، إذن : $\boxed{AB = \sqrt{65}}$.

*/ حساب المسافة DC :

لدينا : $DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2}$ يعني أن :

$$\begin{aligned} DC &= \sqrt{(-1+2)^2 + (3+2)^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{1+25} \\ &= \sqrt{26} \end{aligned}$$

إذن : $\boxed{DC = \sqrt{26}}$.

7) – لنحدد إحداثيتي K :

لدينا : K صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى C يعني أن : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AK}$ و منه فإن :

$\begin{cases} x_C - x_B = x_K - x_A \\ y_C - y_B = y_K - y_A \end{cases}$ أي : $\begin{cases} -1-3 = x_K - 2 \\ 3-4 = y_K + 4 \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} -4+2 = x_K \\ -1-4 = y_K \end{cases}$ أي : $\begin{cases} -2 = x_K \\ -5 = y_K \end{cases}$

و بالتالي فإن : $\boxed{K(-2;-5)}$.

8) – */ لنحدد إحداثيتي $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$:

لدينا : $\begin{cases} \overrightarrow{BC}(x_C - x_B\,;\,y_C - y_B) \\ \overrightarrow{AD}(x_D - x_A\,;\,y_D - y_A) \end{cases}$ أي : $\begin{cases} \overrightarrow{BC}(-1-3\,;\,3-4) \\ \overrightarrow{AD}(-2-2\,;\,-2+4) \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} \overrightarrow{BC}(-4\,;\,-1) \\ \overrightarrow{AD}(-4\,;\,2) \end{cases}$

و منه فإن : $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}(-4-4\,;\,-1+2)$ أي : $\boxed{\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}(-8;1)}$.

*/ لنحدد إحداثيتي $-3\overrightarrow{EC}$:

لدينا : $\overrightarrow{EC}(x_C - x_E\,;\,y_C - y_E)$ أي : $\overrightarrow{EC}(-1-0\,;\,3+3)$ ، إذن : $\overrightarrow{EC}(-1;6)$

و منه فإن : $-3\overrightarrow{EC}(-3\times(-1)\ ;\ -3\times 6)$ أي : $\boxed{-3\overrightarrow{EC}(3\ ;\ -18)}$.

9) – لنحدد إحداثيتي R :

لدينا : $\overrightarrow{AR} = 2\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BE}$ يعني أن : $\begin{cases} x_R - x_A = 2(x_F - x_A) - (x_E - x_B) \\ y_R - x_A = 2(y_F - y_A) - (y_E - y_B) \end{cases}$

و منه فإن : $\begin{cases} x_R - 2 = 2(2-2) - (0-3) \\ y_R + 4 = 2(0+4) - (-3-4) \end{cases}$ أي : $\begin{cases} x_R - 2 = 0+3 \\ y_R + 4 = 8+7 \end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases} x_R = 3+2 \\ y_R = 15-4 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} x_R = 5 \\ y_R = 11 \end{cases}$

وبالتالي فإن : $\boxed{R(5;11)}$.

❀ تمرين ② :

1) – لنحدد x و y :

لدينا : $ABCD$ متوازي الأضلاع يعني أن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و منه فإن : $\begin{cases} x_B-x_A=x_C-x_D \\ y_B-y_A=y_C-y_D \end{cases}$

إذن : $\begin{cases} 1+2=6-x \\ -2-3=3-y \end{cases}$ ، و منه فإن : $\begin{cases} 3-6=-x \\ -5-3=-y \end{cases}$ ، أي : $\begin{cases} -3=-x \\ -8=-y \end{cases}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{\begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases}}$

2) – لنحدد إحداثيتي E :

لدينا : $2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{O}$ يعني أن : $\begin{cases} 2(x_E-x_A)+(x_C-x_B)=0 \\ 2(y_E-y_A)+(y_C-y_B)=0 \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} 2(x_E+2)+(6-1)=0 \\ 2(y_E-3)+(3+2)=0 \end{cases}$

أي : $\begin{cases} 2x_E+4+5=0 \\ 2y_E-6+5=0 \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} 2x_E+9=0 \\ 2y_E-1=0 \end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases} 2x_E=-9 \\ 2y_E=1 \end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases} x_E=\dfrac{-9}{2} \\ y_E=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

و بالتالي فإن : $\boxed{E\left(\dfrac{-9}{2};\dfrac{1}{2}\right)}$.

3) – لنثبت أن النقطة $F(2;2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

لدينا :

$$FA=\sqrt{(x_A-x_F)^2+(y_A-y_F)} =\sqrt{(-2-2)^2+(3-2)^2} =\sqrt{16+1} =\sqrt{17}$$

$$FB=\sqrt{(x_B-x_F)^2+(y_B-y_F)^2} =\sqrt{(1-2)^2+(-2-2)^2} =\sqrt{1+16} =\sqrt{17}$$

$$FC=\sqrt{(x_C-x_F)^2+(y_C-y_F)^2} =\sqrt{(6-2)^2+(3-2)^2} =\sqrt{16+1} =\sqrt{17}$$

و منه فإن :

$$\boxed{FA=FB=FC}$$

و بالتالي فإن : $F(2;2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

❀ تمرين ③ :

1) – لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية :

لدينا :

$$AB^2=\left(\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}\right)^2 =\left(\sqrt{(3-1)^2+(7+3)^2}\right)^2 =\left(\sqrt{4+100}\right)^2 =\left(\sqrt{104}\right)^2 =104$$

$$AC^2=\left(\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C+y_A)}\right)^2 =\left(\sqrt{(-3-1)^2+(1+3)^2}\right)^2 =\left(\sqrt{16+16}\right)^2 =\left(\sqrt{32}\right)^2 =32$$

$$BC^2=\left(\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_c-y_B)^2}\right)^2 =\left(\sqrt{(-3-3)^2+(1-7)^2}\right)^2 =\left(\sqrt{36+36}\right)^2 =\left(\sqrt{72}\right)^2 =72$$

نلاحظ أن : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

و حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في C .

2) – لنحسب $\tan A\hat{B}C$:

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في B

إذن : $\tan A\hat{B}C = \dfrac{AC}{BC}$.

و بما أن : و $\left.\begin{matrix} AC^2 = 32 \\ BC^2 = 72 \end{matrix}\right\}$ فإن : $\left.\begin{matrix} AC = \sqrt{32} \\ BC = \sqrt{72} \end{matrix}\right\}$

و منه فإن : $\tan A\hat{B}C = \dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{72}}$ ، أي : $\tan A\hat{B}C = \dfrac{4\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{\tan A\hat{B}C = \dfrac{2}{3}}$.

3) – لنحسب مساحة المثلث ABC .

نضع S مساحة المثلث ABC .

لدينا إذن :

$$S = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{72}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = \frac{24 \times \sqrt{2}^2}{2} = \frac{24 \times 2}{2} = 24$$

و بالتالي فإن : $\boxed{S = 24\ cm^2}$.

❀ تمرين ④ :

1) – لنحدد إحداثيتي كل من A و B و C .

لدينا من خلال الشكـل : $A(2\,;-1)$ و $B(-3\,;-3)$ و $C(-2\,;0)$.

2) – أ) -- لنحدد إحداثيتي $\overrightarrow{AB}$.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(-3-2\,;-3+1)$ ، أي : $\boxed{\overrightarrow{AB}(-5\,;-2)}$

ب) -- لنبين أن : $AB = \sqrt{29}$.

لدينا : $AB = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

إذن : $\boxed{AB = \sqrt{29}}$.

3) – لنثبت أن : $(CD) \,//\, (AB)$.

نعلم أن : $\overrightarrow{AB}(-5\,;-2)$.

و لدينا : $\overrightarrow{CD}(x_D - x_C\,;\,y_D - y_C)$ يعني أن : $\overrightarrow{CD}\left(\dfrac{1}{2}+2\,;1-0\right)$ ، أي : $\overrightarrow{CD}\left(\dfrac{5}{2}\,;1\right)$.

إذن : $\dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AB}\left(\dfrac{-1}{2}\times(-5)\ ;\ \dfrac{-1}{2}\times(-2)\right)$ ، أي : $\dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AB}\left(\dfrac{5}{2}\,;1\right)$ و منه فإن : $\overrightarrow{CD} = \dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$

و بالتالي فإن : $(CD) \,//\, (AB)$.

4) –لنثبت أن النقطة $E(-8;-5)$ تنتمي إلى المستقيم (AB).

لدينا : $\overrightarrow{EA}(x_A-x_E\,;y_A-y_E)$ يعني أن : $\overrightarrow{EA}(2+8\,;-1+5)$ ، أي : $\overrightarrow{EA}(10\,;4)$.

و لدينا : $\overrightarrow{EB}(x_B-x_E\,;y_B-y_E)$ يعني أن : $\overrightarrow{EB}(-3+8\,;-3+5)$ ، أي : $\overrightarrow{EB}(5\,;2)$.

إذن : $2\overrightarrow{EB}(2\times5\,;2\times2)$ ، أي : $2\overrightarrow{EB}(10\,;4)$ و منه فإن : $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{EB}$

و بالتالي فإن : $E\in(AB)$.

❀ تمرين ⑤ :

1) –لنثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(-4-2\,;1-5)$ ، أي : $\overrightarrow{AB}(-6\,;-4)$.

و لدينا : $\overrightarrow{DC}(x_C-x_D\,;y_C-y_D)$ يعني أن : $\overrightarrow{DC}(-2-4\,;-1-3)$ ، أي : $\overrightarrow{DC}(-6\,;-4)$.

إذن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و منه فإن : الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

2) –لنحدد إحداثيتي M .

لدينا M مركز الرباعي $ABCD$ يعني أن : M منتصف القطريين $[AC]$ و $[BD]$

و منه فإن : $M\left(\dfrac{x_A+x_C}{2}\,;\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$ يعني أن : $M\left(\dfrac{2-2}{2}\,;\dfrac{5-1}{2}\right)$ ، أي : $\boxed{M(0\,;2)}$.

3) –لنثبت أن النقطة $N(3\,;-3)$ تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.

لدينا :

$$NA=\sqrt{(x_A-x_N)^2+(y_A-y_N)^2}=\sqrt{(2-3)^2+(5+3)^2}=\sqrt{1+64}=\sqrt{65}$$

و

$$NB=\sqrt{(x_B-x_N)^2+(y_B-y_N)^2}=\sqrt{(-4-3)^2+(1+3)^2}=\sqrt{49+16}=\sqrt{65}$$

إذن : $NA=NB$ و منه فإن : N تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.

4) –لنثبت أن النقطة $F(6\,;-1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D .

لدينا : $\overrightarrow{BD}(x_D-x_B\,;y_D-y_B)$ يعني أن : $\overrightarrow{BD}(4+4\,;3-3)$ ، أي : $\overrightarrow{BD}(8\,;0)$.

و لدينا : $\overrightarrow{CF}(x_F-x_C\,;y_F-y_C)$ يعني أن : $\overrightarrow{CF}(6+2\,;-1+1)$ ، أي : $\overrightarrow{CF}(8\,;0)$.

إذن : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CF}$ و بالتالي فإن : $F(6\,;-1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D.

5) –لنثبت أن النقط A و B و E مستقيمية .

نعلم أن : $\overrightarrow{AB}(-6\,;-4)$

و لدينا : $\overrightarrow{AE}(x_E-x_A\,;y_E-y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AE}(-1-2\,;3-5)$ ، أي : $\overrightarrow{AE}(-3\,;-2)$.

إذن : $2\overrightarrow{AE}(2\times(-3)\;;\;2\times(-2))$ ، أي : $2\overrightarrow{AE}(-6\,;-4)$ و منه فإن : $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AE}$

و بالتالي فإن : أن النقط A و B و E مستقيمية .