نيابة طنجة-أصيلة | الامتحان الموحد المحلي | مادة : الرياضيات

الثانوية الإعدادية المسيرة | لدورة يناير 2016 | مدة الإنجاز : ساعتان

التمرين الأول : (6,5 ن)

1- أحسب مايلي : $A=\left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}+2\sqrt{3}\right]^2$; $B=3\sqrt{48}+2\sqrt{27}-\sqrt{75}$; $C=\left(1-\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)$

$D=\sqrt{5+2\sqrt{5}}\times\sqrt{5-2\sqrt{5}}$ $\quad E=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{2}}$

2- أنشر وبسط : $\left(2+\sqrt{6}\right)^2$ ثم استنتج تبسيطا للعدد $F=2\sqrt{10+4\sqrt{6}}-2\sqrt{6}$

3- اوجد الكتابة العلمية للعدد : $M=\frac{60\times10^{-4}}{0,003\times10^{3}}$

4- عمل ما يلي : $N=(x-5)(2x+3)+(4-x)(x-5)$

التمرين الثاني : (4 ن)

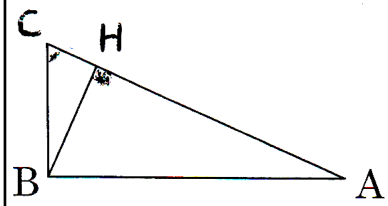
قارن $3\sqrt{6}$ و $4\sqrt{3}$ ثم استنتج مقارنة $-\frac{1}{4\sqrt{3}}+7$ و $-\frac{1}{3\sqrt{6}}+7$

1- x و y عددان حقيقيان حيث : $1\le 2x-5\le 3$ و $-3\le y\le -2$

أ- بين أن $3\le x\le 4$

ب- أطر كل من : $x+y$ و $x-y$ و xy و y^2

التمرين الثالث : (3,5 ن)



ABC مثلث حيث $AC=8$ و $AB=4\sqrt{3}$ و $BC=4$

1- بين ان المثلث ABC قائم الزاوية .

2- أحسب النسب المثلثية للزاوية $\widehat{ACB}$

3- لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على (AC)

أ- بين أن $CH=2$

ب- احسب BH

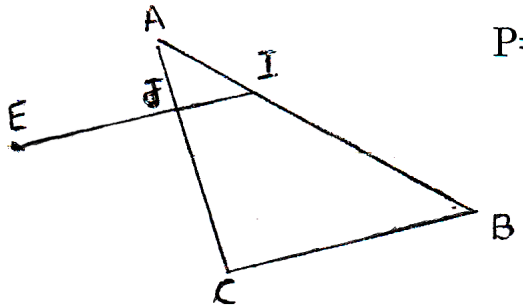
التمرين الرابع : (2 ن)

1- α قياس لزاوية حادة حيث $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$ احسب $\cos\alpha$ و $\tan\alpha$

2- احسب : $P=3\cos^2 32°+\sin 29°+3\cos^2 58-\cos 61°$

التمرين الخامس : (2,5 ن)

نعتبر الشكل جانبه :



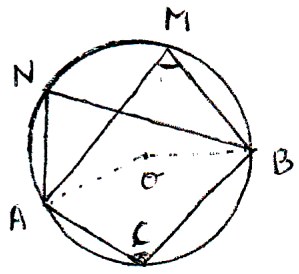
$AC=6$ و $AB=8$ و $BC=4$ و $AJ=1,5$

بحيث (BC) // (IJ)

1- أحسب AI و IJ

2- لتكن E نقطة من (IJ) حيث $EJ=3$ بين أن (EC)//(AI)

التمرين السادس : (1,5 ن)



نعتبر الشكل التالي حيث O مركز الدائرة

حيث $\widehat{AMB}=80°$

أحسب $\widehat{ANB}$ و $\widehat{AOB}$ و $\widehat{ACB}$

التمرين 1

1) أحسب ما يلي :

لدينا. $A=\left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}+2\sqrt{3}\right]^2$

$A=\left[\sqrt{3}+2\sqrt{3}\right]^2$

$A=\left(3\sqrt{3}\right)^2$

$\boxed{A=27}$

لدينا. $B=3\sqrt{48}+2\sqrt{27}-\sqrt{75}$

$B=3\times\sqrt{16}\times\sqrt{3}+2\times\sqrt{9}\times\sqrt{3}-\sqrt{25}\times\sqrt{3}$

$B=3\times4\sqrt{3}+2\times3\times\sqrt{3}-5\sqrt{3}$

$B=12\sqrt{3}+6\sqrt{3}-5\sqrt{3}$

$\boxed{B=13\sqrt{13}}$

لدينا. $C=(1-\sqrt{2})(2-\sqrt{2})$

$C=2-\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{2}^2$

$C=2-3\sqrt{2}+2$

$\boxed{C=4-3\sqrt{2}}$

لدينا. $D=\sqrt{5+2\sqrt{5}}\times\sqrt{5-2\sqrt{5}}$

$D=\sqrt{(5+2\sqrt{5})(5-2\sqrt{5})}$

$D=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}$

$D=\sqrt{25-20}$

$\boxed{D=\sqrt{5}}$

لدينا. $E=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{2}}$

$E=\frac{1\times(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}-\frac{2\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$E=\frac{3+2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2}$

$E=\frac{3+2\sqrt{2}}{9-8}-\frac{2\sqrt{2}}{2}$

$E=3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$\boxed{E=3}$

2) أنشر وأبسط :

لدينا. $(2+\sqrt{6})^2=2^2+2\times2\times\sqrt{6}+\sqrt{6}^2$

$(2+\sqrt{6})^2=4+4\sqrt{6}+6=10+4\sqrt{6}$

استنتاج : $F=2\sqrt{10+4\sqrt{6}}-2\sqrt{6}$.

$F=2\sqrt{(2+\sqrt{6})^2}-2\sqrt{6}$

$F=2(2+\sqrt{6})-2\sqrt{6}$

$$F = 4 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$$

$$\boxed{F = 4}$$

3) الكتابة العلمية:

لدينا.

$$M = \frac{60 \times 10^{-4}}{0,003 \times 10^{3}}$$

$$= \frac{6 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{0}}$$

$$M = 2 \times 10^{-3}$$

4) لنُعمل العدد N:

$$N = (x-5)(2x+3) + (4-x)(x-5)$$

$$N = (x-5)[2x+3+4-x]$$

$$N = (x-5)(x+7)$$

التمرين 2

المقارنة:

$$(3\sqrt{6})^2 = 9 \times 6 = 54$$

$$(4\sqrt{3})^2 = 16 \times 3 = 48$$

بما أن العددين $3\sqrt{6}$ و $4\sqrt{3}$ موجبين

فإن: $3\sqrt{6} > 4\sqrt{3}$

استنتاج:

لدينا حسب ما سبق: $3\sqrt{6} > 4\sqrt{3}$

$$-3\sqrt{6} < -4\sqrt{3}$$

$$-\frac{1}{3\sqrt{6}} > -\frac{1}{4\sqrt{3}}$$

$$-\frac{1}{3\sqrt{6}} + 7 > -\frac{1}{4\sqrt{3}} + 7$$

1) أ- لنبين أن $3 \leqslant x \leqslant 4$:

لدينا $1 \leqslant 2x-5 \leqslant 3$

$$1+5 \leqslant 2x-5+5 \leqslant 3+5$$

$$\frac{1}{2} \times \left(6 \leqslant 2x \leqslant 8 \right)$$

ومنه $\boxed{3 \leqslant x \leqslant 4}$

1) ب- لنأطر $x+y$ و $x-y$ و xy و y^2:

لدينا $3 \leqslant x \leqslant 4$.

و $-3 \leqslant y \leqslant -2$

إذن $3+(-3) \leqslant x+y \leqslant 4+(-2)$

إذن $\boxed{0 \leqslant x+y \leqslant 2}$

لكي نأطر $x-y$ يجب أن نأطر $x+(-y)$.

لدينا $3 \leqslant x \leqslant 4$ و $-3 \leqslant y \leqslant -2$

إذن $3 \leqslant x \leqslant 4$ و $2 \leqslant -y \leqslant 3$

إذن $2+3 \leqslant x+(-y) \leqslant 3+4$

إذن $\boxed{5 \leqslant x-y \leqslant 7}$

• لنأطر xy :

لدينا $4 \geq x \geq 3$ و $-2 \geq y \geq -3$

أي $4 \geq x \geq 3$ و $3 \leq -y \leq 2$

إذن $3 \times 2 \leq -xy \leq 4 \times 3$

إذن $6 \leq -xy \leq 12$

إذن $\boxed{-12 \leq xy \leq -6}$

• لنأطر y^2 : لدينا $-2 \geq y \geq -3$

إذن $(-2)^2 \leq y^2 \leq (-3)^2$

إذن $\boxed{4 \leq y^2 \leq 9}$

التمرين 3

1) لنبين أن ABC مثلث قائم الزاوية:

في المثلث ABC، لدينا : $AC^2 = 8^2 = 64$

و $BC^2 + BA^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = 16 + 48 = 64$

أي $AC^2 = BC^2 + BA^2$

حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية، المثلث ABC قائم الزاوية في B .

2) لنحسب النسب المثلثية للزاوية $\widehat{ACB}$:

$\sin(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{AC} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$\tan(\widehat{ACB}) = \frac{AB}{BC} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

3)-أ- لنبين أن $CH = 2$:

• في المثلث HBC، لدينا $\cos(\widehat{BCH}) = \frac{CH}{BC}$

أي $\cos(\widehat{BCH}) = \frac{CH}{4}$

و بما أن $\widehat{BCH} = \widehat{BCA}$ (زاويتان منطبقتان)

فإن $\cos(\widehat{BCH}) = \cos(\widehat{BCA})$

أي $\frac{CH}{4} = \frac{1}{2}$

إذن $CH = \frac{4}{2} = 2$ ومنه $\boxed{CH = 2}$

3)-ب- لنحسب BH :

• هي المثلث HBC القائم الزاوية في H

حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

$BC^2 = CH^2 + BH^2$

$4^2 = 2^2 + BH^2$

$16 - 4 = BH^2$

$12 = BH^2$

إذن $\sqrt{12} = BH$

إذن $\boxed{2\sqrt{3} = BH}$

التمرين 4

1) لنحسب $\cos(\alpha)$ و $\tan(\alpha)$

نعلم أن $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$.

$$\cos^2(\alpha) = 1 - \sin^2(\alpha)$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$\cos^2(\alpha) = 1 - \frac{3}{9} = 1 - \frac{1}{3}$$

$$\cos^2(\alpha) = \frac{2}{3}$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (\cos(\alpha) \geqslant 0)$$

إذن $\boxed{\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{6}}{3}}$

لدينا $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

$$= \frac{\sqrt{3}/3}{\sqrt{6}/3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{3}{\sqrt{6}}$$

إذن $\tan(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

التمرين 5

1) لنحسب AI و IJ:

في المثلث ABC، لدينا $\begin{cases} I \in (AB) \\ J \in (AC) \\ (IJ) \parallel (BC) \end{cases}$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة:

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$$

$$\frac{AI}{8} = \frac{1,5}{6} = \frac{IJ}{4}$$

إذن $\frac{AI}{8} = \frac{1,5}{6}$ إذن $\boxed{AI = 2}$

و $\frac{IJ}{4} = \frac{1,5}{6}$ إذن $\boxed{IJ = 1}$

2) لنبين أن $(EC) \parallel (AI)$:

في المثلث AJI، لدينا $E \in (JI)$ و $C \in (AJ)$

$$\frac{JI}{JE} = \frac{1}{3}$$

و

$$\frac{JA}{JC} = \frac{1,5}{AC - AJ} = \frac{1,5}{6 - 1,5} = \frac{1}{3}$$

و

إذن: $\frac{JI}{JE} = \frac{JA}{JC}$ و النقط J و I و J و E و C في نفس ترتيب النقط J و A و C.

حسب مبرهنة طاليس ع: $(EC) \parallel (AI)$

التمرين 6

لنحسب $\widehat{ANB}$: الزاويتان $\widehat{ANB}$ و $\widehat{AMB}$ محيطيتان وتحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$

إذن: $\widehat{ANB} = \widehat{AMB} = 80°$

لنحسب $\widehat{AOB}$: الزاوية $\widehat{AOB}$ مركزية ومرتبطة بالزاوية المحيطية $\widehat{AMB}$ وتحصران نفس القوس، إذن: $\widehat{AOB} = 2\widehat{AMB} = 160°$

لنحسب $\widehat{ACB}$: لدينا $\widehat{ACB} = \frac{360° - 160°}{2}$

إذن $\boxed{\widehat{ACB} = 100}$