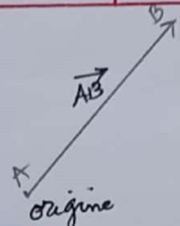
Chapitre ⑥ : Vecteurs et translations

Vecteurs

→ **Élément d'un vecteur :** $\overrightarrow{AB}$ vecteur

* Direction : droite (AB)
* Sens : sens de demi droite $[AB)$ de $A \to B$
* Module (Norme) : Distance AB



→ **Égalité de deux vecteurs :** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que

* même direction $(AB) \parallel (CD)$
* même sens : $A \to B \equiv C \to D$
* même norme : $AB = CD$

deux vecteurs sont égaux s'ils ont même éléments

* **Opposé d'un vecteur :**

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$ vecteur nul

$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ s'appelle opposé de $\overrightarrow{AB}$

Somme de deux vecteurs

① **Relation de Chasles**

$\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$

② **parallélogramme**

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ signifie que $ABCD$ parallélogramme

Somme de plusieurs vecteurs

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 3\,\overrightarrow{AB}$

$\underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \dots + \overrightarrow{AB}}_{a \text{ fois}} = a\,\overrightarrow{AB}$

* **Remarque :** Pour sommer trois vecteurs (ou plus), on additionne deux vecteurs parmi eux et on ajoute à leur somme le troisième vecteur, cela en utilisant la translation pour appliquer la relation de Chasles.

⇒ **Milieu :** I milieu de AB donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ ou $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$

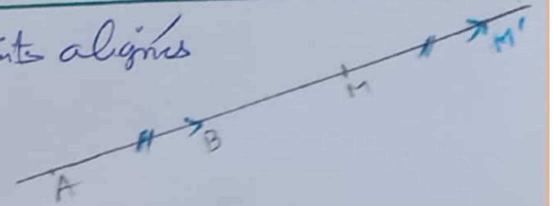
Translation

→ **Définition :** Le point M' est l'image du point M par la translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$ (ou bien qui transforme A en B) signifie que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

Cas ① : A, B et M points alignés

donc $M' \in (AB)$

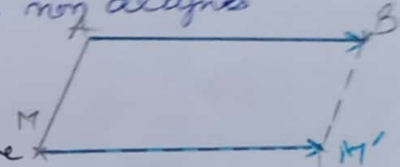
c.à.d $\begin{cases} M' \in [AB) \\ MM' = AB \end{cases}$



Cas ② : A, B et M points non alignés

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

donc $ABM'M$ parallélogramme



donc on cherche M' le quatrième sommet du parallélogramme $ABM'M$ par le compas

parallélogramme ABCD

Égalité

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

Somme

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

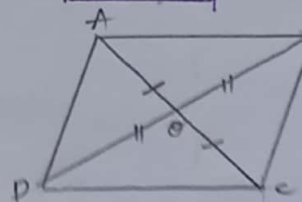
$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

Diagonales

Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu O



Pour montrer que $ABCD$ est parallélogramme il suffit de montrer une des relations précédentes