

Chapitre (2): Triangle rectangle et cercle

milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle

Propriété directe: propo ①.

Si un triangle est rectangle, alors le milieu de son hypoténuse est équidistant aux sommets de ce triangle.

D'une autre façon: si ABC est un triangle rectangle en A et M milieu de [BC], alors:

$$MA = MB = MC$$

Propriété réciproque: propo ②.

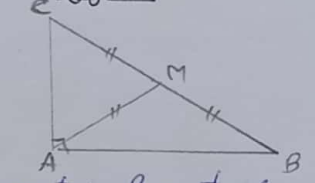
Si le milieu de l'un des côtés d'un triangle est équidistant à ses sommets, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé à ce côté.

D'une autre façon, si ABC est un triangle et M milieu de [BC] tel que $MA = MB = MC$ alors ABC est un triangle rectangle en A.

ABC triangle rectangle en A + M milieu de l'hypoténuse [BC] $\xrightarrow[\text{direct}]{\text{propo ①}}$ Egalité $MA = MB = MC$

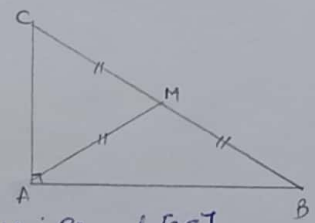
ABC triangle et M milieu de [BC] + Egalité $MA = MB = MC$ $\xrightarrow[\text{réciproque}]{\text{propo ②}}$ Le triangle ABC est rectangle en A

Figure



ABC triangle rectangle en A, M milieu de [BC] donc $MA = MB = MC$

Figure



M milieu de [BC] et $MA = MB = MC$ donc le triangle ABC est rectangle en A

Triangle rectangle et cercle

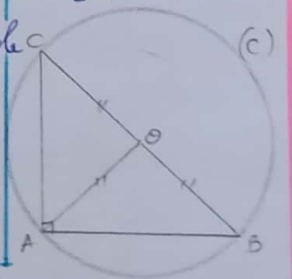
Propriété directe: propo ③.

Si un triangle rectangle, alors le milieu de son hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit de rayon la moitié de l'hypoténuse.

D'une autre façon, si ABC est un triangle rectangle en A et O milieu de son hypoténuse [BC], alors O est le centre du cercle circonscrit à ce triangle de rayon $\frac{BC}{2}$.

Figure

ABC triangle rectangle en A O milieu de l'hypoténuse [BC]



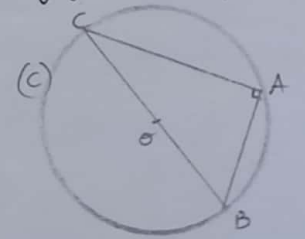
Propriété réciproque: propo ④.

Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé à ce côté.

D'une autre façon: si ABC est un triangle inscrit dans un cercle de diamètre [BC], alors ce triangle est rectangle en A.

Le cercle circonscrit au triangle ABC est de centre O et de rayon $\frac{BC}{2}$

Figure



Le triangle ABC est rectangle en A car [BC] est diamètre du cercle.

ABC triangle rectangle en A + M milieu de l'hypoténuse [BC] $\xrightarrow[\text{direct}]{\text{propo ③}}$ M centre du cercle circonscrit au triangle ABC de rayon $\frac{BC}{2}$

ABC triangle inscrit dans un cercle + [BC] diamètre à ce cercle $\xrightarrow[\text{réciproque}]{\text{propo ④}}$ Le triangle ABC est rectangle en A