

3 Proportionnalité

3.1 Exemple

: 4 ou × $\frac{1}{4}$	↻	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 2px;">côté d'un carré en cm</td> <td style="padding: 2px; width: 30px; text-align: center;">3</td> <td style="padding: 2px; width: 30px; text-align: center;">12</td> <td style="padding: 2px; width: 30px;"></td> <td style="padding: 2px; width: 30px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">périmètre du carré en cm</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px; text-align: center;">28</td> <td style="padding: 2px; text-align: center;">15</td> </tr> </table>	côté d'un carré en cm	3	12			périmètre du carré en cm			28	15	↻	× 4
côté d'un carré en cm	3	12												
périmètre du carré en cm			28	15										

Pour trouver le périmètre d'un carré, on multiplie toujours la longueur du côté par le même nombre : quatre.

$P = 4 \times C$. Ici on a exprimé le périmètre en fonction de la longueur du côté.

Le périmètre et la longueur du côté sont proportionnels.

Le tableau est appelé : tableau de proportionnalité

4 et $\frac{1}{4}$ sont les coefficients de proportionnalité.

3.2 Reconnaître un tableau de proportionnalité

Propriété :

Un tableau de deux lignes est un tableau de proportionnalité si pour passer d'un nombre de la première ligne au nombre de la seconde ligne situé dans la même colonne on multiplie toujours par le même nombre.

Exemple 1 :

15	10	0,8	5
45	30	2,4	15

Ce tableau est un tableau de proportionnalité car on multiplie les nombres de la première ligne par 3 pour trouver les nombres de la seconde ligne. Un des coefficients de proportionnalité est 3.

$$15 \times 3 = 45 \quad 10 \times 3 = 30 \quad 0,8 \times 3 = 2,4 \quad 5 \times 3 = 15$$

Remarque 1 : $10 + 5 = 15$ et $30 + 15 = 45$
 $2 \times 5 = 10$ et $2 \times 15 = 30$

Remarque 2 : $\frac{15}{45} = \frac{10}{30} = \frac{0,8}{2,4} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ qui est le coefficient permettant d'aller de la seconde ligne à la première.

Exemple 2 :

7	21	28
35	105	145

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité car :

$$7 \times 5 = 35$$

$$21 \times 5 = 105$$

$$\text{mais } 28 \times 5 = 140 \neq 145$$

On ne multiplie pas la première ligne par le même nombre pour trouver la seconde ligne.

$$\text{Remarque : } 7 + 21 = 28 \text{ mais } 35 + 105 \neq 145$$

$$4 \times 7 = 28 \text{ mais } 4 \times 35 \neq 145$$

3.3 Compléter un tableau de proportionnalité

Voici un tableau de proportionnalité à compléter.

15	10	25	42	30		0,175
37,5					24	

a) Trouver un des coefficients de proportionnalité :

Il suffit de connaître les nombres d'une colonne.

Soit k le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la seconde ligne.

On sait grâce à la première colonne que : $15 \times k = 37,5$ c'est une équation.

$$\frac{15 \times k}{15} = \frac{37,5}{15}$$

$$k = 2,5$$

Vérifions : $15 \times 2,5 = 37,5$ OK

b) Maintenant que l'on connaît le coefficient on peut calculer les nombres de la seconde ligne grâce à ceux de la première ligne.

$$10 \times 2,5 = 25$$

$$25 \times 2,5 = 62,5$$

$$42 \times 2,5 = 105$$

$$30 \times 2,5 = 75$$

$$0,175 \times 2,5 = 0,4375$$

Remarque :

on pouvait calculer certaines valeurs sans le coefficient

car $15 \times 2 = 30$ donc pour la cinquième colonne on trouve $37,5 \times 2 = 75$

car $15 + 10 = 25$ donc grâce aux deux premières colonnes on trouve la troisième :

$$37,5 + 25 = 62,5$$

c) Pour trouver les nombres de la première ligne à partir de ceux de la seconde ligne on peut :

soit diviser la seconde ligne par le coefficient déjà trouvé : $24 : 2,5 = 9,6$

soit chercher le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la seconde ligne à la première : appelons le t on a $37,5 \times t = 15$

$$\frac{37,5 \times t}{37,5} = \frac{15}{37,5}$$

$$t = 0,4$$

Vérifions : $37,5 \times 0,4 = 15$ OK

Maintenant on peut utiliser ce coefficient pour compléter la sixième colonne :

$$24 \times 0,4 = 9,6$$