

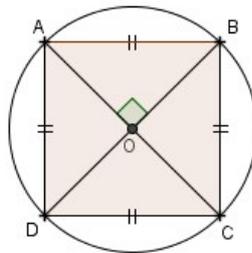
EXERCICES ANGLES INSCRITS, AU CENTRE ET POLYGONES REGULIERS ***

EXERCICES DE BREVET

Exercice 1 (Nouvelle Calédonie décembre 2015)

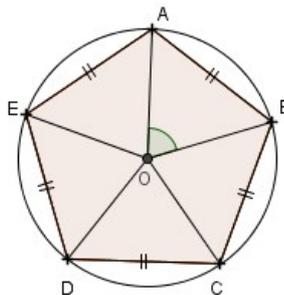
1) On considère les polygones réguliers suivants :

a) Le carré :



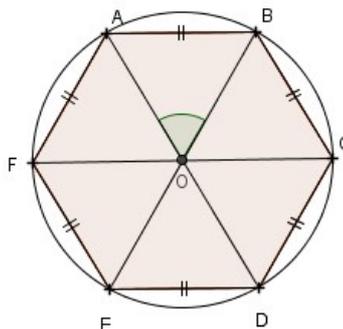
Expliquer pourquoi l'angle \widehat{AOB} mesure 90° .

b) Le pentagone régulier :



Expliquer pourquoi l'angle \widehat{AOB} mesure 72° .

c) L'hexagone régulier :



Calculer la mesure de l'angle \widehat{AOB} .

2) Un polygone régulier a des côtés de longueur 5 cm. Les angles à chaque sommet mesurent 140° . Calculer le périmètre de ce polygone.

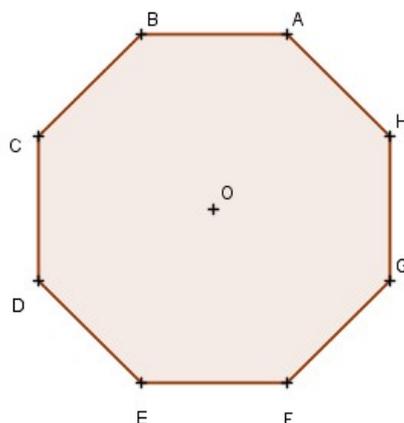
Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 2 (Nouvelle-Calédonie mars 2015)

- 1) Tracer un cercle G de centre O et de diamètre [AB] tel que $AB = 5,4$ cm.
- 2) Construire un point D du cercle tel que $\widehat{ABD} = 37^\circ$.
- 3) Quelle est la nature du triangle ABD? Justifier votre réponse.
- 4) Quelle est la mesure de l'angle \widehat{BAD} ? Justifier votre réponse.

Exercice 3 (Métropole - Antilles - Guyane juin 2014)

Voici un octogone régulier ABCDEFGH.

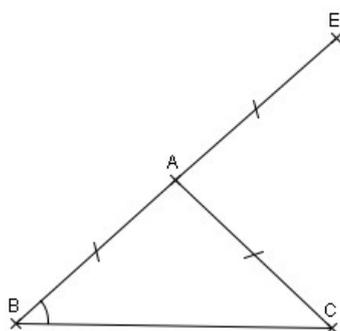


- 1) Représenter un agrandissement de cet octogone en l'inscrivant dans un cercle de rayon 3 cm. Aucune justification n'est attendue pour cette construction.
- 2) Démontrer que le triangle DAH est rectangle.
- 3) Calculer la mesure de l'angle \widehat{BEH} .

Exercice 4 (Métropole - Réunion - Mayotte juin 2009)

Dans cet exercice, on étudie la figure ci-dessous où :

- ABC est un triangle isocèle tel que $AB = AC = 4$ cm
- E est le symétrique de B par rapport à A.



PARTIE 1

On se place dans le cas particulier où la mesure de \widehat{ABC} est 43° .

- 1) Construire la figure en vraie grandeur.
- 2) Quelle est la nature du triangle BCE? Justifier.
- 3) Prouver que l'angle \widehat{EAC} mesure 86° .

PARTIE 2

Dans cette partie, on se place dans le cas général où la mesure de \widehat{ABC} n'est pas donnée.

Jean affirme que pour n'importe quelle valeur de \widehat{ABC} , on a : $\widehat{EAC} = 2\widehat{ABC}$.

Jean a-t-il raison? Faire apparaître sur la copie la démarche utilisée.

CORRECTION DES EXERCICES ANGLES INSCRITS, AU CENTRE ET POLYGONES REGULIERS ***

EXERCICES DE BREVET

Exercice 1 (Nouvelle Calédonie décembre 2015)

1)

a) Les diagonales d'un carré se coupent perpendiculairement en leur milieu donc les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires. On en déduit que l'angle \widehat{AOB} mesure 90° .

b) ABCDE est un pentagone régulier. Par conséquent, la mesure de l'angle au centre \widehat{AOB} vaut :

$$\widehat{AOB} = \frac{360}{5} = 72^\circ$$

\widehat{AOB} mesure 72° .

c) ABCDEF est un hexagone régulier. Par conséquent, la mesure de l'angle au centre \widehat{AOB} vaut :

$$\widehat{AOB} = \frac{360}{6} = 60^\circ$$

\widehat{AOB} mesure 60° .

2) Soit A, B et C trois sommets consécutifs de ce polygone et O son centre. L'angle \widehat{ABC} qui est un angle au sommet mesure 140° . La droite (OB) est la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} , par conséquent nous avons :

$$\widehat{OBA} = \widehat{OBC} = \frac{140}{2} = 70^\circ$$

Etant donné que le triangle OBA est isocèle en O, puisque O est le centre du polygone régulier, alors les angles \widehat{OAB} et \widehat{OBA} sont égaux et nous avons :

$$\widehat{OBA} = \widehat{OAB} = 70^\circ$$

La somme des angles du triangle AOB vaut 180° , par conséquent, la mesure de l'angle \widehat{AOB} vaut :

$$\begin{aligned}\widehat{AOB} &= 180 - \widehat{OBA} - \widehat{OAB} = 180 - 70 - 70 \\ &= 40^\circ\end{aligned}$$

L'angle au centre \widehat{AOB} mesure 40° .

Comme la somme des angles au centre vaut 360° et que chaque angle au centre mesure 40° , ce polygone régulier a un nombre de côtés égal à :

$$\frac{360}{40} = 9$$

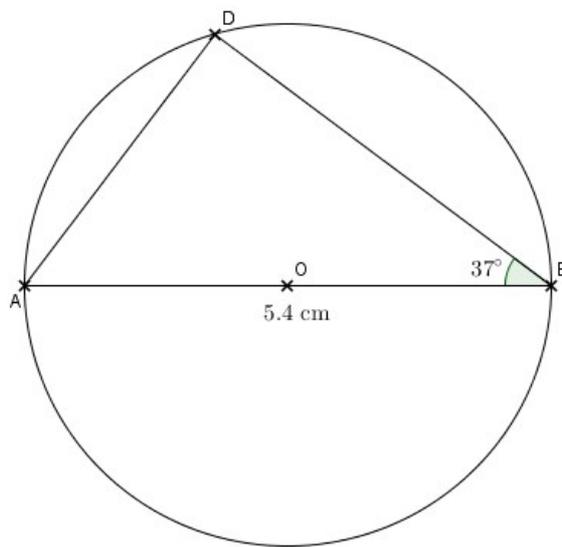
Ce polygone régulier a 9 côtés, il s'agit d'un enneagone (pour la culture générale !)

Chaque côté mesurant 5 cm, le périmètre est par conséquent égal à :

$$5 \times 9 = 45 \text{ centimètres}$$

Exercice 2 (Nouvelle-Calédonie mars 2015)

1) et 2)



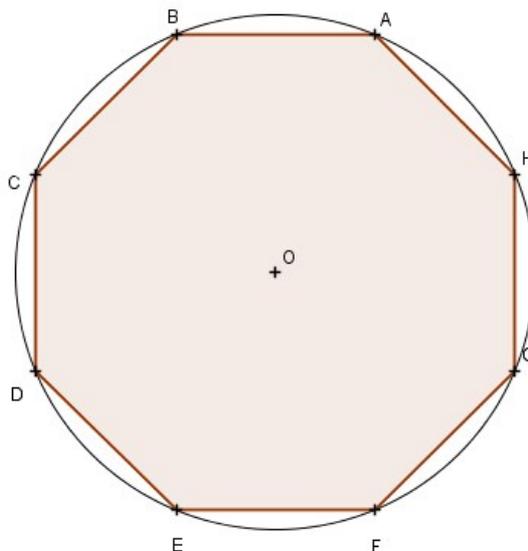
3) [AB] est un diamètre du cercle de centre O et D un point de ce cercle donc le triangle ABD est rectangle en D.

4) Le triangle ABD est rectangle en D donc les angles \widehat{ABD} et \widehat{BAD} sont complémentaires, c'est-à-dire que leur somme vaut 90° . On en déduit la mesure de l'angle \widehat{BAD} :

$$\widehat{BAD} = 90 - \widehat{ABD} = 90 - 37 = 53^\circ$$

\widehat{BAD} mesure 53° .

Exercice 3 (Métropole - Antilles - Guyane juin 2014)



1) La mesure de l'angle au centre \widehat{AOB} vaut :

$$\widehat{AOB} = \frac{360}{8} = 45^\circ$$

Pour tracer l'octogone ABCDEFGH, on trace le segment OA tel que $OA = 3$ cm. On prend le compas, pointe sèche en O et on trace le cercle de rayon OA. On prend le rapporteur et on place le point B sur ce cercle de telle sorte que l'angle \widehat{AOB} mesure 45° . On prend à nouveau le compas, on prend la distance AB et on la reporte au point B : on obtient le point C. Puis de même au point C où on reporte la distance AB : on obtient le point D. Ainsi de suite jusqu'à obtenir le point H. Il ne reste plus qu'à relier les points du cercle pour obtenir l'octogone demandé.

2) Etant donné que chaque angle au centre mesure 45° , l'angle \widehat{DOH} mesure :

$$\widehat{DOH} = 4 \times \widehat{AOB} = 4 \times 45 = 180^\circ$$

Par conséquent, les points D, O et H sont alignés.

On en déduit que [DH] est un diamètre du cercle de centre O et comme A est un point de ce cercle, le triangle DAH est rectangle en A.

3) Comme chaque angle au centre mesure 45° , la mesure de l'angle \widehat{BOH} vaut :

$$\widehat{BOH} = 45 \times 2 = 90^\circ$$

L'angle inscrit \widehat{BEH} intercepte le même arc de cercle \widehat{BH} que l'angle au centre \widehat{BOH} donc nous avons

$$\widehat{BOH} = 2 \times \widehat{BEH} . \text{ On en déduit :}$$

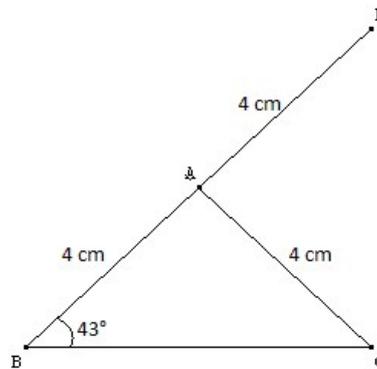
$$\widehat{BEH} = \frac{1}{2} \widehat{BOH}$$

$$\begin{aligned} \widehat{BEH} &= \frac{1}{2} \times \widehat{BOH} \\ &= \frac{1}{2} \times 90 \\ &= 45^\circ \\ \widehat{BEH} &\text{ mesure } 45^\circ. \end{aligned}$$

Exercice 4 (Métropole - Réunion - Mayotte juin 2009)

PARTIE 1

1) Schéma



2) E est le symétrique de B par rapport à A donc $AE = AB$.

On sait aussi que $AB = AC$ donc on peut écrire les égalités suivantes :

$$AB = AC = AE$$

Le point A est donc le centre du cercle de rayon 4 cm passant par les points E, B et C.

E étant le symétrique de B par rapport à A et A le centre du cercle, [EB] est un diamètre du cercle.

En conclusion, le triangle EBC est formé par un diamètre du cercle de centre A (le côté [EB]) et un point de ce cercle (C) donc EBC est un triangle rectangle en C.

3) L'angle au centre \widehat{EAC} intercepte le même arc que l'angle inscrit \widehat{ABC} donc la mesure de l'angle \widehat{EAC} est le double de celle de l'angle \widehat{ABC} .

$$\widehat{EAC} = 2 \times \widehat{ABC} = 2 \times 43 = 86^\circ$$

\widehat{EAC} mesure 86° .

Autre méthode : la somme des angles d'un triangle est égale à 180° donc

$$\widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{CBA} = 180$$

$$\widehat{BAC} = 180 - \widehat{ACB} - \widehat{CBA}$$

$$\widehat{BAC} = 180 - 43 - 43$$

$$\widehat{BAC} = 94^\circ$$

L'angle \widehat{BAE} est plat car E est le symétrique de B par rapport à A donc :

$$\widehat{BAC} + \widehat{EAC} = 180$$

$$\widehat{EAC} = 180 - \widehat{BAC}$$

$$\widehat{EAC} = 180 - 94$$

$$\widehat{EAC} = 86^\circ$$

\widehat{EAC} mesure 86° .

PARTIE 2

L'angle au centre \widehat{EAC} intercepte le même arc que l'angle inscrit \widehat{ABC} donc la mesure de l'angle \widehat{EAC} est le double de celle de l'angle \widehat{ABC} .

$$\widehat{EAC} = 2 \times \widehat{ABC}$$

Jean a raison.