

LES NOMBRES RATIONNELS : SOMME ET DIFFÉRENCE

3

Objectifs d'apprentissage

- ✍ Connaître les règles d'addition et de soustraction des nombres rationnels.
- ✍ Savoir additionner et soustraire des nombres rationnels dont les dénominateurs sont les mêmes.
- ✍ Savoir additionner et soustraire des nombres rationnels dont les dénominateurs sont différents.

Prérequis

- ⊗ Les opérations sur les nombres décimaux relatifs.
- ⊗ Réduire au même dénominateur deux nombres fractionnaires.
- ⊗ Calculer la somme et la différence de deux nombres fractionnaires.

Gestion du temps

🕒 9 heures

Outils didactiques

- ♣ Tableau.
- ♣ Livre scolaire.

◆ Pr : Abdelilah BOUTAYEB

◆ Niveau : 2^{ème} APIC

◆ Matière : Mathématiques

◆ Etablissement : Collège Nahda

Activité 1: Calculer :

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} \quad \text{et} \quad \frac{4}{7} - \frac{3}{7}$$

Activité 2: Calculer :

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad \frac{5}{6} - 1$$

I- Addition et soustraction de deux nombres rationnels :

1) Les dénominateurs sont les mêmes :

*** Règle :** Pour additionner (ou soustraire) deux nombres rationnels ayant le même dénominateur, on conserve le dénominateur commun et on additionne (ou on soustrait) les numérateurs entre eux.

Pour tous nombres a, b et c où b est non nul on a :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

*** Exemples :** * $A = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$

** $B = \frac{2}{9} + \frac{5}{-9} = \frac{2}{9} + \frac{-5}{9} = \frac{2+(-5)}{9} = \frac{2-5}{9} = \frac{-3}{9}$

*** $C = \frac{-4}{13} - \frac{6}{13} = \frac{-4-6}{13} = \frac{-10}{13}$

**** $D = \frac{7}{15} - \frac{2}{-15} = \frac{7}{15} - \frac{-2}{15} = \frac{7-(-2)}{15} = \frac{7+2}{15} = \frac{9}{15}$

2) Les dénominateurs sont différents :

*** Propriété :** Pour additionner (ou soustraire) deux nombres rationnels ayant des dénominateurs différents, on commence par les réduire au même dénominateur, puis on applique la règle précédente.

a/ Cas où le dénominateur de l'un est multiple de l'autre :

* $A = \frac{3}{7} + \frac{9}{14} = \frac{3 \times 2}{7 \times 2} + \frac{9}{14} = \frac{6}{14} + \frac{9}{14} = \frac{6+9}{14} = \frac{15}{14}$

** $B = \frac{5}{-21} + \frac{3}{7} = \frac{-5}{21} + \frac{3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{-5}{21} + \frac{9}{21} = \frac{-5+9}{21} = \frac{4}{21}$

*** $C = \frac{-3}{4} - \frac{3}{2} = \frac{-3}{4} - \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{-3}{4} - \frac{6}{4} = \frac{-3-6}{4} = \frac{-9}{4}$

**** $D = \frac{-5}{3} - \frac{1}{-6} = \frac{-5 \times 2}{3 \times 2} - \frac{-1}{6} = \frac{-10}{6} - \frac{-1}{6} = \frac{-10-(-1)}{6} = \frac{-10+1}{6} = \frac{-9}{6}$

Exercice 1: Calcule puis simplifie :

$$\frac{9}{11} - \frac{13}{11} \quad ; \quad \frac{1}{10} + \frac{-4}{-10} \quad ; \quad \frac{-6}{9} + \frac{7}{-9} \quad ;$$

$$\frac{-3}{8} - \frac{-2}{8} \quad ; \quad \frac{-3}{7} - \frac{-5}{-7} \quad ; \quad \frac{1}{4} + \frac{9}{-4} \quad ;$$

$$\frac{-9}{-20} - \frac{20}{-20} \quad ; \quad \frac{-8}{7} - \frac{12}{7}$$

Exercice 2: Calcule puis simplifie :

$$\frac{-2}{8} + \frac{5}{16} \quad ; \quad \frac{11}{-20} - \frac{2}{5} \quad ; \quad \frac{-7}{12} - \frac{10}{-24} \quad ;$$

$$\frac{5}{-7} + \frac{-15}{28} \quad ; \quad \frac{2}{-3} + 1 \quad ; \quad \frac{-30}{40} - \frac{-5}{10} \quad ;$$

$$6 - \frac{4}{7} \quad ; \quad \frac{-10}{11} - 3$$

Activité 3 : Calculer :

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$$

Activité 4 :

- 1) Calculer : $9 + 1 - 5$
- 2) Calculer : $1 - 5 + 9$
- 3) Calculer : $-5 + 9 + 1$
- 4) Qu'est-ce que vous observez ?

b/ Cas où les dénominateurs sont différents :

*** Règle :** Soient a, b, c et d des nombres décimaux relatifs où b et d non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} + \frac{c \times b}{d \times b} = \frac{ad + bc}{bd} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} - \frac{c \times b}{d \times b} = \frac{ad - bc}{bd}$$

* Exemples :

$$* A = \frac{1}{11} + \frac{-3}{2} = \frac{1 \times 2}{11 \times 2} + \frac{-3 \times 11}{11 \times 2} = \frac{2}{22} + \frac{-33}{22} = \frac{2 + (-33)}{22} = \frac{2 - 33}{22} = \frac{-31}{22}$$

$$** B = \frac{4}{-5} + \frac{3}{2} = \frac{-4 \times 2}{5 \times 2} + \frac{3 \times 5}{5 \times 2} = \frac{-8}{10} + \frac{15}{10} = \frac{7}{10}$$

$$*** C = \frac{-1}{3} - \frac{-7}{2} = \frac{-1 \times 2}{3 \times 2} - \frac{-7 \times 3}{3 \times 2} = \frac{-2}{6} - \frac{-21}{6} = \frac{-2 - (-21)}{6} = \frac{-2 + 21}{6} = \frac{19}{6}$$

$$**** D = \frac{5}{-4} - \frac{2}{6} = \frac{-5 \times 6}{4 \times 6} - \frac{2 \times 4}{4 \times 6} = \frac{-30}{24} - \frac{8}{24} = \frac{-30 - 8}{24} = \frac{-38}{24} = \frac{-19}{12}$$

II- Propriétés de calcul :

1) Opposé d'un nombre rationnel :

*** Définition :** Deux nombres rationnels sont dits opposés lorsque leur somme est égale à zéro.

Si $\frac{a}{b}$ est l'opposé de $\frac{c}{d}$ alors : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 0$

*** Exemples :** * L'opposé de $-\frac{5}{2}$ est $\frac{5}{2}$ car : $-\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$

* L'opposé de $\frac{9}{-13}$ est $\frac{9}{13}$ car : $\frac{9}{-13} + \frac{9}{13} = 0$

* L'opposé de $\frac{-3}{-7}$ est $-\frac{3}{7}$ car : $\frac{-3}{-7} + (-\frac{3}{7}) = 0$

2) Somme de plusieurs nombres rationnels :

*** Propriété :** La somme de plusieurs nombres rationnels ne change pas si on change l'ordre de ses termes.

Exercice 3 : Calcule puis simplifie :

$$\frac{7}{8} - \frac{-5}{3} ; \quad \frac{5}{9} + \frac{2}{-4} ; \quad \frac{-3}{2} - \frac{4}{-7} ;$$

$$\frac{1}{-5} + \frac{5}{-6} ; \quad \frac{-10}{-7} - \frac{-6}{-8} ; \quad \frac{2}{5} + \frac{3}{-4}$$

Exercice 4 : Calcule puis simplifie :

$$\frac{15}{25} - \frac{-5}{25} + \frac{4}{25} ; \quad \frac{6}{9} + \frac{10}{-9} - \frac{8}{9} ;$$

$$\frac{-7}{6} + \frac{10}{12} + \frac{5}{-4} ; \quad 6 - \frac{3}{-6} + \frac{5}{12} ;$$

$$\frac{-17}{20} + 3 + \frac{-7}{5} ; \quad \frac{1}{-8} + \frac{5}{4} + \frac{-7}{6} ;$$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{-8} + \frac{-10}{24} ; \quad 1 - \frac{3}{2} - \frac{2}{-5} + \frac{-3}{4}$$

Activité 5 :

- 1) Calculer : $8 + (4 - 2)$
- 2) Calculer : $8 + 4 - 2$
- 3) Qu'est-ce que vous observez ?
- 4) Calculer : $10 - (6 - 3)$
- 5) Calculer : $10 - 6 + 3$
- 6) Qu'est-ce que vous observez ?

* Exemple :

$$* A = \frac{1}{4} + \frac{6}{8} - \frac{3}{2} = \frac{2}{8} + \frac{6}{8} - \frac{12}{8} = \frac{2+6-12}{8} = \frac{-4}{8}$$

$$** B = -\frac{3}{2} + \frac{1}{4} + \frac{6}{8} = -\frac{12}{8} + \frac{2}{8} + \frac{6}{8} = \frac{-12+2+6}{8} = \frac{-4}{8}$$

3) Suppression des parenthèses :

*** Propriété :** * On peut enlever des parenthèses précédés par d'un signe positif (+), sans changer les signes des termes se trouvant à l'intérieur des parenthèses.

* On peut enlever des parenthèses précédés par d'un signe négatif (-), à condition de changer les signes des termes se trouvant à l'intérieur des parenthèses.

$$* \text{ Exemples : } * A = \frac{3}{6} + \left(\frac{1}{6} - \frac{5}{6}\right) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} - \frac{5}{6} = \frac{3+1-5}{6} = \frac{-1}{6}$$

$$** B = \frac{3}{6} - \left(\frac{1}{6} - \frac{5}{6}\right) = \frac{3}{6} - \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{3-1+5}{6} = \frac{7}{6}$$

Exercice 5 : Enlever les parenthèses puis calculer :

$$\frac{4}{7} - \left(\frac{-6}{7} + \frac{4}{7}\right) + \frac{3}{7} \quad ; \quad \frac{7}{12} - \frac{1}{6} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) \quad ;$$

$$\frac{19}{4} - \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4}\right)\right] \quad ;$$

$$\frac{24}{15} + \left[-\left(\frac{2}{-3}\right) - \left(\frac{11}{-5} - 2\right)\right]$$