

Les nombres en écriture fractionnaire

Définition 1 :

a et b deux nombres décimaux avec $b \neq 0$,

Le quotient de a par b est le nombre c tel que $c = \frac{a}{b}$,
 $\frac{a}{b}$: est une **écriture fractionnaire**.

b : Le dénominateur

$$\frac{a}{b}$$

a : Le numérateur

Exemple :

$\frac{5}{3}$: est une écriture fractionnaire

$\frac{3,5}{1,7}$: est une écriture fractionnaire

Remarque 1 :

- Le quotient de deux nombres entiers est appelé une **fraction**.

Exemple :

$\frac{1}{2}$: est une écriture fractionnaire , aussi est une fraction

$\frac{0,9}{7,5}$: est une écriture fractionnaire , mais n'est pas une fraction ,car le numérateur et le dénominateur ne sont pas des nombres entiers .

Activité I:

Écrire les nombres suivants sous la forme d'une fraction

a) 0 ; 5 ; 12

b) 3,4 ; 0,25

Solution :

a) On a

$$0 = \frac{0}{1} \quad ; \quad 5 = \frac{5}{1} \quad ; \quad 12 = \frac{12}{1}$$

Règle 1:

Tous les nombres entiers peuvent être écrits sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est égal à un .
(Le réciproque est fausse , car il existe des fractions non entiers).

Exemple:

$$115 = \frac{115}{1}$$

$$\text{b) } 3,4 = \frac{34}{10}$$

$$; \quad 0,25 = \frac{25}{100}$$

Règle 2:

Tous les nombres décimaux peuvent être écrits sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est égal à 10,100,1000
(Le réciproque est fausse , car il existe des fractions non décimaux).

Exemple :

$$0,125 = \frac{125}{1000}$$

Remarques :

- Il existe des fractions non entiers .
- Il existe des fractions non décimales .

Exemple :

$$\frac{5}{2} = 2,5$$

2,5 : n'est pas un entier

$$\frac{1}{3} = 0,33333333\dots$$

0,3333..... : n'est pas un nombre décimal

Activité 2:

Calculer et comparer les fractions suivantes :

a) $\frac{10}{5}$ et $\frac{10 \times 2}{5 \times 2}$

b) $\frac{20}{4}$ et $\frac{20 \div 2}{4 \div 2}$

Solution:

a) $\frac{10}{5} = 2$ et $\frac{10 \times 2}{5 \times 2} = \frac{20}{10} = 2$

$$\frac{10 \times \cancel{2}}{5 \times \cancel{2}} = \frac{10}{5}$$

b) $\frac{20}{4} = 5$ et $\frac{20 \div 2}{4 \div 2} = \frac{10}{2} = 5$

$$\frac{20 \div 2}{4 \div 2} = \frac{20}{4}$$

Règle 3:

a, b et **k** des nombres décimaux tel que ($b \neq 0$) et ($k \neq 0$).

•

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$$

Exemple :

$$\frac{12}{8} = \frac{3 \times \cancel{4}}{2 \times \cancel{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{12}{8} = \frac{12 \div 4}{8 \div 4} = \frac{3}{2}$$

Exercice d'application :

1) Réduire les fractions suivantes :

$$\frac{20}{35} \quad ; \quad \frac{54}{30}$$

Solution:

$$\frac{20}{35} = \frac{5 \times 4}{7 \times 5}$$
$$= \frac{4}{7}$$

$$\frac{20}{35} = \frac{20 \div 5}{35 \div 5}$$
$$= \frac{4}{7}$$

forme irréductible

$$\frac{54}{30} = \frac{6 \times 9}{6 \times 5}$$
$$= \frac{9}{5}$$

$$\frac{54}{30} = \frac{54 \div 6}{30 \div 6}$$
$$= \frac{9}{5}$$

Activité 3:

1) Comparer les fractions suivantes :

$$\frac{5}{10} \text{ et } \frac{3}{10} ; \frac{3}{2} \text{ et } \frac{5}{6} ; \frac{10}{2} \text{ et } \frac{10}{5}$$

Solution:

$$\frac{5}{10} > \frac{3}{10}, \text{ car } 5 > 3$$

Règle 4:

- Si deux fractions ont le même dénominateur, alors la fraction qui a le plus grand numérateur est la plus grande des deux fractions :

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{b}, \text{ si } a > c$$

Exemple:

$$\frac{7}{5} > \frac{4}{5}, \text{ car } 7 > 4$$

- Pour comparer les deux nombres : $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{6}$

- Premièrement on Mettre au même dénominateur les deux fractions :

on a $\frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{2 \times 3}$ et $\frac{5}{6}$
 $= \frac{9}{6}$

Ensuite On compare les nombres $\frac{9}{6}$ et $\frac{5}{6}$

donc $\frac{9}{6} > \frac{5}{6}$ car $9 > 5$

Alors $\frac{3}{2} > \frac{5}{6}$

Règle 5:

Pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, on réduit au même dénominateur les deux fractions. Ensuite, on applique la règle 4.

Exemple :

Pour comparer les fractions suivantes : $\frac{1}{5}$ et $\frac{2}{3}$

On réduit au même dénominateur les deux fractions :

$$\text{on a } \frac{1}{5} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} \quad \text{et} \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5}$$
$$= \frac{3}{15} \qquad \qquad \qquad = \frac{10}{15}$$

$$\text{Donc } \frac{10}{15} \succ \frac{3}{15} \quad \text{car} \quad ,10 \succ 3$$

$$\text{Alors } \frac{2}{3} \succ \frac{1}{5}$$

$$\frac{10}{2} > \frac{10}{5} \quad \text{car} \quad , 2 < 5$$

Règle 6:

- Si deux fractions ont le même numérateur ,alors la fraction qui a le plus petit dénominateur est la plus grande des deux fractions :

$$\frac{a}{c} > \frac{a}{b} \quad , \text{si} \quad c < b$$

Exemple :

$$\frac{7}{10} > \frac{7}{21} \quad \text{car} \quad , 10 < 21$$

Activité 4:

1) Comparer les fractions suivantes avec 1 .

$$\frac{10}{5} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}$$

Solution :

$$\frac{10}{5} = 2 > 1 \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} = 0.5 < 1$$

Règle 5:

a et b deux nombres décimaux avec $b \neq 0$.

$$\text{si } a > b \quad \text{alors } \frac{a}{b} > 1$$

$$\text{si } a < b \quad \text{alors } \frac{a}{b} < 1$$

Exemple:

$$\frac{5}{4} > 1 \quad \text{car } 5 > 4$$

$$\frac{3}{4} < 1 \quad \text{car } 3 < 4$$