4ème - Nombres en écriture fractionnaire

COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS CE CHAPITRE :

(**T** : compétences transversales, **N** : activités numériques, **G** : activités géométriques, **F** : gestion de données et fonctions)

Intitulé des compétences		Eval.1	Eval.2	Eval.3
T1	Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours	○ ○	○ ○	○ ○
T3	Résoudre un problème et rédiger sa solution *	○ ○	○ ○	○ ○
N7	Transformer, simplifier l'écriture fractionnaire d'un nombre *	○ ○	○ ○	○ ○
N8	Utiliser l'équivalence entre fractions égales et produits en croix égaux	○ ○	○ ○	○ ○
N9	Multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire **	○ ○	○ ○	○ ○
N10	Connaître et utiliser l'égalité $a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$	○ ○	○ ○	○ ○
N11	Diviser deux nombres relatifs en écriture fractionnaire	○ ○	○ ○	○ ○
N12	Ajouter, soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire ***	○ ○	○ ○	○ ○
N13	Organiser et effectuer à la main une succession de calculs avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire	○ ○	○ ○	○ ○
N14	Organiser et effectuer à la calculatrice une succession de calculs avec des nombres relatifs en écriture fractionnaire	○ ○	○ ○	○ ○

Taux de réussite : .... %
Note du chapitre : .... /20
Moyenne de la classe : .... /20

* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

** : cette compétence fait partie du **socle commun** pour les nombres positifs.

*** : cette compétence fait partie du **socle commun** pour les nombres positifs ayant le même dénominateur.

6.1 Transformer, simplifier une écriture fractionnaire

Transformer l'écriture fractionnaire d'un nombre

On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul. Autrement dit, si a, b et k sont trois nombres relatifs (avec b et k différents de 0) : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times k}{b \times k}$ et $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \div k}{b \div k}$

Exemple 1 : transformer l'écriture fractionnaire d'un nombre :

- $\dfrac{-4}{9} = \dfrac{-4 \times 3}{9 \times 3} = \dfrac{-12}{27}$
- $\dfrac{28}{-35} = \dfrac{28 \div 7}{(-35) \div 7} = \dfrac{4}{-5}$
- $\dfrac{17}{2,5} = \dfrac{17 \times 10}{2,5 \times 10} = \dfrac{170}{25}$

Exemple 2 : simplifier une fraction :

- $\dfrac{-24}{39} = \dfrac{-8 \times 3}{13 \times 3} = \dfrac{-8 \times \cancel{3}}{13 \times \cancel{3}} = \dfrac{-8}{13}$
- $\dfrac{30}{-42} = \dfrac{6 \times 5}{(-7) \times 6} = \dfrac{\cancel{6} \times 5}{(-7) \times \cancel{6}} = \dfrac{5}{-7}$
- $\dfrac{2 \times 3 \times 5 \times 7}{3 \times 7 \times 11} = \dfrac{2 \times \cancel{3} \times 5 \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times \cancel{7} \times 11} = \dfrac{10}{11}$

6.2 Produits en croix et égalité de fractions

Propriété des produits en croix

a, b, c et d sont quatre nombres relatifs (avec b et d différents de 0) ;
- Si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$
- Si $a \times d = b \times c$, alors $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

Exemple : déterminer si deux fractions sont égales :

- $\dfrac{-12}{27} = \dfrac{52}{-117}$; en effet on a d'une part $(-12) \times (-117) = 1404$ et d'autre part $27 \times 52 = 1404$.
- $\dfrac{75\,025}{46\,368} \neq \dfrac{196\,418}{121\,393}$

en effet, le dernier chiffre de $75\,025 \times 121\,393$ est un 5, alors que le dernier chiffre de $46\,368 \times 196\,418$ est un 4 ! Et pourtant, la calculatrice donne la même valeur approchée pour les deux quotients :

```
75025/46368
                1.618033989
```

```
196418/121393
                1.618033989
```

6.3 Multiplier des nombres en écriture fractionnaire

Règle de multiplication de deux fractions

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux, puis on multiplie les dénominateurs entre eux.
Si a, b, c et d sont quatre nombres relatifs (avec b et d différents de 0) : $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \times c}{b \times d}$

Exemples :

- $5 \times \dfrac{-4}{9} = \dfrac{5}{1} \times \dfrac{-4}{9} = \dfrac{5 \times (-4)}{1 \times 9} = \dfrac{-20}{9}$
- $\dfrac{7}{5} \times \dfrac{-4}{3} = \dfrac{7 \times (-4)}{5 \times 3} = \dfrac{-28}{15}$

Il est parfois préférable de simplifier **avant** d'effectuer les produits, comme le montre cet exemple :

- $\dfrac{24}{-35} \times \dfrac{14}{16} = \dfrac{24 \times 14}{(-35) \times 16} = \dfrac{(\cancel{8} \times 3) \times (\cancel{7} \times \cancel{2})}{((-5) \times \cancel{7}) \times (\cancel{8} \times \cancel{2})} = -\dfrac{3}{5}$

6.4 Inverse d'un nombre relatif

Définition

Deux nombres (non nuls) seront dits **inverses l'un de l'autre** lorsque leur produit est égal à 1
Si a est un nombre relatif non nul, son inverse est $\dfrac{1}{a}$, qui se note aussi a^{-1}.
Si a et b sont deux nombres relatifs non nuls, l'inverse de $\dfrac{a}{b}$ est $\dfrac{b}{a}$.

En effet, pour tous nombres relatifs a et b non nuls :

$a \times \dfrac{1}{a} = \dfrac{a}{a} = 1$ et $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{b}{a} = \dfrac{a \times b}{b \times a} = \dfrac{\cancel{a} \times \cancel{b}}{\cancel{b} \times \cancel{a}} = 1$

Exemples :

- 2,5 et 0,4 sont deux nombres inverses l'un de l'autre, car $2,5 \times 0,4 = 1$
- L'inverse de -8 est $\dfrac{1}{-8} = -0,125$

⚠Attention à ne pas confondre : l'**opposé** de -8 est 8 !!

- L'inverse de $\dfrac{2}{3}$ est $\dfrac{3}{2} = 1,5$.
- L'inverse de $0,6 = \dfrac{3}{5}$ est $\dfrac{5}{3}$.

Propriété

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.
Si a et b sont des nombres relatifs (b non nul), alors $\dfrac{a}{b} = a \times \dfrac{1}{b}$

Exemples d'utilisation :

- L'inverse de 5 est 0,2 ; ainsi, on a, par exemple, $\dfrac{23}{5} = 23 \times \dfrac{1}{5} = 23 \times 0,2 = 4,6$.
- L'inverse de 0,25 est 4 ; ainsi, on a, par exemple, $\dfrac{3}{0,25} = 3 \times \dfrac{1}{0,25} = 3 \times 4 = 12$.

6.5 Diviser par un nombre en écriture fractionnaire

Propriété

Diviser par une fraction revient à multiplier par l'inverse de cette fraction.
Si a, b, c et d sont des nombres relatifs (b, c et d non nuls),

alors on a $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ (ou encore $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$)

Exemples :

- $5 \div \frac{3}{4} = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$
- $\frac{-2}{3} \div 5 = \frac{-2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{-2}{15}$
- $\frac{3}{7} \div \frac{4}{9} = \frac{3}{7} \times \frac{9}{4} = \frac{27}{28}$

6.6 Ajouter, soustraire des nombres en écriture fractionnaire

Losque les dénominateurs sont les mêmes...

Pour additionner (ou soustraire) des fractions ayant **le même dénominateur**, il suffit de conserver le dénominateur commun, et d'additionner (ou soustraire) les numérateurs entre eux.
Si a, b et c sont des nombres relatifs (b non nul), on a $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.

Exemples :

- $\frac{3}{4} + \frac{21}{4} = \frac{3+21}{4} = \frac{24}{4} = 6$
- $\frac{-4}{3} + \frac{17}{3} = \frac{-4+17}{3} = \frac{13}{3}$
- $\frac{15}{7} - \frac{4}{7} = \frac{15-4}{7} = \frac{11}{7}$

Losque les dénominateurs sont différents...

Pour additionner (ou soustraire) des fractions ayant **des dénominateurs différents**, on commence par les **réduire au même dénominateur**, avant d'appliquer la règle précédente.

Exemples :

- $\frac{3}{4} + \frac{21}{8} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} + \frac{21}{8} = \frac{6}{8} + \frac{21}{8} = \frac{6+21}{8} = \frac{27}{8}$ (*8 est le plus petit multiple commun à 4 et 8*)
- $\frac{-5}{6} + \frac{7}{4} = \frac{-5 \times 2}{6 \times 2} + \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{-10}{12} + \frac{21}{12} = \frac{-10+21}{12} = \frac{11}{12}$ (*12 est le plus petit multiple commun à 4 et 6*)
- $\frac{-3}{7} + \frac{5}{8} = \frac{-3 \times 8}{7 \times 8} + \frac{5 \times 7}{8 \times 7} = \frac{-24}{56} + \frac{35}{56} = \frac{-24+35}{56} = \frac{11}{56}$ (*56 est le plus petit multiple commun à 7 et 8*)
- $\frac{-11}{6} + 3 = \frac{-11}{6} + \frac{3}{1} = \frac{-11}{6} + \frac{3 \times 6}{1 \times 6} = \frac{-11}{6} + \frac{18}{6} = \frac{-11+18}{6} = \frac{7}{6}$ (*3 est le plus petit multiple commun à 1 et 3*)