

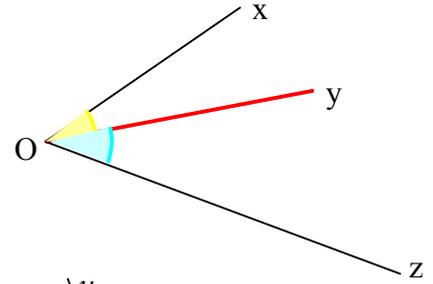
ANGLES

1) Vocabulaire

a) Angles adjacents :

Deux angles sont adjacents lorsque :

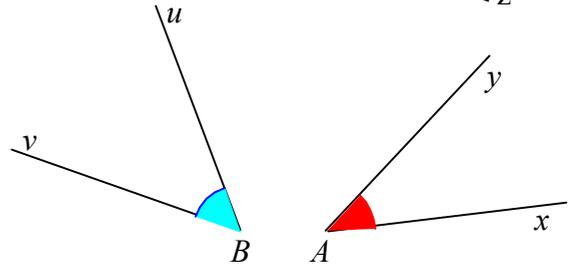
- Ils ont le même sommet
- Ils ont un côté commun
- Ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun



b) Angles complémentaires, angles supplémentaires :

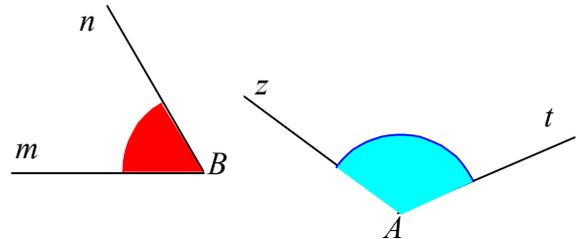
- Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 90° .

Exemple : $\widehat{xAy} + \widehat{uBv} = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$



- Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 180° .

Exemple : $\widehat{zAt} + \widehat{mBn} = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$



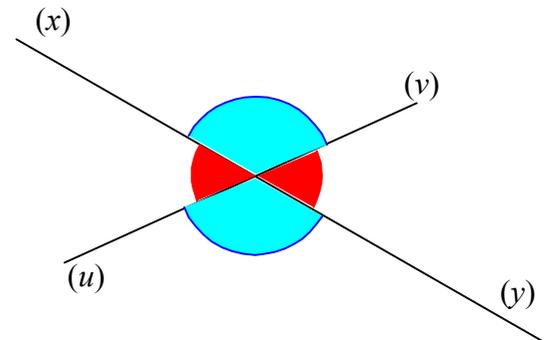
2) Angles opposés par le sommet

a) Définition :

2 droites sécantes en I définissent 2 couples d'angles opposés par le sommet.

b) Propriété :

2 angles opposés par le sommet sont égaux.



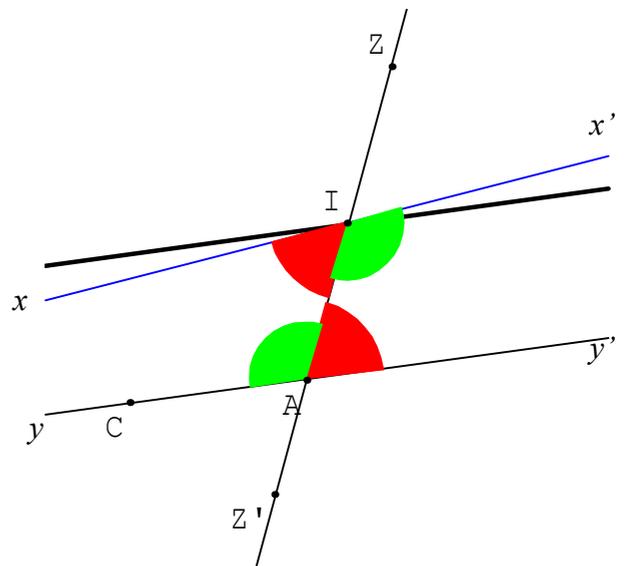
3) Angles alternes-internes :

a) Définition :

2 droites (xx') et (yy') sont coupées par une sécante (zz') .

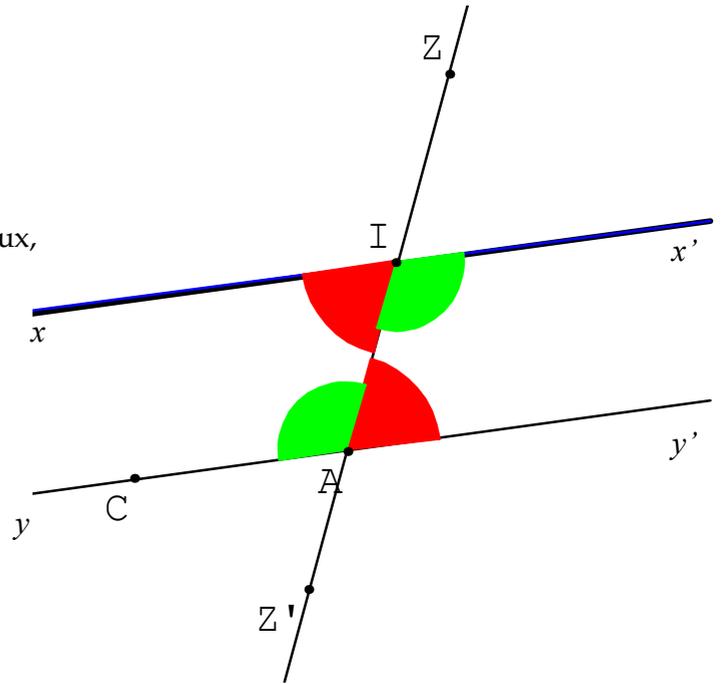
2 angles alternes-internes sont :

- de part et d'autre de la sécante
- entre les 2 droites



b) Propriété :

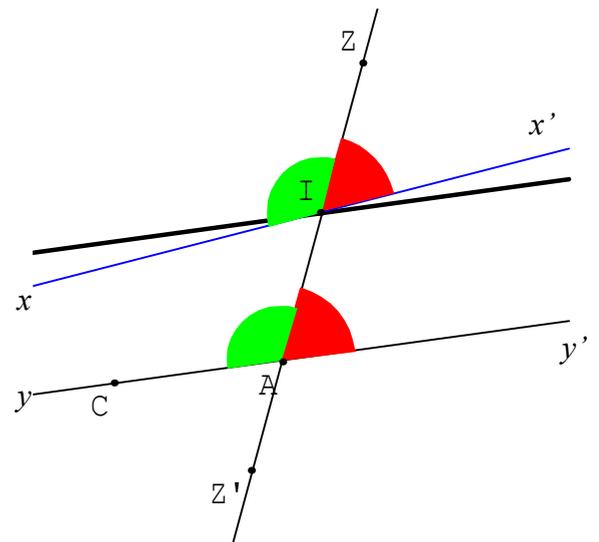
- Si deux angles sont alternes-internes avec des droites parallèles, alors ils sont égaux.
- Si 2 angles alternes-internes sont égaux, alors ils sont formés par des droites parallèles.

4) Angles correspondantsa) Définition :

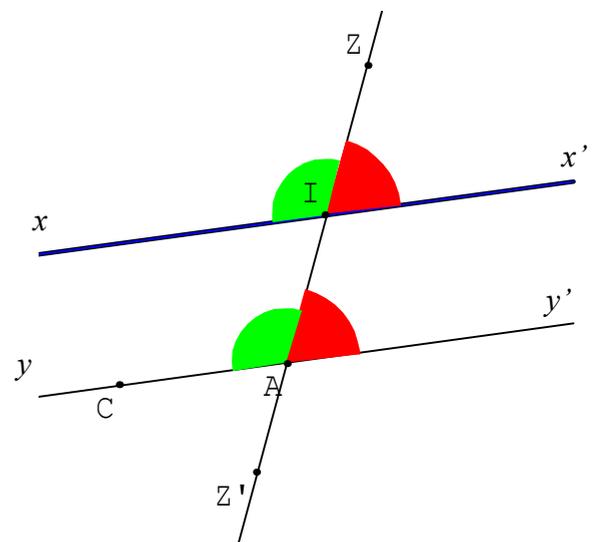
2 droites (xx') et (yy') sont coupées par une sécante (zz') .

2 angles correspondant sont :

- d'un même côté de la sécante
- l'un est entre les 2 droites, l'autre à l'extérieur

b) Propriété :

- Si 2 angles sont correspondants avec des droites parallèles, alors ils sont égaux.
- Si 2 angles correspondants sont égaux, alors ils sont formés à l'aide de droites parallèles.



5) Angles d'un triangle

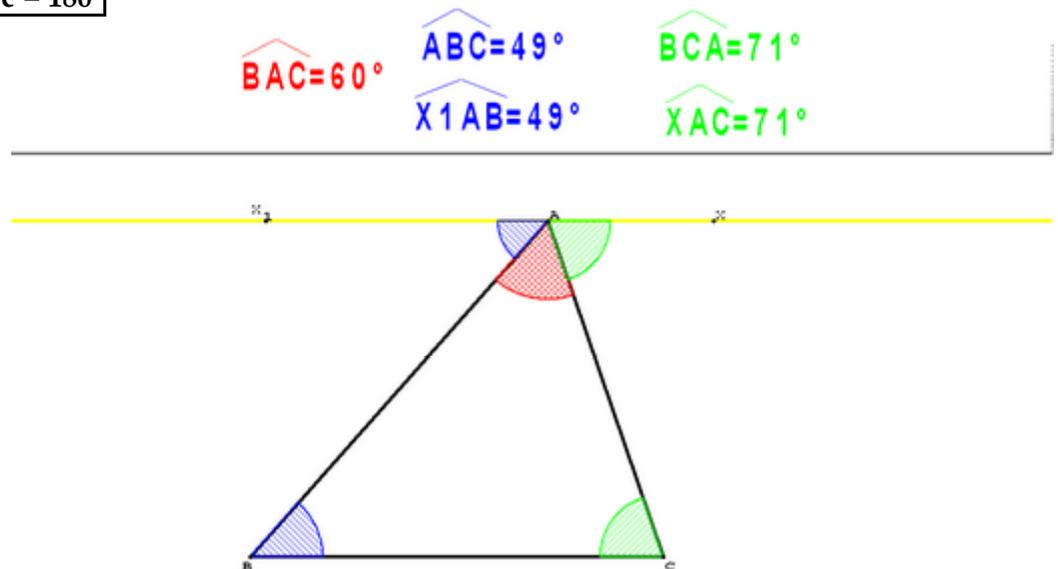
a) Propriété : **Dans un triangle ABC, la somme des mesures des angles est égale à 180° .**

(Δ) est la parallèle à (BC) passant par A.

Alors \hat{b}_1 et \hat{c}_1 sont alternes-internes respectivement avec \hat{b} et \hat{c} , avec des parallèles.

Donc $\hat{b} = \hat{b}_1$ et $\hat{c} = \hat{c}_1$. Donc $\hat{a} + \hat{b}_1 + \hat{c}_1 = 180^\circ$.

Donc $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180^\circ$



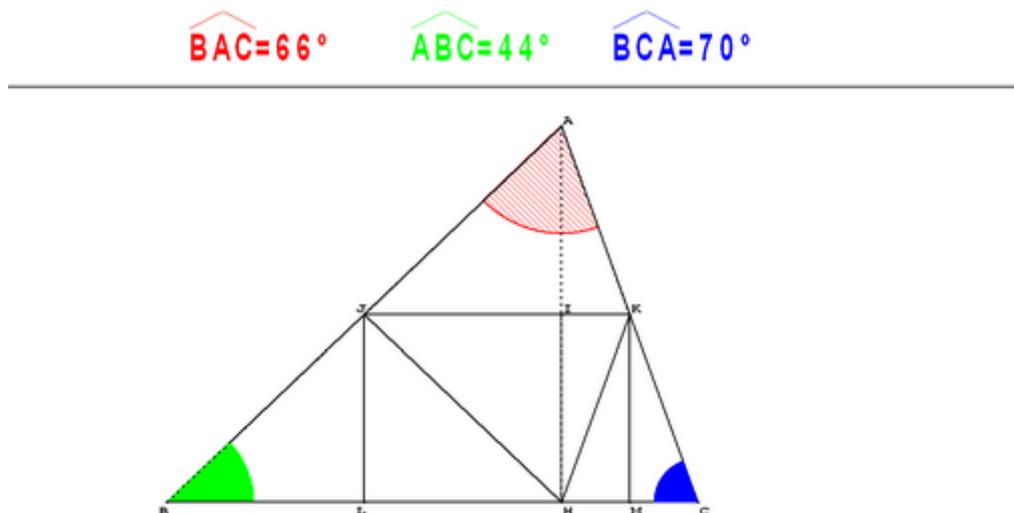
Remarque : autre démonstration

On effectue successivement le symétrique de \widehat{BAC} par rapport à (JK), le symétrique de \widehat{ABC} par rapport à (JL) et le symétrique de \widehat{ACB} par rapport à (KM).

Une symétrie axiale conserve les angles.

Donc $\widehat{BAC} = \widehat{JHK}$, $\widehat{ABC} = \widehat{JHB}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{KHC}$.

Donc $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{JHK} + \widehat{JHB} + \widehat{KHC} = \widehat{BHC} = 180^\circ$.

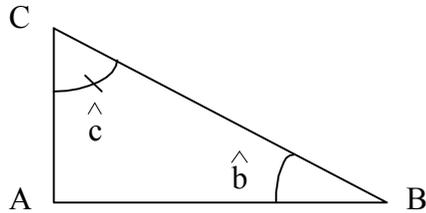


Exemple : Dans un triangle ABC, $\hat{A} = 50^\circ$ et $\hat{B} = 40^\circ$. Combien mesure l'angle \hat{C} ?
 $\hat{C} = 180^\circ - (50^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Donc $\hat{C} = 90^\circ$.

b) Cas particuliers :

Triangle rectangle :

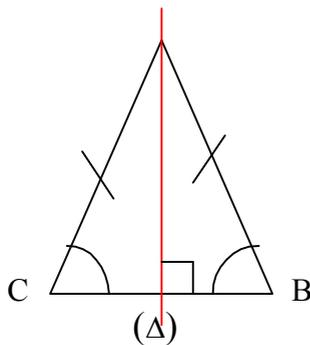
Si ABC est un triangle rectangle en A, la somme des mesures des angles aigus est égale à 90° .



$$\widehat{A} = 90^\circ. \text{ Donc } \widehat{b} + \widehat{c} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Triangle isocèle : Dans un triangle ABC isocèle en A, les angles à la base ont même mesure.

$$\text{Donc } \widehat{A} = 180^\circ - 2 \times \widehat{B} \text{ et } \widehat{B} = \widehat{C} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2}$$



$AB = AC$, donc A est sur la médiatrice [BC].

Comme (Δ) passe par A et est perpendiculaire à [BC], (Δ) est la médiatrice de [BC]. Donc (Δ) est un axe de symétrie de ABC.

Dans la symétrie d'axe (Δ) , $A \rightarrow A$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow B$.

Donc \widehat{ABC} et \widehat{ACB} sont égaux.

Triangle équilatéral : Dans un triangle équilatéral ABC, les 3 angles mesurent 60° .

$$\text{Comme } AB = BC = CA, \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = \frac{180}{3} = 60^\circ.$$

