التمرين الأول: (2 نقط)

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين:

$$\left(x^2+4x+4\right)\left(x^2+2x+2\right)\leq 0 \quad ؛ \quad -x^2-3x+4\prec 0$$

التمرين الثاني: (3 نقط)

مثل القوس التي تنتمي إليها النقط ذات الأفاصيل المنحنية من المجال I في كل حالة :

$$I=\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right] ؛ \quad I=\left[\frac{-5\pi}{6};\frac{-2\pi}{3}\right] ؛ \quad I=\left[-2\pi;\frac{-7\pi}{8}\right]$$

التمرين الثالث: (2.5 نقط)

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A بحيث: $\overline{\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)}\equiv\frac{\pi}{5}[2\pi]$.

1) أنشئ المثلث ABC 0.5ن

2) بين أن: $\overline{\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}\right)}\equiv\overline{\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)}+\overline{\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)}[2\pi]$ 1ن

3) احسب القياس الرئيسي للزاوية الموجهة: $\overline{\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}\right)}$ 1ن

التمرين الرابع: (3 نقط)

1) احسب: $\cos\frac{-3\pi}{4}$ ؛ $\sin\frac{-5\pi}{6}$ ؛ $\tan\frac{37\pi}{4}$ 1.5 ن

2) احسب: $\sin\frac{8\pi}{3}+\sin\frac{13\pi}{4}+\sin\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{2\pi}{3}$ 1.5 ن

التمرين الخامس: (2.5 نقط)

α عدد حقيقي بحيث: $\tan\alpha=0.2$

1) اكتب: $\sin^2\alpha$ بدلالة : $\tan\alpha$ 1 ن

2) استنتج قيمة: $\sin\alpha$ ثم بالمحسبة أعط قيمة مقربة للعدد α بالدرجة 1.5 ن

التمرين السادس: (7 نقط)

الجدول التالي يعطينا أوزان تلاميذ أحد أقسام الجدع المشترك العلمي (بالكيلوغرام)

الصنف I_i	$[45;50[$	$[50;55[$	$[55;60[$	$[60;65[$	$[65;70[$
الحصيص n_i	10	10	15	3	2

1) أنشئ مدراجا للمتسلسلة ومضلع باستعمال الحصيصات في نفس المبيان 2 ن

2) احسب: المعدل الحسابي $\overline{x}$ والانحراف الطرازي σ. 2 ن

3) أنشئ مضلع الحصيصات المتراكمة ثم حدد القيمة الوسطية M 3 ن

التمرين الأول:

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين:

$(x^2+4x+4)(x^2+2x+2)\leq 0$ ؛ $-x^2-3x+4\prec 0$

حلول:

1) المتراجحة : $(x^2+4x+4)(x^2+2x+2)\leq 0$

- إشارة ثلاثية الحدود: x^2+2x+2

مميز الحدودية هو: $\Delta=b^2-4ac=-4<0$ إذن إشارتها هي إشارة a

x	$-\infty$ $+\infty$
x^2+2x+2	+

- إشارة ثلاثية الحدود: x^2+4x+4

مميز الحدودية: $\Delta=b^2-4ac=0$ إذن لها جدر وحيد $x_0=\frac{-b}{2a}=-2$ إشارتها هي إشارة a لكل $x\neq-2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
x^2+4x+4	+	0	+

ومنه نستنتج إشارة الجداء: $(x^2+4x+4)(x^2+2x+2)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
x^2+4x+4	+	0	+
x^2+2x+2	+		+
$(x^2+4x+4)(x^2+2x+2)$	+	0	+

وبالتالي: $S=\{-2\}$

2) المتراجحة: $-x^2-3x+4\prec 0$

مميز الحدودية $-x^2-3x+4$ هو: $\Delta=b^2-4ac=25$ إذن لها جدران مختلفان هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=-4$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=1$

إذن جدول إشارتها على الشكل التالي:

x	$-\infty$	-4		1	$+\infty$
$-x^2-3x+4$	- إشارة a	0	+ إشارة $-a$	0	- إشارة a

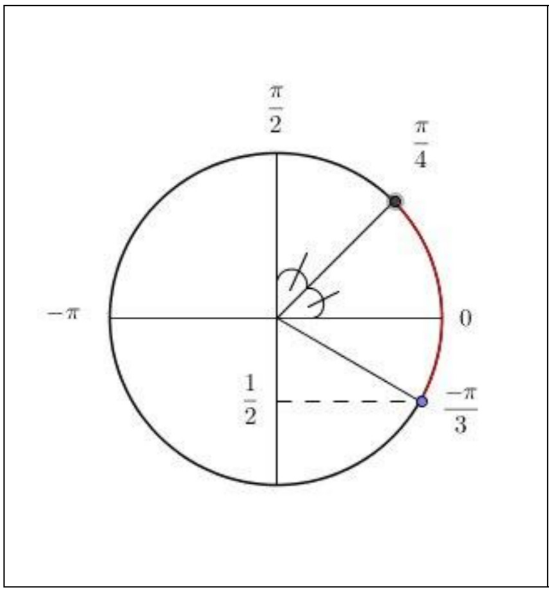
وبالتالي: $S=]-\infty;-4[\cup]1;+\infty[$

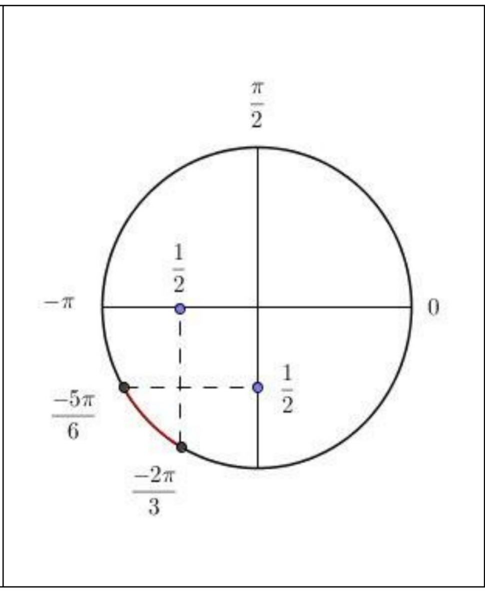
التمرين الثاني: (3 نقط)

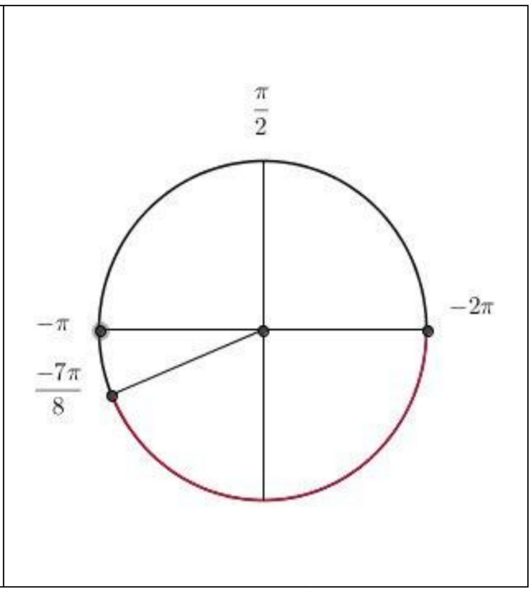
مثل القوس التي تنتمي إليها النقط ذات الأفاصيل المنحنية من المجال I في كل حالة :

$I=\left[-2\pi;\frac{-7\pi}{8}\right]$ ؛ $I=\left[\frac{-5\pi}{6};\frac{-2\pi}{3}\right]$ ؛ $I=\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right]$

حلول:







التمرين الثالث: (2.5 نقط)

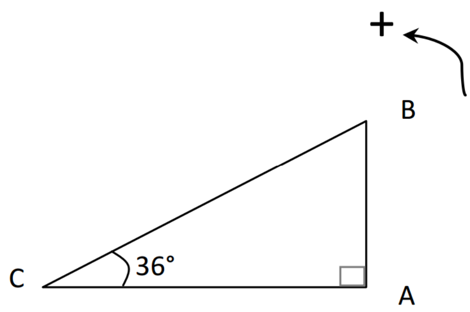
ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A بحيث: $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right) \equiv \frac{\pi}{5}[2\pi]$.

1) أنشئ المثلث ABC.

2) بين أن: $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}\right) \equiv \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$

3) احسب القياس الرئيسي للزاوية الموجهة: $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}\right)$

حلول:



(1

2) لدينا:

حسب علاقة شال للزوايا الموجهة

$$\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}\right) \equiv \left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CA}\right) + \left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$$
$$\equiv \left(-\overrightarrow{BA},-\overrightarrow{CA}\right) + \left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$$
$$\equiv \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$$

3) حسب السؤال السابق:

$$\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}\right) \equiv \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) + \left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$$
$$\equiv \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5}[2\pi]$$
$$\equiv \frac{7\pi}{10}[2\pi]$$

إذن القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $\left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}}\right)$ هو $\frac{7\pi}{10}$ لأن $\frac{7\pi}{10} \in]-\pi;\pi]$

التمرين الرابع: (3 نقط)

1) احسب: $\cos\frac{-3\pi}{4}$ ؛ $\sin\frac{-5\pi}{6}$ ؛ $\tan\frac{37\pi}{4}$

2) احسب: $\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{13\pi}{4}+\sin\frac{8\pi}{3}$

حلول:

(1

$$\tan\frac{37\pi}{4}=\tan(9\pi+\frac{\pi}{4})=\tan\frac{\pi}{4}=1$$

$$\sin\frac{-5\pi}{6}=-\sin\frac{5\pi}{6}=-\sin(\pi-\frac{\pi}{6})=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$$

$$\cos\frac{-3\pi}{4}=\cos\frac{3\pi}{4}=\cos(\pi-\frac{\pi}{4})=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(2

$$\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{13\pi}{4}+\sin\frac{8\pi}{3}=\sin(\pi-\frac{\pi}{3})+\sin(\pi+\frac{\pi}{3})+\sin(3\pi+\frac{\pi}{4})+\sin(2\pi+\frac{2\pi}{3})$$

$$=\sin(\frac{\pi}{3})-\sin(\frac{\pi}{3})+\sin(\pi+\frac{\pi}{4})+\sin(\frac{2\pi}{3})$$

$$=-\sin(\frac{\pi}{4})+\sin(\pi-\frac{\pi}{3})$$

$$=-\sin(\frac{\pi}{4})+\sin(\frac{\pi}{3})$$

$$=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$$

التمرين الخامس: (2.5 نقط)

α عدد حقيقي بحيث: $\tan\alpha=0.2$

1) اكتب: $\sin^2\alpha$ بدلالة : $\tan\alpha$ — 1 ن

2) استنتج قيمة: $\sin\alpha$ ثم بالمحسبة أعط قيمة مقربة للعدد α بالدرجة — 1.5 ن

حلول:

1) لدينا: لكل: $\alpha\in D_{\tan}$

$$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\frac{1}{1+\tan^2\alpha}=\frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

ملاحظة:مجموعة تعريف دالة الظل

$$D_{\tan}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}=\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$$

2) لدينا:

$$\sin^2\alpha = \frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha} = \frac{0.2^2}{1+0.2^2} = \frac{0.04}{1.04} = \frac{1}{26}$$

وبالتالي:

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$$ أو $$\sin\alpha = -\frac{\sqrt{26}}{26}$$

وبالمحسبة نجد:

$$\alpha \simeq 11.31°$$ أو $$\alpha \simeq 11.31° + 180° = 191.31°$$

ملاحظة هامة:

لا يمكن تحديد إشارة $\sin\alpha$ من خلال إشارة $\tan\alpha$ وبالتالي هناك قيمتان متقابلتان

التمرين السادس: (7 نقط)

الجدول التالي يعطينا أوزان تلاميذ أحد أقسام الجدع المشترك العلمي (بالكيلوغرام)

الصنف I_i	$[45;50[$	$[50;55[$	$[55;60[$	$[60;65[$	$[65;70[$
الحصيص n_i	10	10	15	3	2

1) أنشئ مدراجا للمتسلسلة ومضلع باستعمال الحصيصات في نفس المبيان 2 ن

2) احسب: المعدل الحسابي $\overline{x}$ والانحراف الطرازي σ. 2 ن

3) أنشئ مضلعا الحصيصات المتراكمة ثم حدد القيمة الوسطية M 3 ن

حلول:

1) مدراج ومضلع الحصيصات للمتسلسلة.

2) المعدل الحسابي للمتسلسلة:

مركز الصنف c_i	47.5	52.5	57.5	62.5	67.5
الحصيص n_i	10	10	15	3	2

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i c_i}{N}\\ &= \frac{475+525+862.5+187.5+135}{40}\\ &= \frac{2185}{40}\\ &= 54.625\end{aligned}$$

الانحراف الطرازي:

المغايرة:

$$\begin{aligned}\vartheta &= \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i (c_i)^2}{N} - \bar{x}^2\\ &= \frac{10\times 47.5^2 + 10\times 52.5^2 + 15\times 57.5^2 + 3\times 62.5^2 + 2\times 67.5^2}{40}\\ &= \frac{2256.25+2756.25+3306.25+3906.25+4556.25}{40} - 54.625^2\\ &= 3013.75-2983.89063\\ &= 29.859375\end{aligned}$$

الانحراف الطرازي:

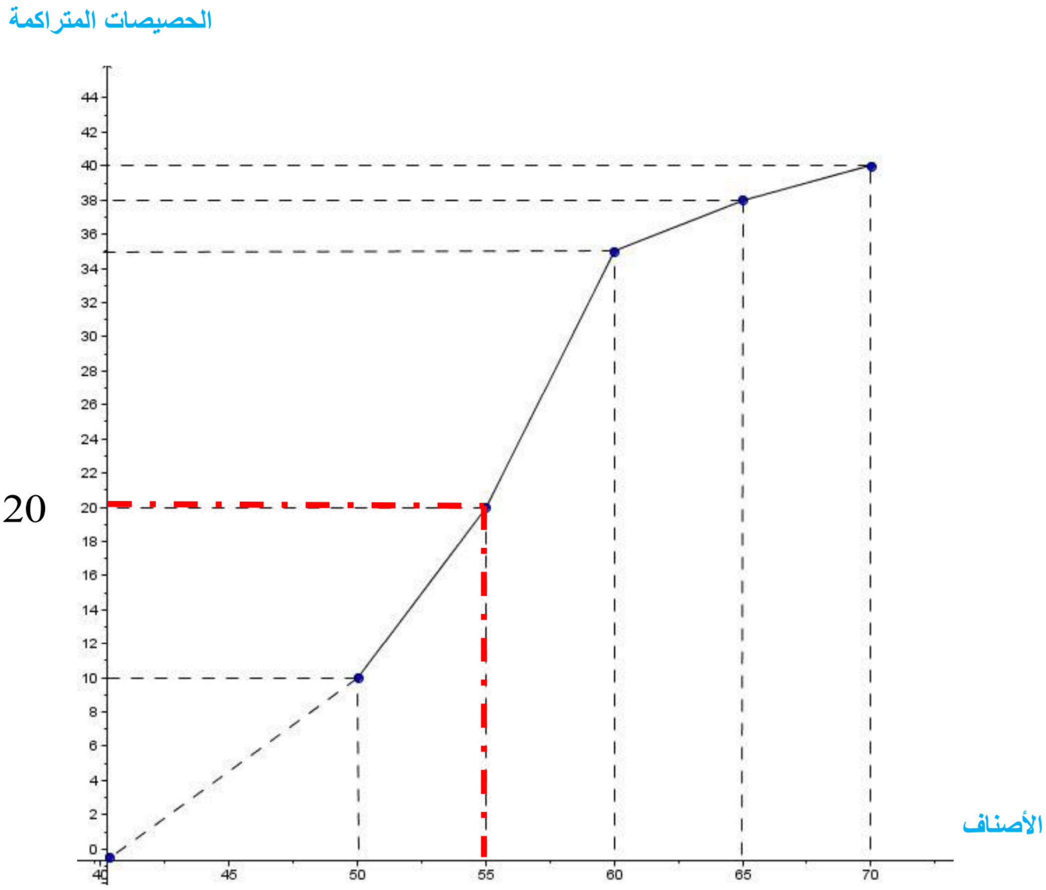
$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\vartheta}\\ &= \sqrt{29.859375}\\ &= 5.46437325\\ &\simeq 5.46\end{aligned}$$

3) جدول الحصيصات المتراكمة:

الصنف I_i	$[45;50[$	$[50;55[$	$[55;60[$	$[60;65[$	$[65;70[$
الحصيص n_i	10	10	15	3	2
الحصيص المتراكم N_i	10	20	35	38	40

مضلع الحصيصات المتراكمة:

$$\frac{N}{2} = 20$$



القيمة الوسطية هي $M = 55$ لأن $\frac{N}{2}$ هي أرتوب معلوم على المضلع