

تمرين مترادفات رقم 3

التمرين الأول (3 نقط)

- ليكن p عدد من \mathbb{Z} . نعتبر العددين $a = 43p - 5$ ، $b = 17p - 5$ و نضع $d = a \wedge b$
- أ- بين أن $a \wedge b = (p-1) \wedge 6$ (1 ن)
 - ب- استنتج القيم الممكنة للعدد d (0,5 ن)
 - أ- حدد p كي يكون $a \wedge b = 6$ (0,5 ن)
 - ب- حدد قيم p و التي يكون من أجلها $a \wedge b = 3$ (1 ن)

التمرين الثاني (3 نقط)

- أ- أحسب 2^4 ثم استنتاج أن $[17]^{2^8} \equiv 1 \pmod{0,75}$ (0,75 ن)
- ب- تحقق أن $[17]^{3^2} \equiv -8 \pmod{0,75}$ ثم استنتاج أن $[17]^{3^{16}} \equiv 1 \pmod{0,75}$ (0,75 ن)
- أ- حدد باقي القسمة الأقلية العدد $2010^{1431} + 1431^{2010}$ على العدد 17 (1,5 ن)

التمرين الثالث (2 نقط)

- أ- حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية x و y التي تتحقق : $x \wedge y = 5$ و $x^2 + y^2 = 325$ (1 ن)
- ب- بين أنه إذا كان $a \wedge b = 1$ فإن $(ab) \wedge (a^2 + b^2) = 1$ (1 ن)

التمرين الرابع (9 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

- أ- ما هي مجموعة تعريف الدالة f و أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (1,5 ن)
- ب- أعط تأويلا هندسيا للنتائج (0,5 ن)
- أ- بين أن f قابلة للاشتاقاق على \mathbb{R} و أن $f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$ (0,5 ن + 0,5 ن)
- ب- ضع جدول تغيرات الدالة f (0,5 ن)
- أ- أعط معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الأصول $x_0 = 0$ (0,5 ن)
- ب- تحقق أن $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) - x = \frac{-x^2(x+1)}{\sqrt{x^2+1}(1+\sqrt{x^2+1})}$ (0,5 ن)

ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $y = x$ (0,5 ن)

أ- أرسم المنحنى (C_f) و المستقيم $y = x$ (1 ن)

- أ- بين أن $U_n < U_{n+1} < 0$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) (0,5 ن)
- ب- أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$ (0,5 ن)
- ج- بين أن $|U_{n+1}| + 1 \leq \frac{4}{5} |U_n| + 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) (1 ن)
- د- استنتاج أن $|U_n| + 1 \leq \frac{1}{4} \left(\frac{4}{5}\right)^n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) (1 ن)